Solucionario

Unidad 1. Campamento de verano

1. Diversión a raudales

Contextos

Páginas 4 y 5

Contexto 1

1. Madrid: $\frac{2}{5}\cdot 150=\frac{2\cdot\ 150}{5}=\frac{300}{5}=60$ participantes.

Barcelona: $\frac{1}{3}\cdot 150=\frac{1\cdot\ 50}{3}=\frac{150}{3}=50$ participantes.

2. $\frac{2}{5}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{12}{30}+\frac{10}{30}+\frac{5}{30}=\frac{27}{30}=\frac{9}{10}$.

3. $1-\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)=1-\frac{9}{10}=\frac{10}{10}-\frac{9}{10}=\frac{1}{10}$.

4.

	Madrid	Barcelona	Valencia	Otros
Fracción	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$
Número decimal	0,4	$0,\widehat{3}$	$0,1\widehat{6}$	0,1
Tipo de número decimal	Exacto	Periódico puro	Periódico mixto	Exac-to

5. 40 %. 33,33 %.

6. 1320 / (4 · 11) = 30 € por persona y día.

7. 5 · 1320 / (4 · 11) = 150 €

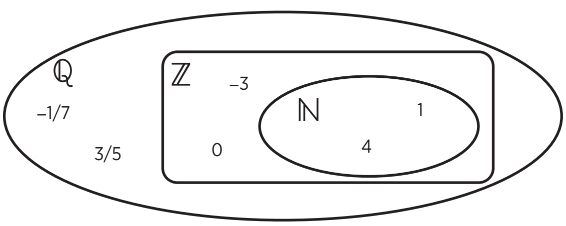
8. 10 personas = 600 €; 12 personas = 720 €; 15 personas = 900 €; 20 personas = 1200 €; 4 personas = 240 €.

9. El conjunto de los números **enteros** (incluye los **naturales**) junto con los **fraccionarios** se llama conjunto de los números **racionales** y se representa por la letra $\mathbb{Q}$.
Todo número **racional** puede **expresarse** en forma de **fracción.**

10. 2 es un número natural, pero puede expresarse como: $2=\frac{2}{1}$.

11. Para **simplificar** una **fracción**, dividiremos el **numerador** y el **denominador** entre su **máximo** común divisor (**m. c. d.**).

12.



Entrénate

Páginas 6, 7, 8 y 9

1. **a** Chicos → $1-\frac{3}{8}=\frac{8}{8}-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$.

Número de chicos → $64\cdot\frac{5}{8}=40$ chicos.

b $\frac{3}{8}=0{,}375$.

c % Chicas → $\frac{3}{8}\cdot 100=37{,}5\%$.

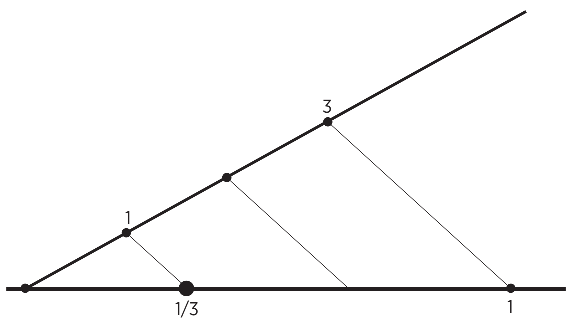
Chicos → $\frac{5}{8}\cdot 100=62{,}5\%$.

2. **a** $\frac{\text{Importe total}}{\text{Número de personas}}=\frac{210}{5}=42\,€/\text{persona}$

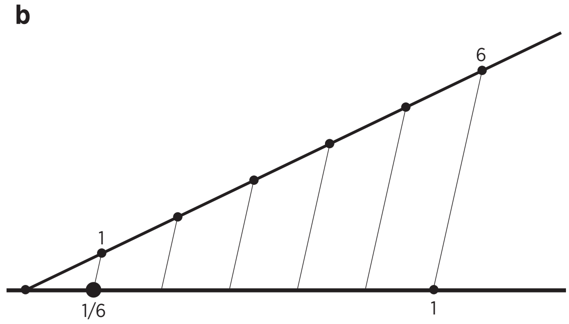
b $\frac{\text{Importe por persona}}{\text{Número de días}}=\frac{42}{7}=6\,€/\text{persona y día}$

c Importe por persona y día x número de personas x número de días = 6 · 6 · 4 = 144 €.

3. **a**



b



4. **a** $4{,}56=\frac{456}{100}=\frac{114}{25}$. **b** $3,\widehat{21}=\frac{321-3}{99}=\frac{318}{99}=\frac{106}{33}$.

c $2,21\widehat{5}=\frac{2215-221}{900}=\frac{1994}{900}=\frac{997}{450}$.

d $5,\widehat{55}=\frac{555-5}{99}=\frac{550}{99}=\frac{50}{9}$.

e $0,\widehat{15}=\frac{15-0}{99}=\frac{5}{33}$.

5. $\mathbb{N}$: 4, 5. $\mathbb{Q}$: −2, $\frac{1}{3}$, 4, $\frac{-2}{7}$, $2,\widehat{34}$, 3,123, −7, 5.
$\mathbb{Z}$: −2, 4, −7, 5.

6. Se dice que dos **fracciones** son **equivalentes** cuando, al **simplificar,** dan lugar a la **misma** fracción **irreducible.**

7. a $\frac{2}{5}+\frac{4}{7}=\frac{2\cdot 7}{35}+\frac{4\cdot 5}{35}=\frac{14}{35}+\frac{20}{35}=\frac{34}{35}$.

b $\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{5}=\frac{5\cdot 3}{30}=\frac{15}{30}=\frac{1}{2}$. **c** $\frac{3}{4}:\frac{7}{5}=\frac{3\cdot 5}{28}=\frac{15}{28}$.

8. a $2,\widehat{4}=\frac{24-2}{9}=\frac{22}{9}$; $1,3=\frac{13}{10}$.

b $2,\widehat{4}+1,3=\frac{22}{9}+\frac{13}{10}=\frac{22\cdot 10}{90}+\frac{13\cdot 9}{90}=$

$=\frac{220}{90}+\frac{117}{90}=\frac{337}{90}$.

9. $15\,\% = \frac{15}{100}=\frac{3}{20}$.

10. a $\left(\frac{2}{3}+\frac{4}{5}\right):\ \frac{3}{7}=\left(\frac{2\cdot 5}{3\cdot 5}+\frac{4\cdot 3}{15}\right):\frac{3}{7}=\left(\frac{10}{15}+\frac{12}{15}\right):\ \frac{3}{7}=$

$=\frac{22}{15}:\frac{3}{7}=\frac{22\cdot 7}{3\cdot 15}=\frac{154}{45}$.

b $\left(\frac{2}{4}+\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{2}{7}=\left(\frac{2\cdot 5}{4\cdot 5}+\frac{4\cdot 4}{20}\right)\cdot\frac{2}{7}=\left(\frac{10}{20}+\frac{16}{20}\right)\cdot\frac{2}{7}=$

$=\left(\frac{5}{10}+\frac{8}{10}\right)\cdot\frac{2}{7}=\frac{13}{10}\cdot\frac{2}{7}=\frac{26}{70}=\frac{13}{35}$.

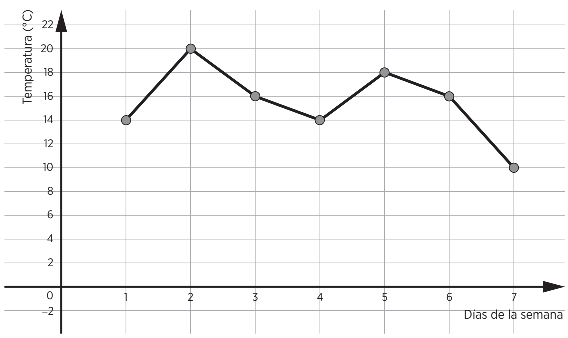
2. Actividades al aire libre

Contextos

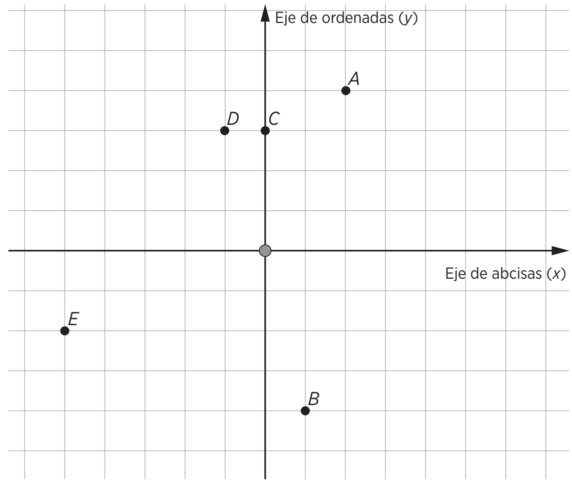
Páginas 10 y 11

Contexto 1

1 y 2.



Contexto 2



Contexto 3

1. 18 €.

2.

Horas	1	2	3	4	5	6	7	8
Importe (€)	3	6	9	12	15	18	21	24

3. Importe = 3 · 7 · 4 · 3 = 252 €.

4. $f(x) = 3\cdot x$

Entrénate

Páginas 12, 13, 14 y 15

1. a *A:* –3, *B:* 0, *C:* 5, *D:* –4, *E:* 4, *F:* 3.
b *A:* 5, *B:* 3, *C:* 4, *D:* 3, *E:* 1, *F:* 5.

2. Una **función** es **creciente** si, al **aumentar** la variable independiente, ***x***, aumenta la **variable** dependiente, *y*. Y es **decreciente** si, al aumentar *x*, **disminuye** *y*. Si se mantiene, la función es **constante.**

3. Corresponden a funciones la segunda y la tercera gráfica.

4. Crece en (0, 3) y (7, 10), y decrece en (–5, 0) y (3, 7).

5. Los extremos **relativos** de una función son los **puntos** en los que se produce un cambio en el **crecimiento:**

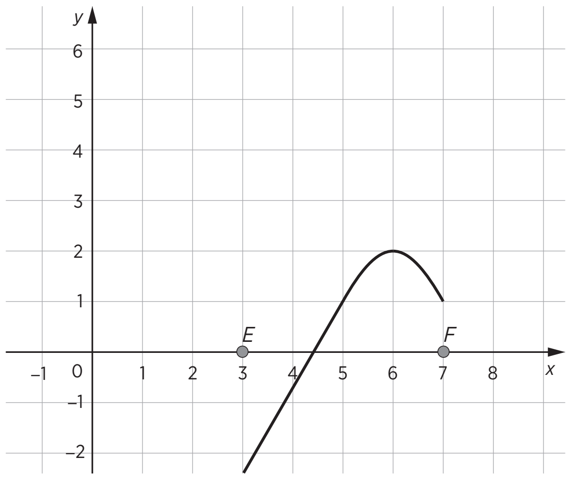
- **Máximo:** punto donde la **función** deja de ser **creciente** y empieza a ser decreciente.
- **Mínimo:** punto donde la función pasa de **decreciente** a creciente.

6. Juan tiene el doble de libros que Manuel más 3. → $y = 2x + 3$
Si el precio de una entrada es 4 €, esto debe pagar un grupo de amigos. $y = 4x$.
Adivina el triple del número que ha pensado Ana. $y = 3x$.
Pedro paga la tercera parte del total. $y = \frac{x}{3}$.

7. **a** $y = 20x$
b

Tiempo (x)	1	2	3	4	5	6	7
Espacio recorrido (y)	20	40	60	80	100	120	140

8. Máximo: (4, 21). Mínimo: (6, 1).
9. El **dominio** de una función es el **conjunto** de valores que puede tomar la **variable** x, de modo que se pueda **calcular** y. Se escribe $D(f)$ o ***Dom (f).***
El **recorrido** es el conjunto de valores que toma la variable **dependiente,** y. Se escribe ***Rec (f).***
10. **a** $Dom\ (f) = (-5, 10)$. **b** $Dom\ (f) = (-5, 7)$.
11. Respuesta abierta. Un ejemplo podría ser:



3. MasterMate
Contextos
Páginas 16 y 17
Contexto 1

1. Una variable estadística es cada una de las **características** o propiedades que posee un determinado grupo de **personas** o elementos que queremos **estudiar.** Las variables se designan mediante $\boldsymbol{x_i}$.
2. **a** La variable que pretendemos estudiar es la calificación obtenida por cada alumno en la prueba. **b** 8. **c** 23. **d** 90. **e** Los estudiantes de 4.° de la E.S.O.
3. Para calcular la media **aritmética** se **multiplica** cada valor por su **frecuencia,** se suman estos **productos** y se divide entre el número **total** de datos.
4. $6{,}4\widehat{3}$.
5. La **moda** es el valor que **mayor** frecuencia **absoluta** tiene, y se representa por $\boldsymbol{M_o}$.
6. 5.
7. No.
8. **a** Sí. **b** $\overline{x} = 1{,}6$. **c** No.
9. **a** F. **b** V. **c** F.

10. $h_8 = \dfrac{f_8}{N} = \dfrac{9}{90} = 0{,}1$. $h_5 = \dfrac{f_5}{N} = \dfrac{20}{90} = 0{,}\widehat{2}$.

Entrénate
Páginas 18, 19, 20, 21 y 22

1. Las variables **cuantitativas** son las variables que se expresan mediante **números.** Estas se dividen en dos categorías:
Variable **discreta:** entre dos valores **consecutivos** no puede existir otro; es decir, solo puede adquirir un número **finito** de valores.
Variable **continua:** entre dos valores **siempre** existe otro **posible.** Por tanto, puede adquirir un número **infinito** de valores.

2. $\overline{x_A} = \dfrac{19{,}46 + 20{,}12 + 20{,}18 + 20{,}33 + 20{,}85}{5} =$
$= 20{,}188.$

$\overline{x_B} = \dfrac{18{,}60 + 19{,}88 + 20{,}28 + 20{,}32 + 21{,}86}{5} =$
$= 20{,}188.$

a Con este criterio no puede elegir, ya que la media aritmética de ambos es la misma. **b** El lanzador *B*.
3. **a** 1 hermano.
b $\overline{x} = \dfrac{0 \cdot 4 + 1 \cdot 7 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 2}{21} = 1{,}57$.
c No. **d** 4 alumnos. **e** 17 alumnos. **f** No. **g** Sí.
h $\overline{x} = \dfrac{0 \cdot 6 + 1 \cdot 7 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 2}{21} = 1{,}38.$
4. Variable cuantitativa: se expresa mediante números. Variable continua: puede adquirir un número infinito de valores. Variable discreta: solamente puede adquirir un número finito de valores. Variable cualitativa: no se puede expresar mediante números. Variable estadística: grupo de elementos o cosas que queremos estudiar.
5. **a** F. **b** F. **c** V. **d** V. **e** F.
6. La moda es **10.** La mediana es **7.** La frecuencia acumulada de $x_i = 7$ es **15.**
7. **a** La venta de periódicos. **b** El País. **c.** 546. **d.** 0,225. **e** 1. **f** 24,91 %.
8. La **población** es el conjunto de **todos** los elementos (**personas** o **cosas**) de los que se **ocupa** un estudio **estadístico.** A cada elemento se le llama **individuo.**
La **muestra** es el conjunto **representativo** de la población.

Mates en contexto

Páginas 23, 24, 25, 26 y 27

Contexto 1

1. $\frac{2}{9}$. 180 €.
2. $0,\widehat{2}$. Es un decimal periódico puro. Redondeado a las centésimas, sería 0,22.
3. $\frac{7}{9} = 0,\widehat{7}$. Es un decimal periódico puro. Redondeado a las centésimas, sería 0,78.
4. $\frac{2}{15}$.
5. Es un decimal periódico mixto. $0,1\widehat{3}$.

Contexto 2

1. Luis: 0,83. María: 0,85. Pedro: 0,87. Juan: 0,93. Verónica: 0,92.
2. Luis.
3. María.
4. Pedro.
5. Luis, María, Pedro, Verónica, Juan.
6. 0,1 minutos.

Contexto 3

1. No, ya que Gema no puede conectarse hasta las 10:00 horas. Por la tarde tampoco.
2. $\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$. 12,5 %.
3. $\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$. $16,\widehat{6}$ %. Gema puede conectarse más tiempo.

Contexto 4

1. El número de televisores que tienen los sevillanos en casa.
2. Las familias sevillanas.
3. 22.
4. El $18,\widehat{18}$ % de las familias.
5. El $77,\widehat{27}$ % de las familias.

Contexto 5

1. $f_4 = 8$.
2. 44.
3. El $29,\widehat{54}$ % de alumnos.
4. El 25 % de alumnos.
5. La media aritmética y el tamaño de la muestra.

Contexto 6

1. El jueves.
2. 11,43 °C.
3. El martes, el jueves y el sábado.
4. *Rec* (*f*) = [6, 16].
5. Del sábado al domingo.

Contexto 7

1. 0,832 €.
2. 3,486 €.
3. 12,45 €.
4. 31,85 €.

Contexto 8

1. 260 jóvenes en total: 120 chicos y 140 chicas.
2. Respuesta abierta. Los estudiantes deben argumentar y razonar su respuesta.
3.

Total	Edad	Chicos	Chicas
25	11	11	14
25	12	10	15
30	13	16	14
30	14	14	16
35	15	14	21
35	16	19	16
40	17	20	20
40	18	16	24

4. 11, 12, 14, 15 y 18 años.
5. 51 chicos.
6. 80 chicas.
7. 60 chicas.
8. 80 jóvenes.
9. Un $30,8\widehat{3}$ %.
10. Un 69,23 %.
11. 14,892 años.
12. 14,879 años.
13. 14,885 años.

Unidad 2. Naturaleza matemática

1. Números grandes y pequeños
Contextos

Páginas 28 y 29

Contexto 1

1. La notación **científica** sirve para **expresar** números muy **grandes** o muy **pequeños.**
   Una cifra en notación científica se compone de un número llamado **mantisa,** comprendido entre **1 y 10,** y una **potencia** de 10.

2. **a** $7{,}7 \cdot 10^9$. **b** $4{,}697 \cdot 10^9$.

   c $\frac{17}{100} \cdot 7{,}7 \cdot 10^9 = 1{,}309 \cdot 10^9$. **d** $7{,}7 \cdot 10^8$.

   e $3{,}7 \cdot 10^8$. **f** $6{,}006 \cdot 10^9$.

Contexto 2

1. $1{,}091 \cdot 10^8$.
2. Para multiplicar (o **dividir**) dos números en notación **científica** se **multiplican** (o dividen) las **mantisas** por un lado y, por otro, las **potencias** de 10 aplicando las **propiedades** de las potencias.
3. **a** 100 000 millones · 365 = $100 \cdot 10^3 \cdot 10^6 \cdot 365 = 3{,}65 \cdot 10^{13}$ wasaps.

   b $\text{Wasaps/persona} = \frac{\text{Número total de wasaps}}{\text{Población mundial}} = \frac{3{,}65 \cdot 10^{13}}{7{,}7 \cdot 10^9} = 4{,}74 \cdot 10^3$ wasaps por persona.

Contexto 3

1. 100 000 millones = $100 \cdot 10^3 \cdot 10^6 = 1 \cdot 10^{11}$ neuronas.
2. 2 billones = $2 \cdot 10^6 \cdot 10^6 = 2 \cdot 10^{12}$ galaxias.

Entrénate

Páginas 30, 31, 32 y 33

1. 345 417 → $3{,}45 \cdot 10^5$; 349 376 → $3{,}49 \cdot 10^5$; 22 233 344 446 → $2{,}22 \cdot 10^{10}$; 2 221 233,3 → → $2{,}22 \cdot 10^6$; 3454,17 → $3{,}45 \cdot 10^3$.
2. **a** $4{,}5 \cdot 10^{-5}$ m. **b** $2{,}5 \cdot 10^8$ b. **c** $3 \cdot 10^8$ m/s. **d** $8{,}7 \cdot 10^{-17}$ m^3. **e** $5 \cdot 10^{-8}$.
3. **a** 1 año = 365 días; 1 día = 24 horas; 1 hora = = 60 minutos; 1 minuto = 60 segundos. Por tanto, 1 año = 365 · 24 · 60 · 60 = 31 536 000 segundos.
   b 1 año luz = 300 000 km/s · 31 536 000 s = = 9 460 800 000 000 km. 1 año luz = $9{,}46 \cdot 10^{12}$ km.
4. 384 000 km = 384 000 000 m = $3{,}84 \cdot 10^8$ m.
5. Tierra-Sol: $4{,}99 \cdot 10^2$ s; Tierra-Marte: $1{,}82 \cdot 10^2$ s; Tierra-Júpiter: $2{,}2 \cdot 10^3$ s; Tierra-Luna: 1,28 s.
6. $\frac{\text{Masa del Sol}}{\text{Masa de la Tierra}} = \frac{1{,}99 \cdot 10^{30}}{5{,}98 \cdot 10^{24}} = 3{,}33 \cdot 10^5$.
7. Mercurio: $3{,}59 \cdot 10^{23}$ kg; Venus: $4{,}90 \cdot 10^{24}$ kg; Marte: $6{,}58 \cdot 10^{23}$ kg; Júpiter: $1{,}90 \cdot 10^{27}$ kg; Saturno: $5{,}69 \cdot 10^{26}$ kg; Urano: $8{,}73 \cdot 10^{25}$ kg; Neptuno: $1{,}03 \cdot 10^{26}$ kg.
8. Para expresar cantidades muy **grandes** o muy **pequeñas** se utiliza la notación **científica,** que es un **número** expresado como el **producto** de:
   - Un número *a* con valor **absoluto** comprendido entre **1** y **10.**
   - Una **potencia** de 10 con **exponente** entero *n.*
9. **a** $(2{,}1 \cdot 10^5) \cdot (5{,}3 \cdot 10^6) = (2{,}1 \cdot 5{,}3) \cdot (10^5 \cdot 10^6) = 11{,}13 \cdot 10^{11}$.
   b $(3{,}4 \cdot 10^{-5}) \cdot (1{,}2 \cdot 10^9) = (3{,}4 \cdot 1{,}2) \cdot (10^{-5} \cdot 10^9) = 4{,}08 \cdot 10^4$.
   c $(4{,}1 \cdot 10^{-12}) \cdot (1{,}6 \cdot 10^8) = (4{,}1 \cdot 1{,}6) \cdot (10^{-12} \cdot 10^8) = 6{,}56 \cdot 10^{-4}$.
   d $(6{,}6 \cdot 10^7) \cdot (2{,}3 \cdot 10^{12}) = (6{,}6 \cdot 2{,}3) \cdot (10^7 \cdot 10^{12}) = 15{,}18 \cdot 10^{19}$.
   e $(6{,}6 \cdot 10^7) : (2{,}3 \cdot 10^{12}) = (6{,}6 : 2{,}3) \cdot (10^7 : 10^{12}) = 2{,}87 \cdot 10^{-5}$.
   f $(7{,}6 \cdot 10^{14}) : (5{,}3 \cdot 10^{12}) = (7{,}6 : 5{,}3) \cdot (10^{14} : 10^{12}) = 1{,}43 \cdot 10^2$.
10. **a** $\frac{1}{3^4}$. **b** $-\frac{1}{3^4}$. **c** $-\frac{1}{5^4}$. **d** $\frac{1}{(-5)^4}$. **e** $\frac{1}{(-7)^3}$. **f** $-\frac{1}{7^3}$.
11. **a** F. **b** F. **c** F. **d** V.

2. Patrones

Contextos

Páginas 34, 35 y 36

Contexto 1

1. N.° granos casilla 2 = 2 · n.° granos casilla 1 = = 2 · **1** = **2** granos de trigo.
   N.° granos casilla 3 = 2 · n.° granos casilla 2 = = 2 · **2** = **4** granos de trigo.
   N.° granos casilla 4 = 2 · n.° granos casilla 3 = = 2 · **4** = **8** granos de trigo.
2.

Casilla	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N.° granos de trigo	1	2	4	8	16	32	64	128	256

3.

Casilla	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N.° granos de trigo	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8

4. $a_{45} = a_{44} = 1{,}76 \cdot 10^{13}$.
5. Las progresiones son **sucesiones** de números entre las cuales **existe** una **norma.**
   - Progresión **aritmética:** cada término se obtiene del anterior **sumando** un número **fijo** llamado **diferencia.**
   - Progresión **geométrica:** cada término se obtiene del anterior **multiplicando** por un número **fijo** llamado **razón.**

Contexto 2

1.

1.ª semana	8 €
2.ª semana	11 €
3.ª semana	14 €
4.ª semana	17 €
5.ª semana	20 €
6.ª semana	23 €
7.ª semana	26 €
8.ª semana	29 €

2. Una sucesión es una **secuencia** de números **reales** dados **ordenadamente,** de manera que se puedan **numerar:** primero, **segundo**, **tercero**, etc.
Cada elemento de la **sucesión** se llama **término.**
3. $a_3 = 3 \cdot 3 + 5 = 14$; $a_6 = 3 \cdot 6 + 5 = 23$; $a_8 = 3 \cdot 8 + 5 = 29$.
4. $a_{36} = 3 \cdot 36 + 5 = 113$.
5.

Término	a_1	a_2	a_4	a_5	a_6
Valor	3	3 + 4 = 7	7 + 4 = 11	11 + 4 = 15	15 + 4 = 19

$d = 4$; $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d = 3 + (n-1) \cdot 4 = -1 + 4n$

Entrénate

Páginas 37, 38, 39 y 40

1. **a** $a_5 = 3 \cdot 5 + 4 = 19$. **b** $a_{10} = 3 \cdot 10 + 4 = 34$.
c $a_{50} = 3 \cdot 50 + 4 = 154$. **d** $a_1 = 3 \cdot 1 + 4 = 7$.
e $a_{100} = 3 \cdot 100 + 4 = 304$. **f** $a_4 = 3 \cdot 4 + 4 = 16$.
2. $a_4 = 17$; $a_7 = 29$; $a_{12} = 49$; $a_{15} = 61$; $a_{40} = 161$; $a_{100} = 401$; $a_{120} = 481$.
3. **a** $a_1 = 10$; $a_2 = 13$; $a_3 = 16$; $a_4 = 19$.
b $a_2 - a_1 = 13 - 10 = 3$; $a_3 - a_2 = 16 - 13 = 3$;
$a_4 - a_3 = 19 - 16 = 3$.
c V. V.
4. **a** $a_n = 5n - 8$.
b $a_n = 3 + (n-1) \cdot (-5) = 3 + n \cdot (-5) - 1 \cdot (-5) = 3 - 5n + 5 = -5n + 8$.
c $a_n = 6 + n \cdot 4 - 1 \cdot 4 = 6 + 4n - 4 = 4n + 2$.
d $a_n = 9n - 1$.
5. **a** $a_2 = 6 \cdot 2 - 6 = 12 - 6 = 6$; $d = a_2 - a_1 = 6 - 0 = 6$.
b $a_1 = 2 \cdot 1 + 4 = 2 + 4 = 6$; $a_2 = 2 \cdot 2 + 4 = 4 + 4 = 8$; $d = a_2 - a_1 = 8 - 6 = 2$.
6. Una sucesión de números **reales** es una progresión **geométrica** si cada **término** se obtiene a partir del **anterior** multiplicándolo por un **número** fijo o **razón** (*r*). El **cociente** entre un término y su anterior es **siempre** *r*.
7. **a** $d = 3$. **b** $a_{20} = 4 + (20 - 1) \cdot 2 = 61$.
c $S_{20} = \frac{4+61}{2} \cdot 20 = 650$.
8. **a** $a_1 = 1$; $d = 2$. **b** $a_n = 1 + (n-1) \cdot 2 = 2n - 1$.
c $a_{100} = 2 \cdot 100 - 1 = 199$; $S_{100} = \frac{1 + 199}{2} \cdot 100 = 10\,000$.
9. **a** $12 = 3 \cdot r^2 \rightarrow r = 2$. **b** $a_5 = 3 \cdot 2^4 = 48$.
c $S_{20} = \frac{3\left(2^{20} - 1\right)}{2 - 1} = \frac{3145728 - 3}{1} = 3145\,725$.
10. **a** Cada término resulta de multiplicar el término anterior por **2;** por tanto, **2** es la razón de la progresión **geométrica.**
b $a_n = 2 \cdot 2^{n-1}$. **c** $a_5 = 2 \cdot 2^{5-1} = 32$.

3. ¿Jardines matemáticos? Contextos

Páginas 41 y 42

Contexto 1

1. Tienen forma de cono.
2. Cucurucho pequeño: $r = 2$ cm; $h = 8$ cm;
$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 2^2 \cdot 8 = 33{,}51$ cm^3.
Cucurucho mediano: $r = 6$ cm : 2 = 3 cm;
$h = 10$ cm; $V = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 10 = 94{,}25$ cm^3.
Cucurucho grande: $r = 8$ cm : 2 = 4 cm;
$h = 12$ cm; $V = \frac{1}{3} \pi \cdot 4^2 \cdot 12 = 201{,}06$ cm^3.
3. **a.** $g^2 = 3^2 + 10^2 = 9 + 100 = 109 \rightarrow$
$\rightarrow g = \sqrt{109} = 10{,}44$ cm.
b. $A_L = \pi \cdot 3 \cdot 10{,}44 = 98{,}40$ cm^2 de galleta.
4. $\frac{V_{\text{grande}}}{V_{\text{pequeño}}} = \frac{201{,}06}{33{,}51} = 6$
5. $\frac{\text{Precio}_{\text{grande}}}{\text{Precio}_{\text{pequeño}}} = \frac{3{,}5}{2} = 1{,}75$.
6. Pequeño: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2^3 = 33{,}51$ cm^3.
Mediano: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 113{,}10$ cm^3.
Grande: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 4^3 = 268{,}08$ cm^3.
7. $\frac{V_{\text{grande}}}{V_{\text{pequeño}}} = \frac{268{,}08}{33{,}51} = 8$.

Entrénate

Páginas 43, 44, 45 y 46

1. • **Caras:** son las **superficies** planas que **limitan** el cuerpo **geométrico.**
   • **Aristas:** son las **líneas** que se forman cuando se **juntan** dos **caras.**
   • **Vértices:** son los **puntos** donde se juntan **tres** o más **caras.**
2. $A_T = 6 \cdot 4^2 = 96$ m². $V = 4^3 = 64$ m³.
3. $A_L = 2\pi \cdot 2 \cdot 3 = 37{,}70$ m². $V = \pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 37{,}70$ m³.
4. $A_{base} = 14^2 = 196$ cm²; $A_p = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25$ cm;

$$A_T = 196 + 4 \cdot \frac{14 \cdot 25}{2} = 896 \text{ cm}^2;$$

$$V = \frac{196 \cdot 24}{3} = 1568 \text{ cm}^3.$$

5. Prisma pentagonal – 10, pirámide triangular – 4, cono – 1, tronco de pirámide octogonal – 16, cubo – 8.
6. Aristas: 12, vértices: 8, caras: 6.
7.

$$V_{cilindro} = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = 50{,}27 \text{ m}^3; \quad V_{cono} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = 16{,}76 \text{ m}^3;$$

$$\frac{V_{cono}}{V_{cilindro}} = \frac{16{,}76}{50{,}27} = \frac{1}{3}$$

8. **a** V. **b** V. **c** V. **d** V. **e** V.
9. Los cuerpos de **revolución** son aquellos que se obtienen al girar una **línea,** llamada **generatriz,** sobre su **eje.** Son cuerpos de revolución el **cilindro,** el **cono,** la **esfera,** etc.
10. Cilindro: $A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$, $A_T = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (h + r)$. Cono: $A_L = \pi \cdot r \cdot g$, $A_T = \pi \cdot r \cdot (g + r)$.
11. **a** $A_L = (2 \cdot 20 + 2 \cdot 16) \cdot 10 = 720$ m².
    b $A_T = 720 + 2 \cdot 20 \cdot 16 = 720 + 640 = 1360$ m².
    c $V = (20 \cdot 16) \cdot 10 = 3200$ m³.
12. Para hallar el área **total** de una **pirámide,** nos hace falta el área de la **base** y el **área** de cada **triángulo** de las caras **laterales.**
13. $l = 16$ cm; $V = \dfrac{16^2 \cdot 15}{3} = 1280 \text{ cm}^2$

Mates en contexto

Páginas 47, 48, 49, 50 y 51

Contexto 1

1.

Planeta	Afelio (m)	Perihelio (m)
Mercurio	$6{,}98 \cdot 10^{10}$	$4{,}60 \cdot 10^{10}$
Venus	$1{,}09 \cdot 10^{11}$	$1{,}08 \cdot 10^{11}$
Tierra	$1{,}52 \cdot 10^{11}$	$1{,}47 \cdot 10^{11}$
Marte	$2{,}49 \cdot 10^{11}$	$2{,}07 \cdot 10^{11}$
Júpiter	$8{,}16 \cdot 10^{11}$	$7{,}41 \cdot 10^{11}$
Saturno	$1{,}50 \cdot 10^{12}$	$1{,}35 \cdot 10^{12}$
Urano	$3{,}01 \cdot 10^{12}$	$2{,}73 \cdot 10^{12}$
Neptuno	$4{,}54 \cdot 10^{12}$	$4{,}46 \cdot 10^{12}$

Contexto 2

1. Más grande: glóbulos blancos. Más pequeño: plaquetas. Un glóbulo blanco es casi 14 veces más grande que una plaqueta, la diferencia es considerable.
2. Los glóbulos rojos son los que se encuentran en mayor cantidad en la sangre; los glóbulos blancos, los que se encuentran en menor cantidad. Hay 625 veces más glóbulos rojos que blancos; la diferencia es considerable.
3. **a** $6 \cdot 10^{10}$ glóbulos rojos. **b** $9{,}6 \cdot 10^7$ glóbulos blancos. **c** $3{,}6 \cdot 10^9$ plaquetas. **d** $5{,}22 \cdot 10^{-6}$ m³. **e** $8{,}64 \cdot 10^{-8}$. **f** $2{,}34 \cdot 10^{-7}$.

Contexto 3

1. Al cabo de 2 ciclos: 4 bacterias. Al cabo de 3 ciclos: 8 bacterias. Al cabo de 5 ciclos: 32 bacterias. Al cabo de 10 ciclos: 1024 bacterias.
2. Al cabo de 2 ciclos: 9 bacterias. Al cabo de 3 ciclos: 27 bacterias. Al cabo de 5 ciclos: 243 bacterias. Al cabo de 10 ciclos: 59 049 bacterias.
3. Al cabo de 3 ciclos: $8 \cdot 10^{-6}$ m. Al cabo de 5 ciclos: $3{,}2 \cdot 10^{-5}$ m. Al cabo de 10 ciclos: $1{,}024 \cdot 10^{-3}$ m.
4. La expresión de la longitud de cada bacteria se puede expresar en función del número de ciclos de división, n, que hayan tenido lugar de la siguiente forma:

$$l_{bacteria}(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

Por lo tanto, al cabo de tres ciclos la longitud de cada bacteria será:

$$l_{bacteria}(3) = \left(\frac{1}{2}\right)^{3-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0{,}25 \text{ mm}$$

De manera análoga, para 5 ciclos y 10 ciclos, la longitud de cada bacteria será:

$$l_{bacteria}(5) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16} = 6{,}25 \cdot 10^{-2} \text{ mm};$$

$$l_{bacteria}(10) = \left(\frac{1}{2}\right)^9 = \frac{1}{512} = 1{,}95 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

Contexto 4

1. Sol: $1{,}41 \cdot 10^{18}$ km³ = $1{,}41 \cdot 10^{27}$ m³;
   Mercurio: $6{,}08 \cdot 10^{10}$ km³ = $6{,}08 \cdot 10^{19}$ m³;
   Venus: $9{,}28 \cdot 10^{11}$ km³ = $9{,}28 \cdot 10^{20}$ m³;
   Tierra: $1{,}09 \cdot 10^{12}$ km³ = $1{,}09 \cdot 10^{21}$ m³.
2. Sol: $1{,}9891 \cdot 10^{33}$ g; Mercurio: $3{,}302 \cdot 10^{26}$ g; Venus: $4{,}8685 \cdot 10^{27}$ g; Tierra: $5{,}9736 \cdot 10^{27}$ g.
3.

$$\frac{\text{Masa Sol}}{\text{Masa Mercurio}} = \frac{1{,}9891 \cdot 10^{33}}{3{,}302 \cdot 10^{26}} = 6{,}02 \cdot 10^6;$$

$$\frac{\text{Masa Sol}}{\text{Masa Venus}} = \frac{1{,}9891 \cdot 10^{33}}{4{,}8685 \cdot 10^{27}} = 4{,}09 \cdot 10^5;$$

$$\frac{\text{Masa Sol}}{\text{Masa Tierra}} = \frac{1{,}9891 \cdot 10^{33}}{5{,}9736 \cdot 10^{27}} = 3{,}33 \cdot 10^5.$$

Unidad 3. En movimiento

1. Ecuaciones viajeras

Contextos

Páginas 52, 53 y 54

Contexto 1

1. Recorrido del segundo día: $\frac{3}{10} \cdot x$. Recorrido del tercer día: $\frac{1}{10} \cdot x$.
2. $x = \frac{1}{5} \cdot x + \frac{3}{10} \cdot x + \frac{1}{10} \cdot x + 8.$

   $x = \frac{1}{5} \cdot x + \frac{3}{10} \cdot x + \frac{1}{10} \cdot x + 8.$
3. $x = \frac{2}{10} \cdot x + \frac{3}{10} \cdot x + \frac{1}{10} \cdot x + 8.$

   $x = \frac{6}{10} \cdot x + 8 \rightarrow \frac{4}{10} \cdot x = 8 \rightarrow x = 20.$
4. Primer día: 4 km. Segundo día: 6 km. Tercer día: 2 km. Cuarto día: 8 km. Total: 20 km.

Contexto 2

1. Diésel: y = 55 € + 0,04928 · x.
2. 250 km → Gasolina: 66,89 €. Diésel: 67,32 €.
   300 km → Gasolina: 70,268 €. Diésel: 69,784 €.
3. $\begin{cases} y = 50 + 0{,}06756x \\ y = 55 + 0{,}04928x \end{cases}$ → 50 + 0,06756x = 55 + + 0,04928x → 0,06756x – 0,04928x = 55 – 50 → → 0,01828x = 5 → x = $\frac{5}{0{,}01828}$ = 273,523 km.
4. y = 50 € + 0,06756 · 273,523 = 68,48 €.

Entrénate

Páginas 55, 56, 57 y 58

1. Asignando las letras a-g a las filas de cada columna, tenemos: a-d, b-a, c-b, d-f, e-g, f-e, g-c.
2. Un sistema **lineal** de dos **ecuaciones** con dos **incógnitas** está formado por **dos** ecuaciones. Cada una de ellas tiene dos **incógnitas,** normalmente denominadas ***x*** e ***y*.**
   Estas dos ecuaciones están dentro de unas **llaves.** La solución del **sistema** es un **par** (x_0, y_0) tal que si x = $\boldsymbol{x_0}$ e y = $\boldsymbol{y_0}$**,** entonces se **cumplen** ambas ecuaciones.
3. $\begin{cases} 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 = 8 \\ 3 - 5 \cdot 2 = 9 \end{cases}$ Falso. El par (3, 2) no es solución del sistema.

   $\begin{cases} 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 = 8 \\ -1 - 5 \cdot 2 = 9 \end{cases}$ Falso. El par (–1, 2) no es solución del sistema.
4. Coeficientes: los números que acompañan a la incógnita. Términos independientes: números que están solos. Incógnita: valor desconocido. Grado de la ecuación: máximo exponente de la incógnita.
5. **a** $y = \frac{5 - 4x}{3}$.

   b $3x - 2 \cdot \frac{5 - 4x}{3} = 8 \rightarrow 9x - 2(5 - 4x) = 24.$

   $9x - 10 + 8x = 24 \rightarrow x = 2.$

   c $y = \frac{5 - 8}{3} = -1$. La solución del sistema es el par de números (x, y) = (2, –1).
6. **a** Número que ha pensado Juan: x. Quíntuple del número más 3 unidades: 5x + 3. El quíntuple del número más tres unidades es 38: 5x + 3 = 38.

   b $5x + 3 = 38 \rightarrow x = \frac{38 - 3}{5} = 7$.
7. **a** Primer número: x. Segundo número: x + 1. Tercer número: x + 2. **b** La primera expresión no corresponde al enunciado. **c.** x + x + 1 + x + 2 = 105 → x = 34. Los tres números son: 34, 35 y 36.
8. Asignando las letras a-d a los enunciados y los números 1-4 a las ecuaciones y sistemas, tenemos: a-2, b-3, c-4, d-1.
9. **a** $\begin{cases} 6x + 9y = 54 \\ 6x - 4y = 2 \end{cases}$. **b** 9$y$ – (–4y) = 54 – 2.

   c 13y = 52 → $y = \frac{52}{13}$ = 4.

   d. 2x + 3 · 4 = 18 → x = 3.
10. **a** AC = x; CD = 14 – x.

    b

	Triángulo	
	ABC	*CDE*
Base	$AC = x$ cm	$CD = (14 - x)$ cm
Altura	AB = 4 cm	DE = 3 cm
Área	Área 1 = $\frac{4 \cdot x}{2}$	Área 2 = $\frac{3 \cdot (14 - x)}{2}$

    c $\frac{4 \cdot x}{2} = \frac{3 \cdot (14 - x)}{2}$.

    d 4x = 3(14 – x) → 4x = 42 – 3x → 7x = 42 → → x = 6 cm.

    e CD = 14 – 6 = 8 cm.

    f $\begin{cases} x + y = 14 \\ \frac{4x}{2} = \frac{3y}{2} \end{cases}$ → (x, y) = (6, 8).

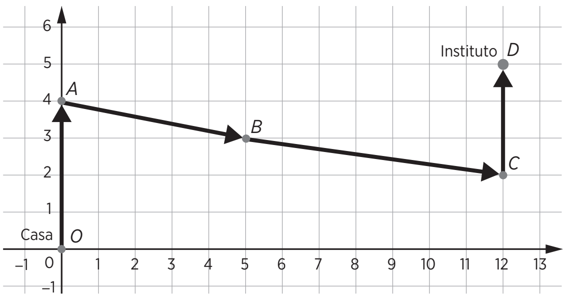
2. Movimientos para todo

Contextos

Páginas 59 y 60

Contexto 1

1 y 2.



3.

4. No coincide.

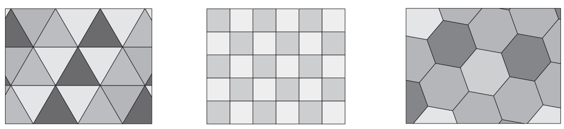
5. $OD = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$.

Contexto 2

1. Triángulo: 60°. Cuadrado: 90°. Hexágono: 120°. Pentágono: 108°.

2. Todas menos el pentágono.

3.



No es posible formar teselas con pentágonos regulares si no se combinan con otras figuras.

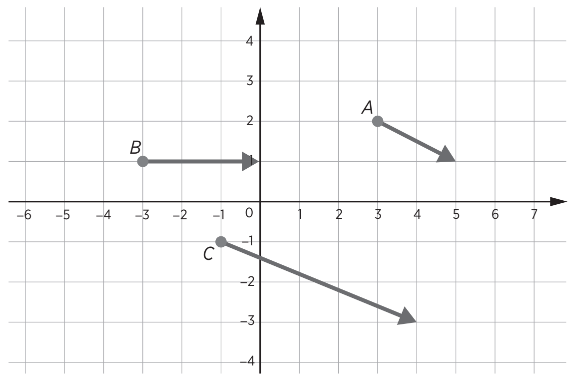
Entrénate

Páginas 61, 62, 63 y 64

1. Un **vector** es un segmento orientado. Los puntos que lo delimitan se llaman **origen** y **extremo.**
Se escribe $\overrightarrow{AB}$ o $\vec{v}$. Gráficamente, se representa mediante una **flecha.**
Un vector está determinado por **tres características:**
- **Módulo:** distancia del origen al extremo del vector.
- **Dirección:** recta que contiene el vector o cualquier **paralela** a ella.
- **Sentido:** forma de recorrer la recta al desplazarse del origen al extremo del vector.

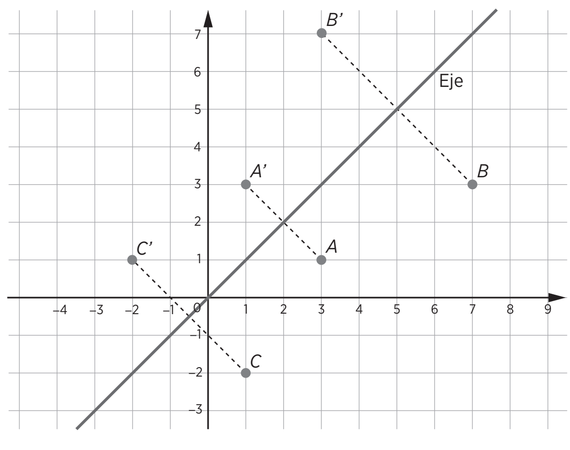
2. Traslación: movimiento directo del plano determinado por un vector.
Giro: movimiento directo del plano determinado por un punto y un ángulo.
Simetría: movimientos inversos. Existen de dos tipos: axial y central.

3. **a.** El extremo del vector $\vec{u}$ está en el punto (5, 1).
b. El extremo del vector $\vec{v}$ está en el punto (0, 1).
c. El extremo del vector $\vec{w}$ está en el punto (4, –3).



4. Las **simetrías** son movimientos **inversos.** Existen dos tipos de simetrías:
- Simetría **axial** respecto de una recta que se llama **eje.** Este eje se representa mediante *e* y es la **mediatriz** entre un punto *A* y su transformado, *A'.*
- Simetría **central** respecto de un punto llamado **centro.** Se representa con *O* y es el punto **medio** entre cualquier punto *A* y su transformado, *A'.*

5.



6. **a.** $B' = B + \vec{v} = (4, -1) + (2, 3) = (4 + 2, -1 + 3) = (6, 2)$. **b.** $C' = C + \vec{v} = (5, 2) + (-3, 0) = (5 - 3, 2 + 0) = (2, 2)$. **c.** $D' = D + \vec{v} = (-1, 3) + (3, 4) = (-1 + 3, 3 + 4) = (2, 7)$.

7. Traslación: movimientos directos del plano determinados por un vector.
Giro: movimientos directos del plano determinados por un punto y un ángulo.

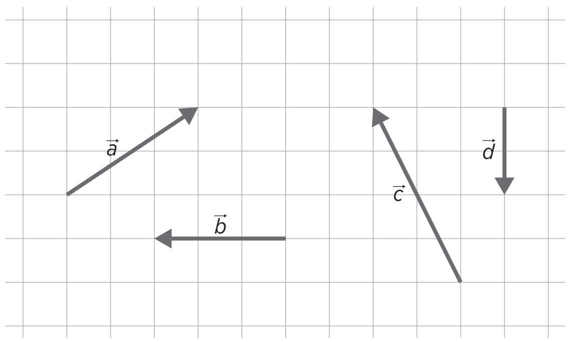
Friso: regiones del plano limitadas por dos rectas paralelas resultantes de aplicar movimientos a una o varias figuras.
Mosaico: recubrimiento del plano con figuras planas llamadas teselas.
Simetría: movimientos inversos. Existen dos tipos: axial y central.

8. $\vec{a} = (3, 0)$; $\vec{b} = (-2, -2)$; $\vec{c} = (0, -4)$; $\vec{u} = (3, 2)$; $\vec{v} = (1, -2)$; $\vec{w} = (4, 1)$.

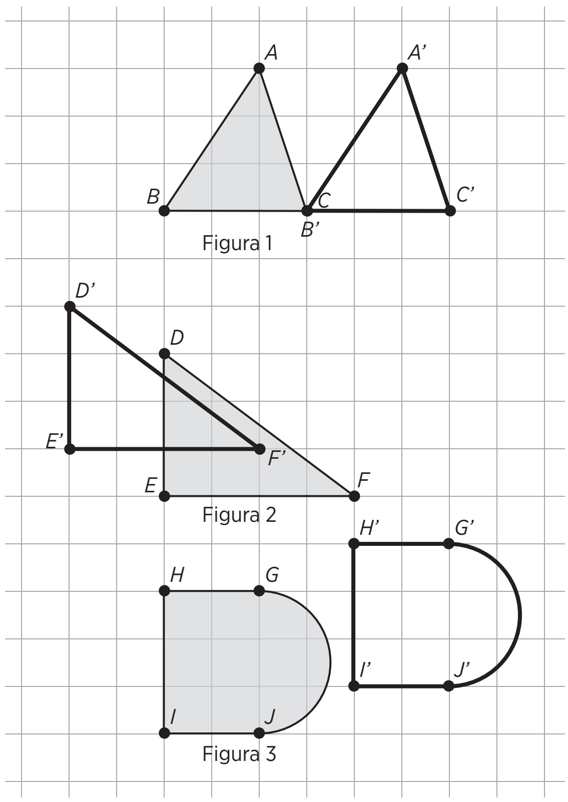
9. **a** F. **b** V. **c** V. **d** V. **e** V. **f** V. **g** V.

10. **a** *A'* (2, –1), *B'* (3, 1), *C'* (–2, 1).
b *A''* (–2, 1), *B''* (–3, –1), *C''* (2, –1).

11.



12.

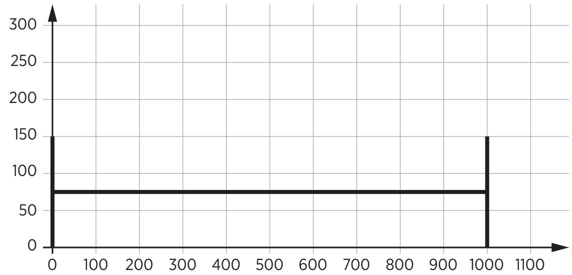


3. De viaje
Contextos

Páginas 65 y 66

Contexto 1

1.



2. Primer mástil: (0, 150); segundo mástil: (1013, 150).

3. Punto central: (506,5, 70).

4. $y = ax^2 + bx + c$.

5. $y = n$.

Contexto 2

1. *A* (0, 0), *B* (50, 80), *C* (100, 0), *D* (20, 50), *E* (80, 50), *F* (90, 30).

2. Vértice: (50, 80). Corresponde al punto *B*.

3. $c = 0$.

4. $B\ (50, 80) \rightarrow 80 = a \cdot 50^2 + b \cdot 50 + 0 \rightarrow$
$\rightarrow 80 = a \cdot 2500 + b \cdot 50$.
$C\ (100, 0) \rightarrow 0 = a \cdot 100^2 + b \cdot 100 + 0 \rightarrow$
$\rightarrow 0 = a \cdot 10\,000 + b \cdot 100$.

5. $\left\{ \begin{array}{l} 80 = a \cdot 2500 + b \cdot 50 \\ 0 = a \cdot 10\,000 + b \cdot 100 \end{array} \right. \rightarrow a = -0{,}032;$
$b = 3{,}2 \rightarrow y = -0{,}032x^2 + 3{,}2x$

Entrénate

Páginas 67, 68, 69 y 70

1. La fórmula de una función **lineal** es ***y = mx*,** donde ***m*** es un número **real.** A *m* se le llama **pendiente** e indica la variación de la **ordenada** cuando la **abscisa** aumenta una **unidad.** Su **gráfica** es una **recta** que pasa por el **origen** de coordenadas. Por tanto, para obtenerla basta con **calcular** otro **punto** de la función.

2. **a** F. **b** V. **c** V. **d** F. **e** V. **f** V.

3. $m = \dfrac{9-5}{5-3} = 2$.

4. **a** $m = 4$. **b** $n = 2$. **c.** Respuesta abierta. Por ejemplo: *A* (0, 2), *B* (1, 6), *C* (–1, –2).

5. $B\ (3, 1) \rightarrow y = -2x + 7 \rightarrow 1 = -2 \cdot 3 + 7 \rightarrow 1 = -6 + 7 \rightarrow$ Cierto, luego *B* (3, 1) pertenece a la función.
$C\ (5, -3) \rightarrow y = -2x + 7 \rightarrow -3 = -2 \cdot 5 + 7 \rightarrow -3 = -10 + 7 \rightarrow$ Cierto, luego *C* (5, –3) pertenece a la función.

D (5, 3) → $y = -2x + 7$ → $3 = -2 \cdot 5 + 7$ → $3 = -10 + 7$ → Falso, luego D (5, 3) no pertenece a la función.

6. A (2, 1) → B (3, 4) → C (4, 7) → D (5, 10) → E (6, 13) → F (7, 16).

7. Para representar una **parábola** se necesitan **tres** puntos: el **vértice** y los dos puntos de **corte** de la función con el eje de **abscisas.**

8. **a** Vértice: (2, –1). Eje de simetría: $x = 2$. **b** Vértice: (–6, –33). Eje de simetría: $x = -6$. **c.** Vértice: (–2, 7). Eje de simetría: $x = -2$.

9.

Lineales	Afines	Cuadráticas
$y = -2x$ $y = -x$	$y = -4x + 3$	$y = -3x^2 + 4$ $y = x^2 + 6x$ $y = -3x^2$

10.

	El vértice es un máximo	El vértice es un mínimo
$y = x^2 - 2x + 7$		x
$y = -4x^2 - 2x + 1$	x	
$y = -x^2$	x	
$y = 5x^2 - 20x + 7$		x
$y = -2x^2 - 2x + 17$	x	

11. $y = x^2 + 4$ → (2, 8); $y = -x^2 + 4$ → (2, 0);
$y = x^2 + 4x - 1$ → (–3, –4);
$y = -x^2 + 4x + 1$ → (1, 2) y (–3, –22);
$y = 2x^2 + x - 1$ → (1, 2);
$y = -2x^2 + x - 1$ → (1, –2) y (–3, –22).

12. Asignando las letras a-d a las fórmulas y los números 1-4 a las gráficas, tenemos: a-1, b-4, c-2, d-3.

13. Respuesta abierta. Por ejemplo: **a** (0, –3), (1, –4), (–1, –4). **b** (0, 6), (1, 6), (2, 8). **c** (0, –3), (–1, –3), (2, –9).

14. **a** Pendiente: $m = 2$. Ordenada en el origen: $n = 3$.
b Pendiente: $m = -4$. Ordenada en el origen: $n = 0$.
c Pendiente: $m = -3$. Ordenada en el origen: $n = 4$.

Mates en contexto

Páginas 71, 72, 73, 74 y 75

Contexto 1

1.

902\minutos	1 min	2 min	3 min	4 min	5 min	6 min	7 min	8 min
Desde fijo	0,56	1,12	1,68	2,24	2,8	3,36	3,92	4,48
Desde móvil	2,82	5,64	8,46	11,28	14,1	16,92	19,74	22,56

a. Se trata de una función lineal. **b.** $y = 0{,}56 \cdot x$. **c.** 2,80 €. **d.** 2,99 €.

Contexto 2

1. $\dfrac{5+x}{2} = 5$ → $x = 5$ → Debe sacar, por lo menos, un 5.

2. **a** 30. **b** 42.

3. **a** Un 6. **b** No. **c** Un 8. **d** No.

4. **a** 2,5. **b** 7. **c** 4. **d** Sí, con 9 aciertos. **e** No. **f** Sí, con 8 aciertos.

5. **a**

Base	1	2	4	8
Altura	8	4	2	1

b Se forman 2 rectángulos si consideramos que el rectángulo de base = 1 y altura = 8 es el mismo rectángulo que el de base = 8 y altura = 1 (lo mismo para el caso de base = 2 y altura = 4).
c Usando los cuadraditos de unidad, no, porque 8 no es un número cuadrado perfecto.

Contexto 3

1. $V(x) = P(x) \cdot x = 50x - x^2$.

2. $B(x) = V(x) - C(x) = -2x^2 + 44x - 20$.

3. Con 21 batidos el beneficio todavía es positivo; a partir de 22 batidos el beneficio es negativo.

4. Con 11 batidos.

5. 222 €.

6. Un batido, como mínimo.

7. Tendrá menos beneficio.

Contexto 4

1. $\dfrac{3}{4} \cdot x + \dfrac{1}{12} x + 30 = x$

2. 135 minutos.

3. 15 minutos.

Unidad 4. Historias matemáticas

1. ¿Qué es una raíz? Contextos

Páginas 76 y 77

Contexto 1

1. $\dfrac{x}{3} + 5 = \dfrac{x}{2} \rightarrow x = 30$.

2. $P = 4x$ (monomio). $A = x^2$ (monomio).
$P + A = 4x + x^2$ (polinomio).

3. Perímetro → Grado = 1. Área → Grado = 2.

4. Grado = 2.

Contexto 2

1. Grado = 3.
2. Por Ruffini:

	1	–9	23	–15
1		1	–9	15
	1	–9	15	0

	1	–9	23	–15
3		3	–18	15
	1	–6	5	0

	1	–9	23	–15
5		5	–20	15
	1	–4	3	0

   Por el teorema del resto: $P(1) = 1^3 - 9 \cdot 1^2 + 23 \cdot 1 - 15 = 0$. $P(3) = 3^3 - 9 \cdot 3^2 + 23 \cdot 3 - 15 = 0$. $P(5) = 5^3 - 9 \cdot 5^2 + 23 \cdot 5 - 15 = 0$.
   Raíces: 1, 3 y 5.
3. PIN: 135. Posibilidades: 1.
4. Sí.
5. PIN: 135, 153, 315, 351, 513 o 531. Posibilidades: 6.
6. Posiblemente no. La probabilidad de acertar a la primera sería de $\frac{1}{6}$.
7. No.
8. No.

Entrénate

Páginas 78, 79, 80 y 81

1. **a** $P(1) = 0$; $P(-2) = 21$. **b** $Q(1) = 11$; $Q(-2) = 17$.
2. $P_1 \rightarrow 5$; $P_2 \rightarrow 6$; $P_3 \rightarrow 3$; $P_4 \rightarrow 2$; $P_5 \rightarrow 4$.
3. **a** $P(x) + 2Q(x) = 3x^4 + 6x^2 - 6$. Grado = 4.
   b $3P(x) - 5Q(x) = 9x^4 - 37x^2 + 15$. Grado = 4.
   c $P^2(x) = 9x^8 - 24x^6 + 16x^4$. Grado = 8.
   d $P(x) \cdot Q(x) = 15x^6 - 29x^4 + 12x^2$. Grado = 6.
4. Decimos que un número es **raíz** de un **polinomio** si, al calcular el valor **numérico** de ese polinomio para ese **número,** el resultado es **cero.**
5. **a** $4x^2 + 4x + 1$. **b** $9x^8 - 12x^4 + 4$. **c** $4x^4 + 12x^3 + 9x^2$. **d** $16x^2 - 25$. **e** $9x^{12} - 16x^2$.
6. **a** $30x$. **b** $16x^2$. **c** $4x^8$. **d** $30x^8$.
7. **a** $6x^4 - 3x = 3x \cdot (2x^3 - 1)$.
   b $12x^6 - 6x^4 = 6x^4 \cdot (2x^2 - 1)$.
   c $24x^8 - 18x^6 = 6x^6 \cdot (4x^2 - 3)$.
8. **a** No. **b** No. **c** Sí. **d** Sí. **e** No. **f** Sí.
9. Dos **monomios** son **semejantes** si tienen las mismas **letras** con los mismos **exponentes.** Así, $3x^2yz^3$ es semejante a $\boldsymbol{x^2yz^3}$**,** pero no es semejante a $\boldsymbol{xyz^3}$**.**
10. Respuesta abierta. Por ejemplo: **a** $2x^4y^3$. **b** $14z^3xy$. **c.** $-x^4z^2y^3$. **d** $29xy^3z^5$.
11. **a** $4x^4 + 3x^3 - 7x^2 + 13x - 3$. Grado = 4.
    b $-4x^4 + x^3 - 7x - 1$. Grado = 4.
    c $7x^4 + 3x^3 - 8x^2 + 9x - 5$. Grado = 4.
    d $x^4 - x^3 - 6x^2 - x - 2$. Grado = 4.
    e $3x + 7$. Grado = 1.
12. $x^2 - 7x + 2 \rightarrow -x^2 + 7x - 2$; $3x^3 - x + 2 \rightarrow -3x^3 + x - 2$; $-5x^4 + 1 \rightarrow 5x^4 - 1$; $-3x^3 + x - 2 \rightarrow 3x^3 - x + 2$; $5x^4 - 1 \rightarrow -5x^4 + 1$.
13. **a** V. **b** V. **c** F. **d** F. **e** V.

2. Figuras perfectas
Contextos

Páginas 82 y 83

Contexto 1

1. Las aristas.
2. Tetraedro: $6 \cdot 1 = 6$ cm;
   Dodecaedro: $30 \cdot 1 = 30$ cm.
3. Tetraedro: $2 \cdot 6 = 12$ €; Dodecaedro: $2 \cdot 30 = 60$ €.
4. Tetraedro: 4 piedras preciosas;
   Dodecaedro: 20 piedras preciosas.
5. Tetraedro: $2 \cdot 6 + 3 \cdot 4 = 24$ €;
   Dodecaedro: $2 \cdot 30 + 3 \cdot 20 = 120$ €.

Contexto 2

1. Volumen = $25 \cdot 10 \cdot 3 = 750$ m^3.
   Volumen en litros = $750 \cdot 1000 = 750\,000$ litros.
2. Superficie de losetas verdes = $25 \cdot 10 = 250$ m^2.
   Presupuesto de losetas verdes = $250 \cdot 12 = 3000$ €.
   Superficie de losetas azules = $2 \cdot 25 \cdot 3 + 2 \cdot 10 \cdot 3 = 210$ m^2.
   Presupuesto de losetas azules = $210 \cdot 10 = 2100$ €.
   Presupuesto total de las losetas = $3000 + 2100 = 5100$ €.
3. Superficie = $25 \cdot 10 + 2 \cdot 25 \cdot 3 + 2 \cdot 10 \cdot 3 = 460$ m^2.
   Presupuesto para impermeabilizar = $20 \cdot 460 = 9200$ €.
4. $750\,000 \cdot 0{,}0023 = 1725$ €.
5. $5100 + 9200 + 1725 = 16\,025$ €.
6. Precio por vecino = $\frac{16\,025}{60}$ = 267,08 €/vecino.

Entrénate

Páginas 84, 85, 86 y 87

1. Tetraedro – 4; Hexaedro – 6; Octaedro – 8; Dodecaedro – 12; Icosaedro – 20.
2. En cualquier **poliedro** convexo se cumple siempre la **relación** descubierta por Leonhard **Euler:** el número de **caras** más el número de **vértices** es igual al número de **aristas** más 2. Se suele representar de la siguiente forma: ***C + V = A + 2.***

3. Asignando las letras a-d a cada poliedro y los números 1-4 a cada desarrollo, tenemos: a-3, b-4, c-1, d-2.
4. **a** Caras = 6, vértices = 8, aristas = 12.
Fórmula de Euler = 6 + 8 = 12 + 2. Se cumple.
b Caras = 7, vértices = 10, aristas = 15.
Fórmula de Euler = 7 + 10 = 15 + 2. Se cumple.
c Caras = 5, vértices = 6, aristas = 9.
Fórmula de Euler = 5 + 6 = 9 + 2. Se cumple.
d Caras = 6, vértices = 6, aristas = 10.
Fórmula de Euler = 6 + 6 = 10 + 2. Se cumple.
5. Un **poliedro** regular debe cumplir **dos** condiciones:
   - Que sus **caras** sean polígonos **regulares** (sus lados y sus ángulos deben ser iguales).
   - Que en cada **vértice** concurra el **mismo** número de caras.

   Solamente existen **cinco** poliedros regulares, que reciben el nombre de **sólidos platónicos.** Son el **tetraedro,** el hexaedro, el **octaedro,** el dodecaedro y el **icosaedro.**

6.

Poliedro regular	Forma de las caras	Número de caras	Número de vértices	Número de aristas
Octaedro	Triángulo	8	6	12
Dodecaedro	Pentágono	12	20	30
Icosaedro	Triángulo	20	12	30
Hexaedro	Cuadrado	6	8	12
Tetraedro	Triángulo	4	4	6

7. Asignando los números 1-5 a cada definición, tenemos: tetraedro-2, icosaedro-3, dodecaedro-5, hexaedro-1, octaedro-4.
8. Solo el segundo poliedro es regular.

3. Sistemas históricos
Contextos
Páginas 88 y 89
Contexto 1

1. $\frac{1}{4}x + y = 7z$; $y + x = 10z$.
2. No se pueden sumar, ya que no son monomios equivalentes.
3. $x + 4y = 28z$.
4. $x + 4y = 28 \cdot 5 = 140$; $y + x = 10 \cdot 5 = 50$.
5. $20 + 4 \cdot 30 = 140$; $30 + 20 = 50$.

Contexto 2

1. Hay 3 incógnitas.
2. 2 ecuaciones.
3. No.
4. $\left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 30 \\ \frac{1}{2}x + 2y + 3z = 30 \end{array} \right.$
5. $\left\{ \begin{array}{l} x + y + 3 = 30 \\ \frac{1}{2}x + 2y + 3\cdot 3 = 30 \end{array} \right. \to \left\{ \begin{array}{l} x + y = 27 \\ \frac{1}{2}x + 2y = 21 \end{array} \right.$
6. $x = 22$, $y = 5$. Hay 22 niños y 5 mujeres.
7. Niños: 4,375 kg cada uno, 96,25 kg entre todos los niños.
Mujeres: 17,5 kg cada una, 87,5 kg entre todas las mujeres.
Hombres: 26,25 kg cada uno, 78,75 kg entre todos los hombres.

Entrénate
Páginas 90, 91, 92 y 93

1. Dos sistemas son **equivalentes** cuando tienen las mismas **soluciones.** Los principales **criterios** de equivalencia de sistemas son:
a) Sumar o **restar** el mismo **número** o **expresión** a los dos miembros de una **ecuación** del sistema.
b) **Multiplicar** o dividir los dos **miembros** de las ecuaciones por o entre un mismo número (**distinto** de 0).
c) **Sumar** o restar a una ecuación del sistema la otra **ecuación.**
2. $\left\{ \begin{array}{l} 2\cdot 2 + 3\cdot 4 = 16 \\ 2 + 5\cdot 4 = 22 \end{array} \right. \to x = 2$ e $y = 4$ es la solución.
3. $2x + y = 7 \to x = 2, y = 3$; $3y - x = 2 \to x = 4, y = 2$; $3x + 5y = 19 \to x = 3, y = 2$; $y = 2x + 3 \to x = -2, y = -1$.
4.

$2x + y = 9$	x	2	0	–2	3	5
	y	5	9	13	3	–1

$3x - y = 9$	x	2	6	–2	3	5
	y	–3	9	–15	0	6

5. **a** $\left\{ \begin{array}{l} x + y = 10 \\ x - y = 6 \end{array} \right. \to x = 8$; $y = 2 \to$ Los números son el 8 y el 2.

b $\begin{cases} 5x+4y=9 \\ 2x+2y=4{,}10 \end{cases} \to x = 0{,}80;\ y = 1{,}25 \to$

$\to$ Las naranjas valen 0,80 €/kg y las manzanas 1,25 €/kg.

c $\begin{cases} x+y=35 \\ 2x+4y=110 \end{cases} \to x = 15;\ y = 20 \to$ Hay 15 gallinas y 20 conejos.

6. Asignando las letras a-d a cada enunciado y los números 1-4 a cada sistema de ecuaciones, tenemos: a-2, b-1, c-4, d-3.

7. Se llama **solución** de un **sistema** de dos **ecuaciones** con dos **incógnitas** a todo **par** de números $\boldsymbol{x_1}$ **e** $\boldsymbol{y_1}$ tales que, **sustituyendo** x por x_1 e y por y_1, se **verifican** las dos ecuaciones a la **vez.**

8. **a** $\begin{cases} x+2y=2 \\ 2x-y=4 \end{cases} \to \begin{array}{r} x+2y=2 \\ 4x-2y=8 \\ \hline 5x=10 \end{array} \to$

$\to \boldsymbol{x = 2} \to 2 + 2y = 2 \to \boldsymbol{y = 0}$.

b $\begin{cases} x-2y=2 \\ 2x-y=7 \end{cases} \to \begin{array}{r} x-2y=2 \\ -4x+2y=-14 \\ \hline -3x=-12 \end{array} \to$

$\to \boldsymbol{x = 4} \to 4 - 2y = 2 \to 2 = 2y \to \boldsymbol{y = 1}$.

9. La **fórmula** de una función **cuadrática** es un **polinomio** de segundo grado: $y = \boldsymbol{ax^2 + bx + c}$. En él, a, b y c son números **reales** y $\boldsymbol{a \neq 0}$. Su **gráfica** es una **parábola.**

- Si $a > 0$, su **vértice** es un mínimo.
- Si $\boldsymbol{a < 0}$, su vértice es un **máximo.**
- La **abscisa** del vértice es $\dfrac{-b}{2a}$.

10. $y = x^2 - 4x + 1 \to (2, -3)$; $y = -x^2 - 4x + 1 \to$ $\to (-2, 5)$; $y = x^2 + 6 \to (0, 6)$; $y = x^2 - 6 \to$ $\to (0, -6)$; $y = x^2 - 4x \to (2, -4)$; $y = -x^2 - 4x \to$ $\to (-2, 4)$.

11. Gráfica 1: $y = -2x^2 + 4x$. Gráfica 2: $y = 2x$.
Gráfica 3: $y = 2x^2 + 4x$.

Mates en contexto

Páginas 94, 95, 96 y 97

Contexto 1

1. $2{,}90 \cdot x + 2{,}50 \cdot (1000 - x) = 2{,}75 \cdot 1000$
2. $2{,}90 \cdot x = 2{,}90x$ €.
3. $2{,}50 \cdot (1000 - x) = 2500 - 2{,}5x$ €.
4. $2{,}90x + 2500 - 2{,}5x = 0{,}40x + 2500$ €.
5. $2{,}75 \cdot 1000 = 2750$ €.
6. $0{,}40x + 2500 = 2750 \to x = 625 \to 1000 - 625 = = 375 \to$ Se han mezclado 625 L del primer aceite con 375 L del segundo.

Contexto 2

1. Número: xy. Al invertir las cifras: yx.
2. $x + y = 10$.
3. $10y + x$; $10x + y - (10y + x) = 9x - 9y$.
4. $9x - 9y = 54$
5. $\begin{cases} x+y=10 \\ 9x-9y=54 \end{cases} \to x = 8;\ y = 2 \to$ Número del aparcamiento: 82.

Contexto 3

1. $x + y = 100$
2. N.° de ruedas de coche: $4x$. N.° de ruedas de moto: $2y$. N.° total de ruedas: $4x + 2y = 336$.
3. $\begin{cases} x+y=100 \\ 4x+2y=336 \end{cases} \to \begin{array}{r} -2x-2y=-200 \\ 4x+2y=336 \\ \hline 2x=136 \end{array} \to$ $\to x = 68$ coches $\to 68 + y = 100 \to y = 32$ motos.
4. N.° de ruedas de coche = $4 \cdot 68 = 272$.
   N.° de ruedas de moto = $2 \cdot 32 = 64$.
5. 80,95 %.
6. $4 \cdot 58 + 2 \cdot 42 = 316$ ruedas.

Contexto 4

1.

Base (m)	1	2	4	8
Altura (m)	8	4	2	1

2. Se obtienen 2 rectágulos diferentes.
3. Existen 2 soluciones posibles.
4. Si se usan los cuadraditos de unidad, no, porque solo existirían cuadrados de 4 m² y 9 m². Si se utilizan números irracionales, el cuadrado que cumple la condición tiene $2\sqrt{2}$ m de lado y 8 m² de área.
5. No, ya que 9 sí es un cuadrado perfecto.
6. $y = \dfrac{8}{x}$. Es una función de proporcionalidad inversa.

Unidad 5. Tiempo libre y ocio

1. ¡A remojo!

Contextos

Páginas 98 y 99

Contexto 1

1. $\frac{1}{7}$; $\frac{12}{35}$
2. 14,29 %; 34,29 %; 51,42 %
3. $0,\widehat{142857}$: decimal periódico; $0,34\widehat{285714}$; $0,5\widehat{142857}$: estos dos últimos números son decimales periódicos mixtos.

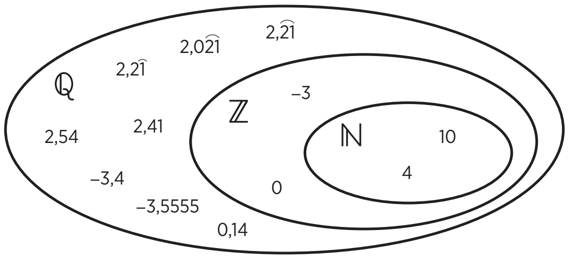
Contexto 2

1. Manguera ancha: $\frac{1}{2}$. Manguera estrecha: $\frac{1}{3}$.
2. $\frac{5}{6}$
3. 1 hora y 12 minutos.
4. Suponiendo que se vacía completamente en 6 horas, $\frac{1}{6}$.
5. Sí, ya que las mangueras suministran más cantidad de agua que la que se pierde a causa de la fuga en 1 hora.
6. 1 hora y media.
7. 2 horas.
8. Se tardará más tiempo en llenar la piscina.
9. 6 horas.
10. En este caso la piscina no se podrá llenar, ya que pierde la misma cantidad de agua por hora que la que suministra la manguera estrecha.

Entrénate

Páginas 100, 101, 102 y 103

1. **a** V. **b** V. **c** V. **d** V. **e** F. Ejemplo: $\left(\sqrt{2}\right)^2 = 2$.
   f. F. Ejemplo: $\sqrt{8}\cdot\sqrt{2} = 4$.
2. **a** $|-3| = 3$. **b** $|-7| = 7$. **c** $|3| = 3$. **d** $|7| = 7$.
   e $|-7| = 7$. **f** $|-17| = 17$.
3. Clasificación de los números **reales:**
   - Reales ($\mathbb{R}$)= Racionales ($\mathbb{Q}$) $\cup$ Irracionales
     – Racionales: se pueden escribir en forma de **fracción.** Esta fracción se llama fracción **generatriz.**
     – **Irracionales:** tienen **infinitas** cifras **decimales** y **no** pueden escribirse en forma de fracción.
   - Racionales ($\mathbb{Q}$) = Fraccionarios $\cup$ Enteros ($\mathbb{Z}$)
     – Fraccionarios: tienen **cifras** decimales.
     – Enteros: no tienen cifras **decimales.**
4. $2,\widehat{21} = \frac{73}{33}$; $2,\widehat{021} = \frac{667}{330}$; $2,21 = \frac{221}{100}$;
   $2,\widehat{2} = \frac{20}{9}$; $2,1\widehat{2} = \frac{191}{90}$; $2,12 = \frac{53}{25}$
5. **a** V. **b** F. **c** F. **d** V.
6.



7. $-4,37 < -4,36 < 2,\widehat{5} < -2,5 < 2,4 < 2,\widehat{4} < \sqrt{6} <$
   $< 3,1446 < \pi$
8.

	Racional	Irracional
$2,\widehat{32}$	X	
2,32	X	
$\sqrt{2}$		X
3π		X
e		X
2,01001000100001		X
$\sqrt{5}$		X

9. Las formas de **aproximación** más comunes son **dos:**
   - **Truncar** un número a cierto **orden** es suprimir **directamente** todas las cifras decimales a partir de ese orden.
   - **Redondear** un número consiste en **eliminar** las cifras decimales a partir de un cierto orden, teniendo en cuenta que…
     – Si la primera cifra decimal que se elimina es **igual** o menor que 4, se **deja** el número que haya quedado.
     – Si la primera cifra decimal que se elimina es 5 o **mayor** que 5, se **suma** 1 a la última cifra que haya quedado.
10.

2,34566	Redondeo:	2,35
	Truncamiento:	2,34
4,5454	Redondeo:	4,55
	Truncamiento:	4,54
0,12343	Redondeo:	0,12
	Truncamiento:	0,12

11. Error absoluto = |Valor exacto – Valor aproximado|
    Periódicos puros: el denominador no contiene el factor 2 ni el factor 5.
    Decimales exactos: el denominador solo contiene los factores 2 o 5.
    Periódicos mixtos: el denominador contiene los factores 2 o 5, y otros.

2. ¡A montar en las atracciones! Contextos

Páginas 104 y 105

Contexto 1

1. **a** 5 m. **b** 20 m. **c** 45 m. **d** 80 m.

2. $100 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 \to t^2 = \frac{2 \cdot 100}{10} = 20 \to t = \sqrt{20} \approx$ $\approx 4{,}47$ segundos

3. $80 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 \to t^2 = \frac{2 \cdot 80}{10} = 16 \to t = \sqrt{16} =$ segundos

Contexto 2

1. $135 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 135 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{\text{km}} \cdot \frac{\text{h}}{3600 \text{ s}} = 37{,}5 \text{ m/s}$

   v = $a \cdot t \to 37{,}5 = a \cdot 3 \to a = 12{,}5 \text{ m/s}^2$

2. **a** $x_1 = \frac{1}{2} \cdot 12{,}5 \cdot 1^2 = 6{,}25$ m.

   b $x_2 = \frac{1}{2} \cdot 12{,}5 \cdot 2^2 = 25$ m

   c $x_3 = \frac{1}{2} \cdot 12{,}5 \cdot 3^2 = 56{,}25$ m

3. $v_{\text{media}} = \frac{x_3}{t} = \frac{56{,}25}{3} = 18{,}75$ m/s

Entrénate

Páginas 106, 107, 108 y 109

1. Una ecuación de **segundo** grado es una **igualdad** que se puede expresar como ***ax² + bx + c = 0,*** donde *a, b* y *c* son números **reales, *a ≠ 0*** y la letra *x* es la **incógnita** cuyo valor queremos **determinar.**

2. **a** $\begin{cases} x_1 = \dfrac{-(-7) + \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2 \cdot 1} = 5 \\ x_2 = \dfrac{-(-7) - \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2 \cdot 1} = 2 \end{cases}$

   b $\begin{cases} x_1 = \dfrac{-(-12) + \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = 11{,}48 \\ x_2 = \dfrac{-(-12) - \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = 0{,}52 \end{cases}$

   c $\begin{cases} x_1 = \dfrac{-10 + \sqrt{10^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} = -0{,}88 \\ x_2 = \dfrac{-10 - \sqrt{10^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} = -9{,}12 \end{cases}$

3. Asignando las letras a-e a las ecuaciones y los números 1-5 a los pares de soluciones, tenemos: a-2, b-4, c-5, d-1, e-3.

4. Si $b = 0 \to x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$. Si $c = 0 \to \begin{cases} x = 0 \\ x = \dfrac{-b}{a} \end{cases}$

5. Asignando las letras a-e a las ecuaciones y los números 1-5 a los pares de soluciones, tenemos: a-2, b-3, c-5, d-1, e-4.

6. **a** Discriminante: $\Delta = 16$. Número de soluciones reales: 2. **b.** Discriminante: $\Delta = 0$. Número de soluciones reales: 1 solución doble. **c.** Discriminante: $\Delta = -23$. Número de soluciones reales: 0. **d.** Discriminante: $\Delta = -23$. Número de soluciones reales: 0. **e.** a) $x_1 = 7$ y $x_2 = 3$ b) $x_1 = x_2 = -5$.

7. **a** 0. **b** 2. **c** 0. **d** 1 solución doble. **e** 0.

8. **a** $k = 9$. **b** $k = 9$. **c.** $k = 16$ o $k = -16$. **d** $k = -9$.

9. **a** Sí. **b** Sí. **c** No.

10. **a** $x \cdot (x + 1) = 506$. **b** $(4x)^2 + (4x + 4)^2 = 400$.

    c $x - y = 3$; $x^2 - y^2 = 117$. **d** $2x + \frac{x^2}{2} = 16$.

    e $20^2 = a^2 + b^2$; $a + b + 20 = 48$.

11. **a** F. **b** V. **c** V. **d** V. **e** F.

3. Don Quijote de las matemáticas Contextos

Páginas 110 y 111

Contexto 1

1. **a** Progresión aritmética. **b** $a_1 = 100$; $d = 5$. **c** $a_n = 100 + (n - 1) \cdot 5$. **d** 150 km. 240 km. **e** 65 km. **f.** 7900 km.
2. **a** Progresión aritmética. **b** $a_1 = 500$; $d = 150$. **c.** $a_n = 500 + (n - 1) \cdot 150$. **d** 800 km. 1250 km. **e** 450 km. **f.** 8200 km.
3. El segundo equipo.
4. 300 km.

Contexto 2

1. **a** $r = \frac{1}{2}$; $a_n = 24 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ **b** $r = 2$; $a_n = 30 \cdot 2^{n-1}$. **c** $r = 2$; $a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$
2. **a** 3, 1,5, 0,75. **b** 240, 480, 960. **c** 40, 80, 160.

Entrénate

Páginas 112 y 113

1. Una **sucesión** es una **secuencia** de números **reales** dados **ordenadamente,** de tal manera que se puedan **numerar:** primero, **segundo,** tercero…
2. $a_5 = 5^2 - 3 \cdot 5 + 2 = 12$. $a_8 = 8^2 - 3 \cdot 8 + 2 = 42$.

3. $a_3 = -11$; $a_5 = -21$; $a_8 = -36$; $a_{10} = -46$; $a_9 = -41$; $a_4 = -16$.
4. **a** Sí. **b** $d = -3$. **c** $a_n = 10 - 3\cdot(n-1)$. **d** $a_{40} = -107$.

   e $S_{40} = 40\cdot\dfrac{(a_1 + a_{40})}{2} = 20\cdot(10-107) = -1940$.
5. **a** $a_n = 10 - 3\cdot(n-1)$. **b** $a_{25} = 10 - 3\cdot 24 = -62$.

   c $S_{25} = \dfrac{10-62}{2}\cdot 25 = -650$.

   d $S_{100} = \dfrac{10-287}{2}\cdot 100 = -13\,850$.
6. Una **sucesión** de números **reales** es una progresión **geométrica** si cada **término** se obtiene del **anterior multiplicándolo** por un número fijo. Este número **constante** se denomina **razón** y se representa con la **letra *r*.**
7. **a** $a_3 = 12$. **b** $r = 2$. **c.** $a_n = 3\cdot 2^{n-1}$.

   d $S_5 = \dfrac{3\cdot 2^5 - 3}{2-1} = 93$. **e** $P_6 = \sqrt{(3\cdot 96)^6} = 23887872$
8. **a** La sucesión es aritmética. $a_n = 2 + (n-1)\cdot 4$.
   b La sucesión es aritmética. $a_n = -2 + (n-1)\cdot 2$.
   c La sucesión es geométrica. $a_n = 2\cdot 3^{n-1}$.
   d La sucesión es geométrica. $a_n = 32\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$
9. **a** $a_5 = 405$; $a_7 = 3645$. **b** $a_5 = -1280$; $a_7 = -20\,480$.
   c $a_5 = 17$; $a_7 = 23$. **d** $a_5 = -19$; $a_7 = -31$.

Mates en contexto

Páginas 114, 115, 116 y 117

Contexto 1

1. $\dfrac{1}{15}\cdot x + \dfrac{1}{18}\cdot x + \dfrac{1}{21}\cdot x = 1 \rightarrow x = \dfrac{630}{107}$ horas = 5,89 horas. No, necesitarán más de 5 horas.
2. $\dfrac{1}{15}\cdot x + \dfrac{1}{18}\cdot x = 1 \rightarrow x = \dfrac{90}{11}$ horas = $8,\widehat{18}$ horas.
3. $\dfrac{1}{18}\cdot x + \dfrac{1}{21}\cdot x = 1 \rightarrow x = \dfrac{126}{13}$ horas = 9,69 horas.
4. 50,95 %. 0,4905.

Contexto 2

1. **a** $\dfrac{42}{1,51^2}$ = 18,4202… ≈ 18,4.

   b $\dfrac{43}{1,54^2}$ = 18,1312… ≈ 18,1.

   c $\dfrac{80}{1,64^2}$ = 29,7441… ≈ 29,7.

   d $\dfrac{78}{1,74^2}$ = 25,7629… ≈ 25,8.

   e. $\dfrac{100}{1,82^2}$ = 30,1895… ≈ 30,2.
2. Ninguno.
3. Todos.

Contexto 3

1. $a_n = 500\cdot 2^{n-1}$
2. $S_n = \dfrac{a_n\cdot 2 - 500}{2-1} = \dfrac{500\cdot 2^n - 500}{2-1}$
3. $a_4 = 4000$ €; $S_4 = 7500$ €.
4. $a_7 = 32\,000$ €; $S_7 = 63\,500$ €.
5. $S_5 = 15\,500$ €.
6. $S_{10} = 511\,500$ €.
7. $a_4 = 500 + (4-1)\cdot 200 = 1100$ €.

   $S_4 = \dfrac{500 + 1100}{2}\cdot 4 = 3200$ €

Contexto 4

1. **a** $0,3\cdot 10^2 + 50\cdot 10 = 530$ €.
   b $0,3\cdot 100^2 + 50\cdot 100 = 8000$ €.
   c $0,3\cdot 1000^2 + 50\cdot 1000 = 350\,000$ €.
   d $0,3\cdot 10\,000^2 + 50\cdot 10\,000 = 30\,500\,000$ €.
2. **a** $0,2\cdot 10^2 + 250\cdot 10 = 2520$ €.
   b $0,2\cdot 100^2 + 250\cdot 100 = 27\,000$ €.
   c $0,2\cdot 1000^2 + 250\cdot 1000 = 450\,000$ €.
   d $0,2\cdot 10\,000^2 + 250\cdot 10\,000 = 22\,500\,000$ €.
3. Beneficios = $0,1x^2 - 200x$.
4. **a** $0,1\cdot 10^2 - 200\cdot 10 = -1990$ €.
   b $0,1\cdot 100^2 - 200\cdot 100 = -19\,000$ €.
   c $0,1\cdot 1000^2 - 200\cdot 1000 = -100\,000$ €.
   d. $0,1\cdot 10\,000^2 - 200\cdot 10\,000 = 8\,000\,000$ €.

Unidad 6. El mundo de la publicidad

1. Negocios

Contextos

Páginas 118 y 119

Contexto 1

1. 50 €, 100 €, 150 €.
2. Precio por noche y número de noches.
3. Sí. Variable independiente (x): precio por noche. Variable dependiente (y): número de noches.
4. $y = 50\cdot x$.
5. 145 €, 190 €, 235 €.
6. $y = 100 + 45\cdot x$

Contexto 2

1. Según la tarifa 1, deben pagar por 15 noches: $50 \cdot 15 = 750$ €. Precio por persona (para 2 personas) $= \frac{750}{2} = 375$ €/persona. Precio por persona (para 3 personas) $= \frac{750}{3} = 250$ €/persona. Precio por persona (para 4 personas) $= \frac{750}{4} = 187{,}5$ €/persona.
   Según la tarifa 2, deben pagar por 15 noches: $100 + 45 \cdot 15 = 775$ €. Precio por persona (para 2 personas) $= \frac{775}{2} = 387{,}5$ €/persona. Precio por persona (para 3 personas) $= \frac{775}{3} = 258{,}33$ €/persona. Precio por persona (para 4 personas) $= \frac{775}{4} =$
   $= 193{,}75$ €/persona.
2. $x = \frac{y}{50}$; $x = \frac{y - 100}{45}$
3. $f(40) = -\frac{40^2}{50} + \frac{16}{5} \cdot 40 - 78 = 18$ €
4. $f(x) = 0 \rightarrow -\frac{x^2}{50} + \frac{16}{5} \cdot x - 78 = 0 \rightarrow x_1 = 30; x_2 = 130$

Entrénate

Páginas 120, 121, 122 y 123

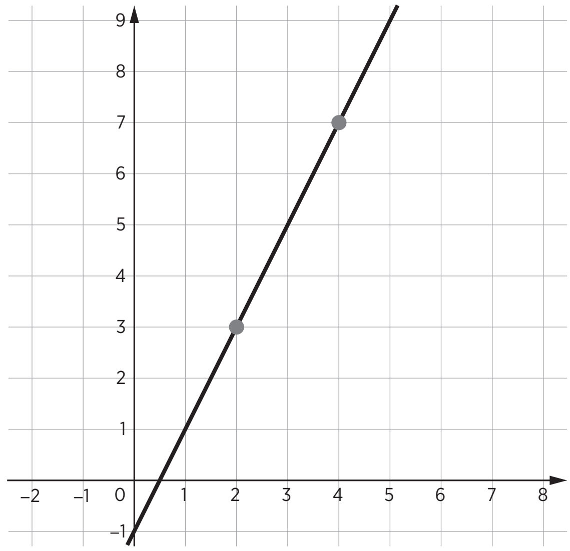
1. Dos **magnitudes** están relacionadas cuando, a partir de una de **ellas,** podemos **calcular** la otra. La que calculamos se llama variable **dependiente** y la designamos mediante la **letra *y*.** La otra es la variable **independiente;** habitualmente se representa con la **letra *x*.**
2. **a** Sí. **b** No. **c** Sí. **d** Sí.
3. **a** Sí. **b** No. **c** Sí. **d** Sí. **e** Sí. **f** No.
4.

Función afín	Pendiente	Ordenada en el origen	Crecimiento / Decrecimiento
$f(x) = x + 3$	1	3	creciente
$f(x) = 5x - 4$	5	−4	creciente
$f(x) = 7 - 2x$	−2	7	decreciente
$f(x) = -3x + 3$	−3	3	decreciente
$f(x) = 0{,}5x + 1$	0,5	1	creciente
$f(x) = -7x - 1$	−7	−1	decreciente

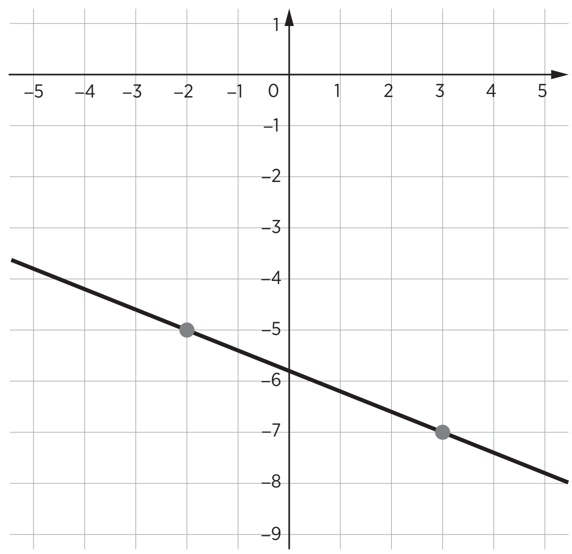
5. Respuesta abierta. Por ejemplo:

Función	Punto *a*	Punto *b*	Punto *c*
$f(x) = 2x$	(0, 0)	(1, 2)	(−1, −2)
$f(x) = -3x - 1$	(0, −1)	(2, −7)	(−1, 2)
$f(x) = 5x - 3$	(0, −3)	(3, 12)	(−2, −13)
$f(x) = 4$	(0, 4)	(1, 4)	(−3, 4)

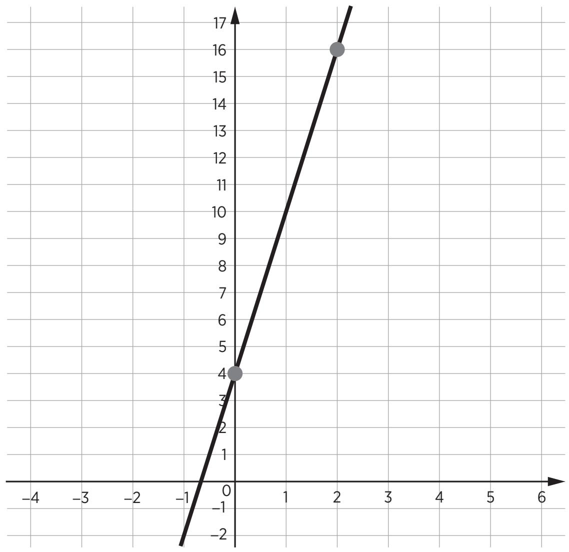
6. **a** $\Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 52$.
   b $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 49$.
   c $\Delta = 8^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 84$.
7. Una **función** es una **relación** entre dos magnitudes, de tal manera que a cada **valor** de la primera magnitud le **corresponde,** como mucho, **un** valor de la segunda.
   La expresión **algebraica** de una función indica las **operaciones** que se deben hacer con la variable **independiente** para calcular el valor **relacionado** de la variable **dependiente.**
8. Funciones afines: $y = 2x - 1$; $y = -1 - 2x$. Funciones constantes: $y = -2$; $y = 0$. Funciones de proporcionalidad directa: $y = -4x$; $y = 8x$.
9. **a** $m = \frac{7 - 3}{4 - 2} = 2$



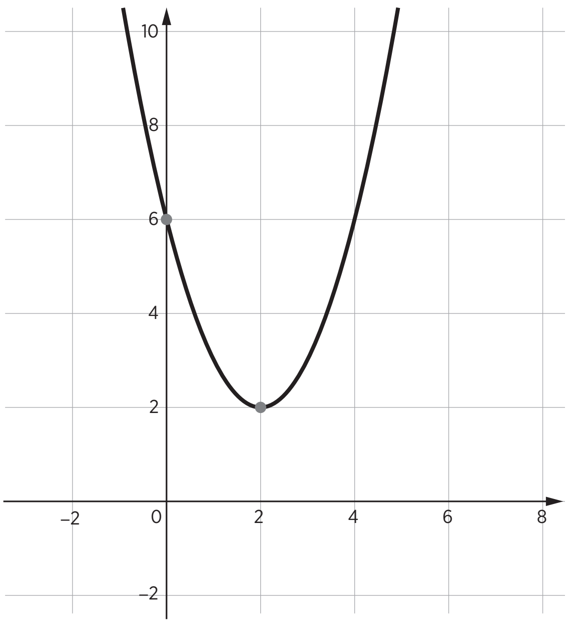
   b $m = \frac{-7 - (-5)}{3 - (-2)} = \frac{-2}{5}$



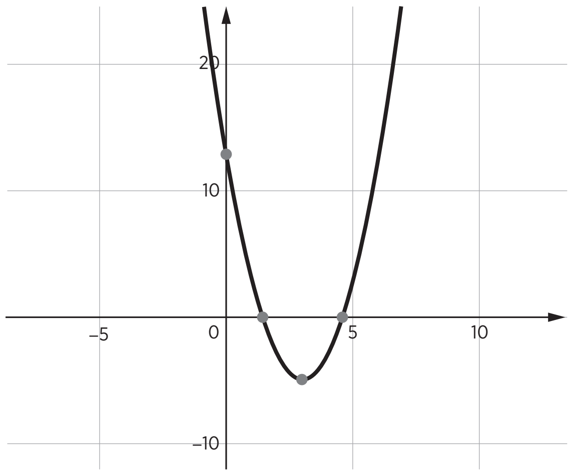
c $m = \dfrac{16 - 4}{2 - 0} = 6$



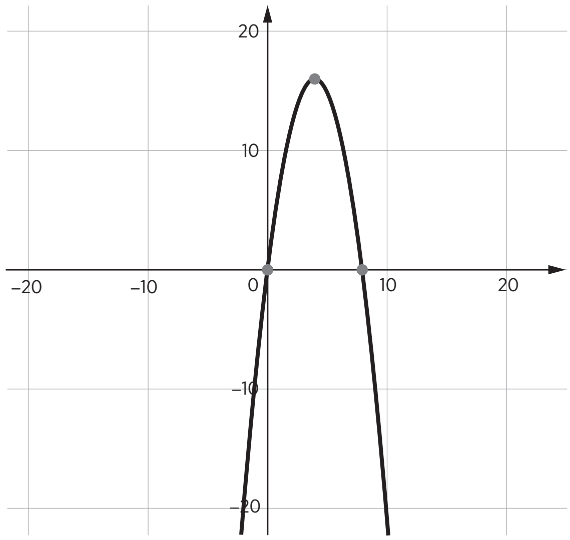
10. a $x_v = \dfrac{4}{2} = 2$; $y_v = 2^2 - 4 \cdot 2 + 6 = 2$; vértice = (2, 2)



b $x_v = \dfrac{12}{4} = 3$; $y_v = 2 \cdot 3^2 - 12 \cdot 3 + 13 = -5$; vértice = (3, −5)



c $x_v = \dfrac{-8}{-2} = 4$; $y_v = -4^2 + 8 \cdot 4 = 16$; vértice = (4, 16)



11. Asignando las letras a-f a las diferentes funciones y los números 1-6 a los puntos, tenemos: a-2, b-3, c-1, d-5, e-6, f-4.

2. Artes gráficas
Contextos

Páginas 124 y 125

Contexto 1

1. Anchura = $\dfrac{55}{2{,}54}$ = 21,65 pulgadas.

Altura = $\dfrac{175}{2{,}54}$ = 68,90 pulgadas.

2. $\frac{55}{11} = 5$; $\frac{175}{35} = 5$. Sí.

3. Diagonal^2 = $21{,}65^2 + 68{,}90^2 = 5215{,}93 \rightarrow$

$\rightarrow$ Diagonal $= \sqrt{5215{,}93} = 72{,}22$ pulgadas.

Contexto 2

1. $\frac{\text{Diámetro del plato}}{\text{Lado del cuadrado}} = \frac{23}{3} = 7{,}\widehat{6}$.

2. $\frac{\text{Diámetro del plato}}{\text{Lado del cuadrado}} = \frac{18}{x} = 7{,}\widehat{6}$, $x = 2{,}35$ cm.

3. 72,26 cm; 9,42 cm;

$\frac{\text{Longitud del borde del plato real}}{\text{Longitud del borde del plato en la octavilla}} =$

$= \frac{72{,}26}{9{,}42} = 7{,}67$. Sí, es la misma.

4. 415,48 cm^2; 7,07 cm^2;

$\frac{\text{Área del plato real}}{\text{Área del plato en la octavilla}} = \frac{415{,}48}{7{,}07} = 58{,}77$.

Entrénate

Páginas 126, 127, 128 y 129

1. Dos **figuras** son **semejantes** si sus ángulos son **iguales** y sus lados, **proporcionales.**

2. **a** $k = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$; $k = \frac{4}{x} \rightarrow x = 12$

b $\frac{\text{Perímetro 1}}{\text{Perímetro 2}} = \frac{2 \cdot 7 + 2 \cdot 4}{2 \cdot 21 + 2 \cdot 12} = \frac{1}{3}$

c $\frac{\text{Área 1}}{\text{Área 2}} = \frac{7 \cdot 4}{21 \cdot 12} = \frac{1}{9}$

3. El ángulo que falta del primer triángulo mide 74°, y el del segundo triángulo, $x = 69°$. Los ángulos del primer triángulo miden, pues, 36°, 70° y 74°. Los ángulos del segundo triángulo miden 36°, 75° y 69°. Los triángulos, por tanto, no son semejantes.

4. **a** F. **b** V. **c** V.

5. **a** Escala = $\frac{0{,}08}{4} = \frac{1}{50}$. **b** 0,12 m = 12 cm. **c** 2,5 m.

d 0,0096 m^2 = 96 m^2.

6. **a** Iguales. **b** Proporcionales.

7. $\frac{12}{8} = \frac{x}{6} \rightarrow x = 9$

8. **a** $\frac{16}{32} = \frac{x}{28}$, $x = 14$. **b** $\frac{16}{32} = \frac{10}{y}$, $y = 20$.

9. **a** $\frac{1}{250\,000} = \frac{x}{7}$,

$x = 0{,}000\,028$ km = 0,028 m = 2,8 cm.

b $\frac{1}{250\,000} = \frac{x}{2{,}5}$, $x = 0{,}000\,01$ km = 0,01 m = 1 cm.

10. **a** 288 cm^2. **b** 7200 cm^2.

11. **a** $\frac{85}{34} = \frac{105}{x}$, $x = 42$. **b** $\frac{9}{6} = \frac{15}{x}$, $x = 10$.

12. $x = 20$ m.

13. **a** $k = 0{,}25$; cateto mayor del segundo triángulo = = 1,5 m. **b** 0,25. **c** 0,0625.

3. El precio de la publicidad

Contextos

Páginas 130 y 131

Contexto 1

1.

Emisora	Precio más alto	Precio más bajo
SER	11 215 €	1200 €
ONDA CERO	12 440 €	500 €
COPE	10 990 €	1520 €

2. SER: de 7:00 a 10:00 h. ONDA CERO: de 7:00 a 10:00 h. COPE: de 6:00 a 10:00 h.

3. SER: de 4:00 a 6:00 h. ONDA CERO: de 4:00 a 6:00 h. COPE: de 1:30 a 6:00 h.

4. SER: 4781,5 €. ONDA CERO: 5583,33 €. COPE: 6401,67 €. En conjunto: 5459 €.

Contexto 2

1. En 8tv.cat y rac1.cat. En europafm.com. 40 €.

2. 20 €. Moda. No.

3. $\overline{x} = \frac{50 \cdot 2 + 20 \cdot 6 + 16 \cdot 2 + 25 \cdot 5 + 18 \cdot 2}{22} +$

$+ \frac{14 \cdot 1 + 30 \cdot 1 + 10 \cdot 1 + 27 \cdot 1 + 19 \cdot 1}{22} = 23{,}32$ €

4. Costo diario = $\frac{10 \cdot 50\,000}{1000}$ = 500 €.

Número de días = $\frac{15\,000}{500}$ = 30 días.

5. $\frac{15 \cdot 250\,000}{1000}$ = 3750 €/día $\rightarrow$

$\rightarrow$ Al mes = $3750 \cdot 30 = 112\,500$ €.

Entrénate

Páginas 132, 133, 134 y 135

1. Los parámetros **centrales** son números que representan de forma global el conjunto de los **datos.** Existen muchos parámetros centrales, si bien los más **importantes** son estos tres:
   - **Moda:** es el valor que tiene **mayor** frecuencia **absoluta.** Se representa mediante *Mo*.
   - Mediana: es el valor que ocupa el lugar **central** de todos los datos cuando estos están **ordenados** de menor a mayor. Se representa con *Me*.
   - **Media** aritmética. Es el valor obtenido tras **sumar** todos los datos y **dividir** el resultado entre el número total de datos. Se representa con el símbolo $\bar{x}$.
2. **a** $Mo = 14$. **b** $Me = 15$.

   c $\bar{x} = \dfrac{14 \cdot 12 + 15 \cdot 10 + 16 \cdot 5 + 17 \cdot 2 + 18 \cdot 1}{30} = 15$
3. $\dfrac{N \cdot 1}{4} = 0{,}75 \rightarrow Q_1 = 14$. $\dfrac{N \cdot 1}{2} = 15 \rightarrow Q_2 = Me = 15$.

   $\dfrac{N \cdot 3}{4} = 22{,}5 \rightarrow Q_3 = 16$.
4. **a** $\bar{x} = 7$; $Me = 7$; $Mo = 7$; $Q_1 = 6$; $Q_2 = 7$; $Q_8 = 8$.
   b $\bar{x} = 3$; $Me = 3$; $Mo = 3$; $Q_1 = 2$; $Q_2 = 3$; $Q_8 = 4$.
5. **a** Recorrido = 9 – 3 = 6. **b** Recorrido = 22 – 3 = 19. **c** Recorrido = 23 – 2 = 21.
6. Respuesta abierta. Por ejemplo: 3, 4, 7, 8, 8 — 2, 6, 7, 7, 8 — 3, 3, 8, 8, 8
7. Respuesta abierta. Por ejemplo: 2, 3, 4, 7, 8 — 5, 4, 3, 2, 8 — 8, 6, 2, 2, 4
8. Respuesta abierta. Por ejemplo: 4, 5, 6, 8, 8 — 8, 3, 8, 8, 7 — 6, 3, 8, 2, 8
9. Respuesta abierta. Por ejemplo: 6, 8, 12, 3, 9 — 18, 11, 9, 13, 10 — 6, 8, 10, 12, 15
10. Respuesta abierta. Por ejemplo: 4, –5, 4, 8, 9, 10 — 8, 4, –8, 4, 10, 12 — 17, 8, 9, –12, 4, 4
11. $\bar{x} = \dfrac{0 \cdot 5 + 1 \cdot 8 + 2 \cdot 12 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 2}{44} = 2{,}\widehat{27}$;

    $\sigma^2 = \dfrac{0^2 \cdot 5 + 1^2 \cdot 8 + 2^2 \cdot 12 + 3^2 \cdot 10 + 4^2 \cdot 7 + 5^2 \cdot 2}{44} -$

    $-2{,}\widehat{27}^2 = 1{,}83 \rightarrow \sigma = 1{,}35$
12. **a** $\bar{x} = 1{,}52$; $Me = 1$; $Mo = 1$.

    b $\sigma^2 = \dfrac{0^2 \cdot 4 + 1^2 \cdot 10 + 2^2 \cdot 6 + 3^2 \cdot 4 + 4^2 \cdot 1}{25} -$

    $-1{,}52^2 = 1{,}13 \rightarrow \sigma = 1{,}06$

Mates en contexto

Páginas 136, 137, 138 y 139

Contexto 1

1. Grupo A:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
f_i	0	1	1	2	2	3	5	4

   4 alumnos. 6 alumnos.

   Grupo B:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
f_i	0	0	0	4	5	3	2	2	1	1

   4 alumnos. 9 alumnos.

2. Grupo A: $\bar{x} = 5$; $Me = 5{,}5$; $Mo = 6$.
   Grupo B: $\bar{x} = 5$; $Me = 4{,}5$; $Mo = 4$.

Contexto 2

1. 3250 m.
2. $\dfrac{2}{50\,000} = \dfrac{1}{25\,000}$
3. Longitud de la casa = 100 m.
   Anchura de la casa = 25 m.
   Superficie de la casa = 100 · 25 = 2500 m^2.
   Radio de la piscina = 6,25 m.
   Superficie de la piscina = $\pi \cdot 6{,}25^2 = 122{,}72$ m^2.

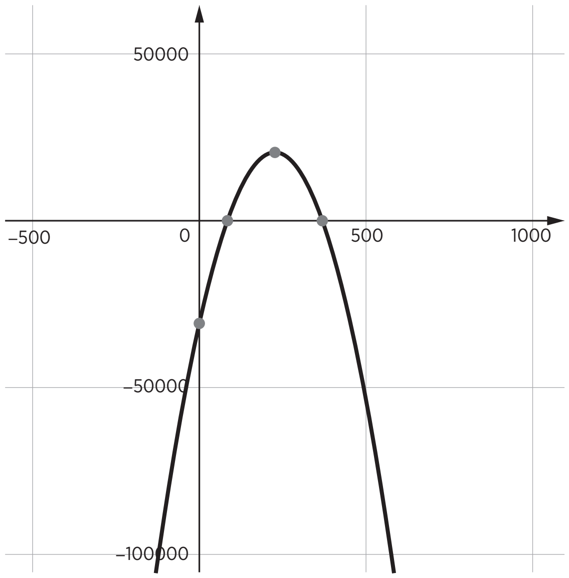
Contexto 3

1. 9,75 cm. 19,5 cm.
2. 8,67 cm.
3. Ratio 1 = 0,748 ≈ 0,75. Ratio 2 = 0,752 ≈ 0,75. Son prácticamente proporcionales.
4. Perímetro = 2 · 40 + 2 · 60 = 200 cm. Área = 40 · 60 = 2400 cm^2.
5. Perímetro 2 = $\dfrac{3}{2} \cdot 200 = 300$ cm.

Contexto 4

1. $C(90) = 90^2 + 40 \cdot 90 + 30\,000 = 41\,700$ €.
2. Importe de la venta = 490 · 90 = 44 100 €.
3. Beneficio = 44 100 – 41 700 = 2400 €.
4. Beneficio $(x) = 490 \cdot x - (x^2 + 40x + 30\,000) =$ $= -x^2 + 450x - 30\,000$. Es una función cuadrática.

5.



6. 225 microondas.
7. 20 625 €.

Unidad 7. Los números te cuidan

1. La dosis exacta

Contextos

Páginas 140 y 141

Contexto 1

1. La concentración de un medicamento se puede expresar de tres maneras:
- **Masa/volumen.** Por ejemplo, la expresión 2 mg/mL significa que hay **2** mg de fármaco por cada **1** mL de volumen de disolución.
- **Porcentaje (%).** Es la cantidad de fármaco (normalmente, en g) que hay en **100** mL de disolución.
- **Razón.** Se trata de la relación entre la cantidad de fármaco y una determinada cantidad de disolución.

Si no hay unidades, se sobrentiende que se refiere a g de fármaco por mL de volumen. Por ejemplo, 5:10; si se escribe en forma de fracción, hay que expresar las unidades: **5** mg/**10** mL.

2. 200 mg = 0,2 g
3. 0,2 % = 0,2:100 = 0,2 g/100 mL
4. 2 % = 2 g/100 mL = 20 mg/mL
5. Porcentaje:

$$100 \text{ mg/mL} = \frac{100 \cdot 10^{-3}\text{ g}}{1\text{ mL}} = \frac{10\text{ g}}{100\text{ mL}} = 10\,\%.$$

Razón: 0,1 g/mL.

6. De 15 mg/kg. De 10 mg/kg.

Contexto 2

1. Microbio: $4 \cdot 10^{-6}$ cm. Virus: $2 \cdot 10^{-8}$ cm.
Glóbulo rojo: $7{,}5 \cdot 10^{-6}$ mm. Bacteria: $2 \cdot 10^{-7}$ mm.

2. $1\text{ nm} = \frac{1}{10^9}\text{ m}$

3. 1 nm = 10^{-9} m

4.

Tamaño de un microbio	0,000 004 cm	$4 \cdot 10^{-6}$ cm = $4 \cdot 10^{-8}$ m	40 nm
Tamaño de un virus	0,000 000 02 cm	$2 \cdot 10^{-8}$ cm = $2 \cdot 10^{-10}$ m	0,2 nm
Tamaño de un glóbulo rojo	0,000 007 5 mm	$7{,}5 \cdot 10^{-6}$ mm = $7{,}5 \cdot 10^{-9}$ m	7,5 nm
Tamaño de una bacteria	0,000 000 2 mm	$2 \cdot 10^{-7}$ mm = $2 \cdot 10^{-10}$ m	0,2 nm
Diámetro del ADN	0,000 000 000 2 mm	$2 \cdot 10^{-10}$ mm = $2 \cdot 10^{-13}$ m	0,0002 nm
Número de neuronas que forman el sistema nervioso	10 000 000 000	$1 \cdot 10^{10}$	

Entrénate

Páginas 142, 143, 144 y 145

1. **a** 5 000 000 mm³ = $5 \cdot 10^6$ mm³. **b** $4{,}5 \cdot 10^6$ glóbulos rojos. **c** $2{,}25 \cdot 10^{13}$ glóbulos rojos.
2. $R = 6{,}37 \cdot 10^6$ m. $L = 4{,}002 \cdot 10^6$ m.
3. La razón de dos **números** es el **cociente** entre ellos. Por ejemplo, la razón de 2 y 5 es $\frac{2}{5}$. Una **proporción** es la **igualdad** de dos razones.

4.

Kilos	1	2	3	4	6	7	8	10
Importe	10	20	30	40	60	70	80	100

5. El empleado que trabajó 20 h recibirá: 42 · 20 = = 840 €. El empleado que trabajó 15 h recibirá: 42 · 15 = 630 €. El empleado que trabajó 10 h recibirá: 42 · 10 = 420 €. Comprobamos: 840 + + 630 + 420 = 1890 €.

6. $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{47}{60}$. Luego, $\frac{94}{47/60}=120$. La persona que tardó 3 minutos recibirá: $\frac{1}{3}\cdot 120=40$ puntos. La persona que tardó 4 minutos recibirá: $\frac{1}{4}\cdot 120=30$ puntos. La persona que tardó 5 minutos recibirá: $\frac{1}{5}\cdot 120=24$ puntos. Comprobamos: 40 + 30 + 24 = 94 puntos.

7. $54\,000 = 5{,}4\cdot 10^4$; $540\,000 = 5{,}4\cdot 10^5$; $0{,}000\,54 = 5{,}4\cdot 10^{-4}$; $5\,400\,000 = 5{,}4\cdot 10^6$; $0{,}0054 = 5{,}4\cdot 10^{-3}$; $5400 = 5{,}4\cdot 10^3$; $0{,}54 = 5{,}4\cdot 10^{-1}$; $54 = 5{,}4\cdot 10^1$.

8.

	DP	IP	NP
Número de comensales y cantidad de comida.	×		
Gasolina consumida por un coche y kilómetros recorridos.	×		
Cantidad de agua que sale por un grifo y tiempo que tarda en llenar una piscina.		×	
Edad de una persona y altura de esta.			×
Precio de un libro y número de páginas.			×
Velocidad de un coche y tiempo que tarda en recorrer la distancia que separa dos ciudades.		×	

9. **a** Proporcionalidad directa. $k=\frac{2}{1{,}5}=1{,}\widehat{3}=\frac{4}{3}$

x	2	3	4	5	7	10	27,6
y	1,5	2,25	3	3,75	5,25	7,5	20,7

b Proporcionalidad inversa. $k=2\cdot 10=20=\frac{20}{1}$

x	2	4	5	10	16
y	10	5	4	2	1,25

10. **a**

Personas	Días	Precio
5	6	1500
7	9	x

$\frac{5}{7}\cdot\frac{6}{9}=\frac{1500}{x}\rightarrow x=3150$ €.

b

Personas	Horas	Días
1	6	14
3	7	x

$\frac{3}{1}\cdot\frac{7}{6}=\frac{14}{x}\rightarrow x=4$ días.

c.

Vacas	Forraje	Días
15	1250	30
25	1875	x

$\frac{25}{15}\cdot\frac{1250}{1875}=\frac{30}{x}\rightarrow x=27$ días.

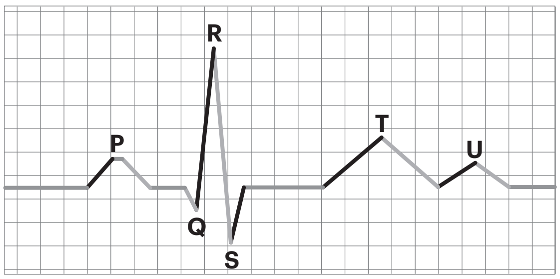
11. Operaciones en notación **científica.**
- **Suma** y resta: deben tener la **misma** potencia de 10.
- Producto y **cociente:** se **multiplican,** por un lado, los **decimales** y, por el otro, las **potencias** de 10. Luego se pasa el resultado final a **notación** científica.

2. Lati2 del corazón
Contextos

Páginas 146 y 147

Contexto 1

1 y 2.



Verde: Todos los tramos horizontales.
Azul: de horizontal a P, de Q a R, de S a horizontal, de horizontal a T, de descendente a U.
Rojo: de P a horizontal, de horizontal a Q, de R a S, de T hasta ascendente, de U a horizontal.
Son máximos relativos P, R, T y U; son mínimos relativos Q y S.

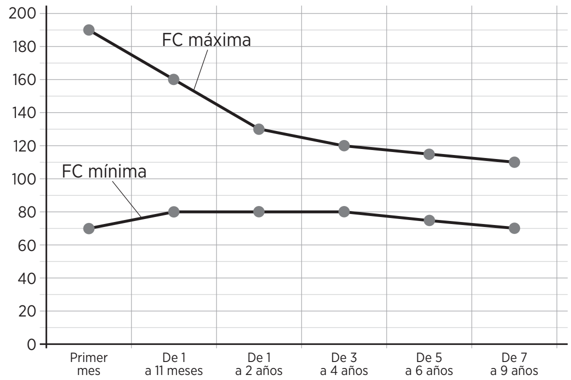
3. Sí; entre T y U hay un mínimo relativo, ya que la función deja de ser decreciente para convertirse en creciente.

4. Sí; al terminar un latido comienza otro, por lo que esa parte de la función se repite de forma continua.

5. 115 200 periodos.

Contexto 2

1.



2.

Edad	Media de latidos por minuto	Media de latidos en cada intervalo
Primer mes de vida	(70, 190)	130
Entre 1 y 11 meses	(80, 160)	120
Entre 1 y 2 años	(80, 130)	105
Entre 3 y 4 años	(80, 120)	100
Entre 5 y 6 años	(75, 115)	95
Entre 7 y 9 años	(70, 110)	90

3. En una hora: 4800 latidos. En un día: 115 200 latidos. En un año: 42 048 000 latidos.

4. mL de sangre bombeada = $80 \cdot 80 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 20 = 6{,}73 \cdot 10^{10}$ mL.

Entrénate

Páginas 148, 149, 150 y 151

1. Una **función** es una regla que asigna a cada valor de la variable **independiente** *x,* perteneciente a un determinado **conjunto** de números, un **único** valor de la variable **dependiente** *y.*

El conjunto de valores de la variable independiente *x* se denomina **dominio** de la función. Lo expresamos mediante ***Dom (f).***

El conjunto de valores formados por las **imágenes** o transformados de *x* se llama **recorrido** o **rango** de la función. Lo expresamos mediante *Rec (f)* o ***Rang (f).***

La **gráfica** de una función es el conjunto de puntos (*x, y*) tales que ***y = f(x).***

2. Sí. No. Sí. Sí. Sí. Sí. No. Sí.

3. a $x_1 + x_2 = \dfrac{-(-8)}{1} = 8$; $x_1 \cdot x_2 = \dfrac{12}{1} = 12$.

b $x_1 + x_2 = \dfrac{-(-5)}{1} = 5$; $x_1 \cdot x_2 = \dfrac{0}{1} = 0$.

c $x_1 + x_2 = \dfrac{-2}{3}$; $x_1 \cdot x_2 = \dfrac{-1}{3}$.

d $x_1 + x_2 = \dfrac{0}{4} = 0$; $x_1 \cdot x_2 = \dfrac{-36}{4} = -9$.

4. a $x^2 - 9x + 20 = 0$. **b** 0; 0; $b = -1$; $c = 0$; $x^2 - x = 0$.

5. Crece en $(-\infty, -2) \cup \left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right) \cup \left(1, \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) \cup (2, +\infty)$.

Decrece en $\left(-2, -\dfrac{1}{2}\right) \cup \left(\dfrac{1}{2}, 1\right) \cup \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}, 2\right)$.

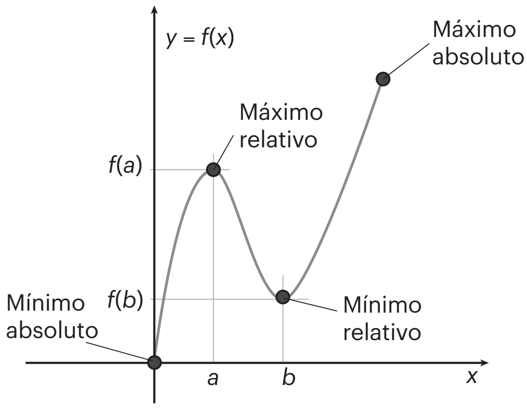
6. Máximos en $x = -2$, $x = \dfrac{1}{2}$, $x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Mínimos en $x = -\dfrac{1}{2}$, $x = 1$, $x = 2$.

7. Los extremos **relativos** de una función son los puntos en los que se produce un cambio en el **crecimiento.**

- Un **máximo** relativo es el punto donde la función deja de ser creciente y empieza a ser **decreciente.**
- Un **mínimo** relativo es el punto donde la función pasa de decreciente a **creciente.**
- El máximo **absoluto** es el punto donde la función alcanza su valor máximo.
- El mínimo absoluto es el punto donde la función alcanza su **valor** mínimo.

8.



9. $\dfrac{320}{540} \cdot \dfrac{6}{9} = \dfrac{3520}{x} \rightarrow x = 8910$ €.

10. a Total: 15 + 21 + 29 = 65. Por tanto: 6500 / 65 = = 100 €. El primero recibe: $15 \cdot 100 = 1500$ €. El segundo recibe: $21 \cdot 100 = 2100$ €. El tercero recibe: $29 \cdot 100 = 2900$ €. Comprobación: 1500 + 2100 + + 2900 = 6500 €.

b Suma de los inversos: $\frac{1}{2}+\frac{1}{13}+\frac{1}{26}=\frac{16}{26}=\frac{8}{13}$.

Por tanto: $6500/\left(\frac{8}{13}\right)=\frac{21125}{2}$.

El primero recibe: $\frac{1}{2}\cdot\frac{21\,125}{2}=5281{,}25$ €.

El segundo recibe: $\frac{1}{13}\cdot\frac{21\,125}{2}=812{,}5$ €.

El tercero recibe: $\frac{1}{26}\cdot\frac{21\,125}{2}=406{,}25$ €.

Comprobación: 5281,25 + 812,5 + 406,25 = 6500 €.

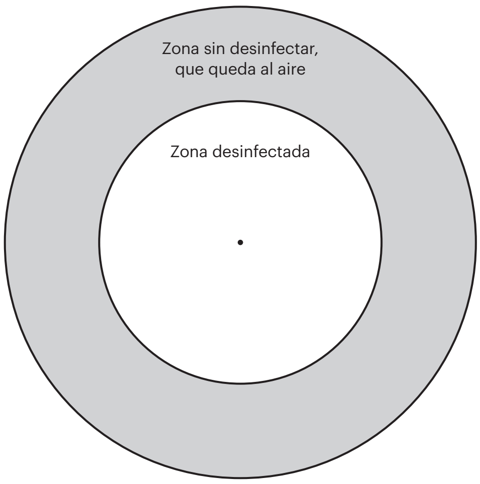
3. El lugar donde operar

Contextos

Páginas 152 y 153

Contexto 1

1. Abriendo las tijeras al máximo se forman 4 ángulos, dos de 45° y dos de 135°.
2. Respuesta abierta, los estudiantes dan su opinión.
3. **a** Tendrá forma de círculo. **b** $A = \pi \cdot 3^2 = 28{,}27$ cm²
4. Área sin desinfectar = $\pi \cdot 5^2 - \pi \cdot 3^2 = 50{,}27$ cm².



Contexto 2

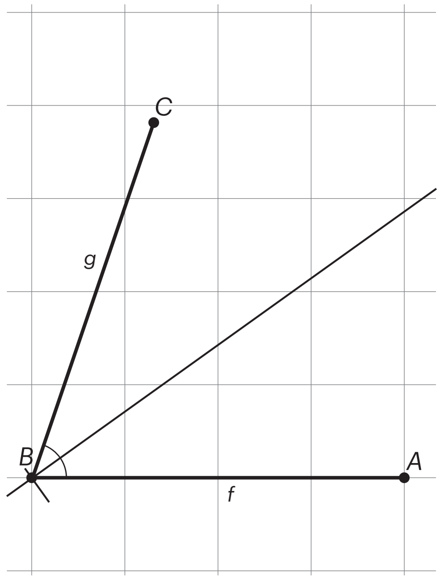
1. $A_1 = \pi \cdot 9^2 = 254{,}47$ cm².
2. $A_2 = \pi \cdot 4^2 = 50{,}27$ cm².
3. $A_{\text{sin tapar}} = A_1 - A_2 = 204{,}20$ cm².
4. **a** $\alpha = \frac{360°}{5} = 72°$.

   b $A_{\text{cuña}} = \frac{A_1}{5} = \frac{\pi \cdot 9^2}{5} = 50{,}89$ cm².

   c $A_{\text{etiqueta}} = \frac{A_2}{5} = \frac{\pi \cdot 4^2}{5} = 10{,}05$ cm².

5. a Por la recta que está a la misma distancia de todos los puntos del borde del queso.

b



c Bisectriz.

d $\beta = \frac{\alpha}{2} = 36°$

Entrénate

Páginas 154, 155, 156 y 157

1. • Una **recta** es una sucesión de puntos que se extienden en una sola **dirección.** Las rectas son infinitas, ya que no tienen **origen** ni final.
   • Una **semirrecta** es la parte de una recta que está situada hacia un lado de un **punto** de origen. Las semirrectas son infinitas: podemos determinar su origen, pero no su **final.**
   • Un segmento es un **fragmento** de recta que está comprendido entre **dos** puntos de esta. Los segmentos son **finitos:** tienen un origen y un final, los cuales se denominan **extremos** del segmento.
2. **a** V. **b** F. **c** V. **d** F. **e** F. **f** F. **g** F. **h** V. **i** V.
3. **a** $L = 2\cdot\pi\cdot 10 = 62{,}83$ cm. **b** $L = 2\cdot\pi\cdot 25 = 157{,}08$ cm.
   c $L = 2\cdot\pi\cdot 20$ cm $= 125{,}66$ cm.
4. **a** $A = \pi \cdot 40^2 = 5026{,}55$ cm².
   b $A = \pi \cdot 25^2 = 1963{,}50$ cm².
   c $A = \pi \cdot 30^2 = 2827{,}43$ cm².
5. **a** $A = \frac{\pi \cdot 17^2 \cdot 60}{360} = 151{,}32$ cm².

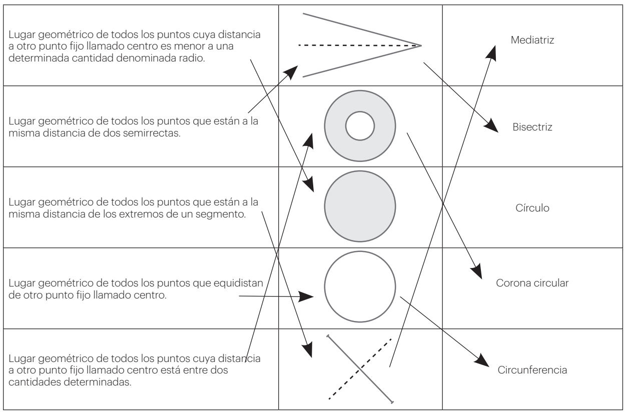
   b $A = \frac{\pi \cdot 25^2 \cdot 60}{360} = 327{,}25$ cm².

   c $A = \frac{\pi \cdot 30^2 \cdot 60}{360} = 471{,}24$ cm².

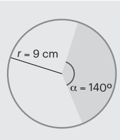
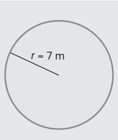
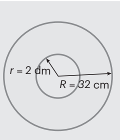
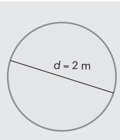
6. **a** $A = \pi \cdot (8^2 - 4^2) = 150{,}80\ \text{cm}^2$.
b $A = \pi \cdot (18^2 - 12^2) = 565{,}49\ \text{cm}^2$.
c $A = \pi \cdot (52^2 - 40^2) = 3468{,}32\ \text{cm}^2$.

7. $\hat{B} = 140°$, $\hat{C} = 40°$, $\hat{D} = 140°$.

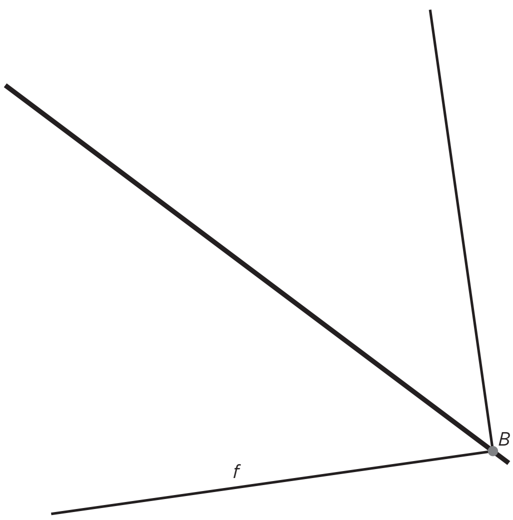
8.



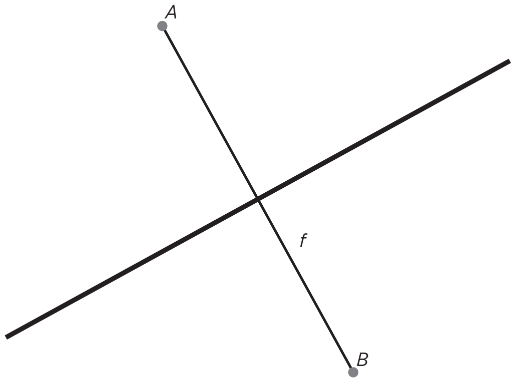
9.

Figura	Nombre	Área
	Sector circular	$A = \dfrac{\pi \cdot 9^2 \cdot 140}{360} = 98{,}96\ \text{cm}^2$
	Círculo	$A = \pi \cdot 7^2 = 153{,}94\ \text{m}^2$
	Corona circular	$A = \pi \cdot (32^2 - 20^2) = 1960{,}35\ \text{cm}^2$
	Círculo	$A = \pi \cdot 1^2 = 3{,}14\ \text{m}^2$

10.



11.



12. $R = \dfrac{\text{Diámetro}}{2} = 18\ \text{cm}$;

$r = \dfrac{\text{Diámetro mayor}}{4} = \dfrac{R}{2} = 9\ \text{cm}$;

$A = \pi \cdot (R^2 - r^2) = \pi \cdot (18^2 - 9^2) = 763{,}41\ \text{cm}^2$

13. $\dfrac{\text{Área corona}}{\text{Área círculo mayor}} = \dfrac{\pi \cdot \left(18^2 - 9^2\right)}{\pi \cdot 18^2} = 0{,}75 \rightarrow$
$\rightarrow 75\ \%$

Mates en contexto

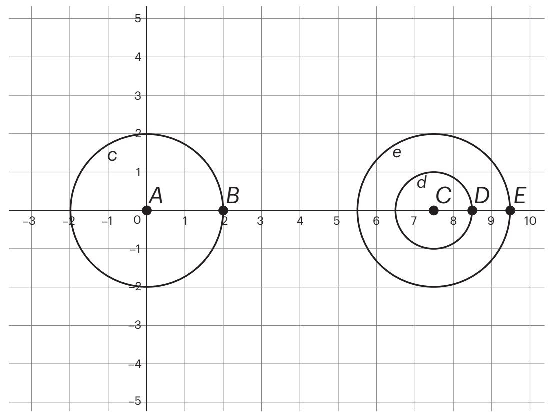
Páginas 158, 159, 160 y 161

Contexto 1

1. Interés al cabo de un año: $30\,000 \cdot 0{,}04 = 1200$ €.
Interés al cabo de dos años: $30\,000 \cdot 0{,}04 \cdot 2 =$
$= 2400$ €.
2. Beneficio = $30\,000 \cdot 0{,}04 \cdot t = 1200t$ €
3. Beneficio = $C \cdot r \cdot t$ €
4. Necesitan el 20 % del valor del piso.
5. Capital ahorrado = $190\,000 \cdot \dfrac{20}{100} = 38\,000$ €.
6. Porcentaje ahorrado = $\dfrac{30\,000}{190\,000} \cdot 100 = 15{,}79\%$.
7. $38\,000 - 30\,000 = 30\,000 \cdot 0{,}04 \cdot t \rightarrow t = 6{,}67$ años.

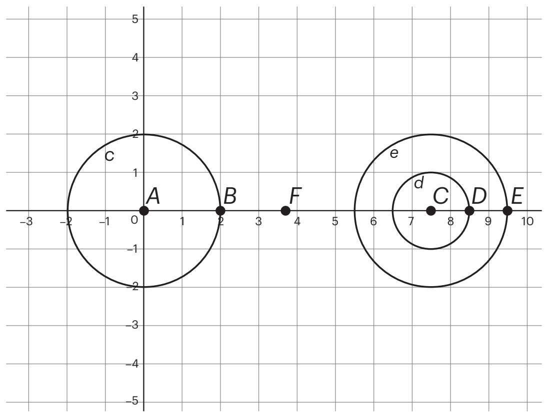
Contexto 2

1.



2. $d_{mín} = 750 - 200 - 200 = 350$ m.

3.



4. $S = \pi \cdot 200^2 = 125\,663{,}71$ m^2.

5. $S' = \pi \cdot (200^2 - 100^2) = 94\,247{,}78$ m^2.

Contexto 3

1. La curva *A* siempre decrece, la curva *B* crece hasta los 20 días y luego decrece, y la curva *C* siempre crece.

2. **a** Porque cuantos más días pasan, menor es el número de individuos susceptibles de contagiarse. **b** Porque cuantos más días pasan, más individuos afectados hay. **c**. En el máximo es donde hay más individuos infectados y que pueden contagiar a otros.

3. La función verde tiene un máximo relativo.

4. **a** 110 000 habitantes. **b** 60 días. **c** Alrededor del día 19 o 20. **d** 52 000 infectados, aproximadamente. **e** Nunca.

Contexto 4

1.

Planeta	Distancia media al Sol	Notación científica
Mercurio	58 000 000	$5{,}8 \cdot 10^7$
Venus	110 000 000	$1{,}1 \cdot 10^8$
Tierra	150 000 000	$1{,}5 \cdot 10^8$
Marte	230 000 000	$2{,}3 \cdot 10^8$
Júpiter	770 000 000	$7{,}7 \cdot 10^8$
Saturno	1 400 000 000	$1{,}4 \cdot 10^9$
Urano	2 900 000 000	$2{,}9 \cdot 10^9$
Neptuno	4 500 000 000	$4{,}5 \cdot 10^9$

2. Venus.

3. $\dfrac{1{,}5 \cdot 10^8}{5{,}8 \cdot 10^7} = 2{,}59.$

4. $\dfrac{2{,}3 \cdot 10^8}{1{,}5 \cdot 10^8} = 1{,}5\overset{\frown}{3}.$

5. Neptuno, Urano, Saturno, Júpiter, Marte, Tierra, Venus, Mercurio.

6. $7{,}7 \cdot 10^8 = 300\,000 \cdot t \to t = 2566{,}\overset{\frown}{6}$ s.

Unidad 8. Arquitectura matemática

1. ¡Construyendo catedrales!

Contextos

Páginas 162 y 163

Contexto 1

1. **a** $2x$. **b** $2\sqrt{2}\,x$. **c** $8x$. **d** $12x$. **e** $4x$. **f** $6x$.
g $8x$. **h** $4x^2$. **i** $32x^3$.

Contexto 2

1. La suma de cada fila es $2x + 5$.

2. La suma de cada columna es $2x + 5$.

3. Todas las filas y columnas suman lo mismo.

4. Diagonal 1 = $2x + 5$. Diagonal 2 = $2x + 5$. Se comprueba.

5.

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

6. Respuesta abierta.

Entrénate

Páginas 164, 165, 166 y 167

1. La raíz **cuadrada** es la operación **inversa** a elevar al **cuadrado.** Consiste en **averiguar** un número cuyo cuadrado se **conoce.** Esta operación se representa mediante el símbolo $\sqrt{\ }$.

2. **a** $3\sqrt{5}+8\sqrt{5}=(3+8)\cdot\sqrt{5}=11\sqrt{5}.$

b $3\sqrt{3}-4\sqrt{3}+7\sqrt{3}=(3-4+7)\cdot\sqrt{3}=$
$=6\sqrt{3}.$

c $4\sqrt{3}\cdot5\sqrt{7}=(4\cdot5)\cdot\sqrt{(3\cdot7)}=20\sqrt{21}.$

d. $3\sqrt{5}+8\sqrt{20}-2\sqrt{45}=3\sqrt{5}+8\cdot2\sqrt{5}-2\cdot3\sqrt{5}=$
$=(3+16-6)\cdot\sqrt{5}=13\sqrt{5}.$

3. **a** $\sqrt{32}=\sqrt{2^5}=2^2\cdot\sqrt{2}=4\sqrt{2}$.

b $\sqrt{50}=\sqrt{2\cdot 5^2}=5\sqrt{2}$.

c $\sqrt{48}=\sqrt{2^4\cdot 3}=2^2\cdot\sqrt{3}=4\sqrt{3}$.

d $\sqrt{3125}=\sqrt{5^5}=5^2\cdot\sqrt{5}=25\sqrt{5}$.

4. **a** $3\sqrt{7}=\sqrt{3^2\cdot 7}=\sqrt{9\cdot 7}=\sqrt{63}$.

b $8\sqrt{3}=\sqrt{8^2\cdot 3}=\sqrt{64\cdot 3}=\sqrt{192}$.

c $5\sqrt{5}=\sqrt{5^2\cdot 5}=\sqrt{5^3}=\sqrt{125}$.

d $3^3\sqrt{6}=\sqrt{3^6\cdot 6}=\sqrt{729\cdot 6}=\sqrt{4374}$.

5. **a** $\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}=\sqrt{3\cdot 6}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$.

b $\sqrt{32}\cdot\sqrt{40}=\sqrt{32\cdot 40}=\sqrt{1280}=16\sqrt{5}$.

c $3\sqrt{24}\cdot\sqrt{12}=\sqrt{9\cdot 24\cdot 12}=\sqrt{2592}=36\sqrt{2}$.

d $2\sqrt{125}\cdot\sqrt{10}=\sqrt{4\cdot 125\cdot 10}=\sqrt{5000}=50\sqrt{2}$.

e $-4\sqrt{3}\cdot\sqrt{54}=-\sqrt{16\cdot 3\cdot 54}=-\sqrt{2592}=-36\sqrt{2}$.

6. **a** $20\sqrt{3}$. **b** $12\sqrt{5}$. **c** $18\sqrt{2}$. **d** $50\sqrt{2}$.

7. **a** $\dfrac{5}{\sqrt{3}}=\dfrac{5\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$.

b $\dfrac{2}{3\sqrt{6}}=\dfrac{2\cdot\sqrt{6}}{3\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3\cdot 6}=\dfrac{2\sqrt{6}}{18}$.

c $\dfrac{7}{\sqrt{5}}=\dfrac{7\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}=\dfrac{7\sqrt{5}}{5}$.

d $\dfrac{5}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{5\cdot\left(\sqrt{3}+1\right)}{\left(\sqrt{3}-1\right)\cdot\left(\sqrt{3}+1\right)}=\dfrac{5\sqrt{3}+5}{3-1}=$

$=\dfrac{5\sqrt{3}+5}{2}$.

e $\dfrac{6}{\sqrt{5}-1}=\dfrac{6\cdot\left(\sqrt{5}+1\right)}{\left(\sqrt{5}-1\right)\cdot\left(\sqrt{5}+1\right)}=\dfrac{6\sqrt{5}+6}{5-1}=$

$=\dfrac{6\sqrt{5}+6}{4}=\dfrac{3\sqrt{5}+3}{2}$.

8. Un **polinomio** es una expresión algebraica formada por sumas y restas de **monomios.**
- El **grado** de un polinomio es el **mayor** de los grados de los monomios que lo forman.
- El valor **numérico** de un polinomio es el resultado de sustituir las letras por **números** y realizar las operaciones.
- Un polinomio es **completo** cuando tiene todos los términos, desde el de mayor grado hasta el término **independiente.**
- Un polinomio está **ordenado** si en él los monomios se ordenan de mayor a **menor** grado.

9. **a** $x^4-3x^3-2x^2+3$. **b** $4x^4-8x^3+13x^2-15x+10$.
c $-9x^4+7x^3-25x^2+29x-13$.
d $8x^5-20x^4+16x^3-8x^2$.

10. **a** $4x^2-4x+1$. **b** x^3-3x^2+3x-1.

11. **a** $12x$. **b** $40x^2$. **c** $25x^6$.

12. **a** $P(2)=10$. **b** $P(-2)=-6$. **c** $P(3)=44$. **d** $P(0)=2$.

2. De las pirámides a la actualidad
Contextos

Páginas 168 y 169

Contexto 1

1. Un triángulo rectángulo isósceles.
2. Paralelos.
3. Si llamamos α al ángulo que forma el bastón con el suelo o la altura de la pirámide con el suelo, tenemos: $\alpha=90°$, $\beta=45°$, $\gamma=45°$, para ambos triángulos.
4. k veces.

Contexto 2

1. Área de la base = 0,93 · 0,93 = 0,865 m².
2. Perímetro de la base = 4 · 0,93 = 3,72 m. Altura = = 2,52 m. Área lateral = 3,72 · 2,52 = 9,3 m².
3. Área total = 2 · 0,865 + 9,3 = 11,03 m².
4. Área de la base = 3,72 · 3,72 = 13,84 cm². Perímetro de la base = 14,88 cm. Altura = 10,08 cm². Área lateral = 14,88 · 10,08 = 149,99 cm². Área total = = 2 · 13,84 + 149,99 = 177,67 cm².

Entrénate

Páginas 170, 171, 172 y 173

1. **a** 345 km = $3{,}45\cdot 10^7$ cm. $\dfrac{1}{a}=\dfrac{11{,}5}{3{,}45\cdot 10^7}\rightarrow$
$\rightarrow a=3\,000\,000$. La escala es 1:3 000 000.
b 12 000 000 cm = 120 km.

2. $\dfrac{AD}{DE}=\dfrac{AB}{BC}\rightarrow\dfrac{2}{4}=\dfrac{2+5}{y}\rightarrow y=14$.

$\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{AD}{AB}\rightarrow\dfrac{3}{3+x}=\dfrac{2}{2+5}\rightarrow x=7{,}5$.

3. La respuesta a los tres apartados es la misma: sólo sabiendo que tienen un mismo ángulo no podemos deducir si son semejantes o no.

4. **a** (1, 2). **b** (4, 0). **c.** (1, −3). **d** (2, 1). **e** (−2, 1). **f** (0, 2).

5. **a** 32 dm.

b Perímetro = 40 + 24 + 32 = 96 dm.

Área = $\dfrac{24 \cdot 32}{2} = 384\ \text{dm}^2$.

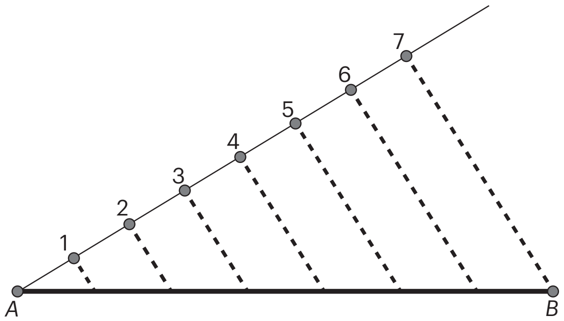
c $a' = \dfrac{1}{4} \cdot 40 = 10\ \text{dm}$.

$b' = \dfrac{1}{4} \cdot 24 = 6\ \text{dm}$. $c' = \dfrac{1}{4} \cdot 32 = 8\ \text{dm}$.

Perímetro$' = \dfrac{1}{4} \cdot 96 = 24\ \text{dm}$.

6. **a** A'= (–4, 3) + (2, 5) = (–2, 8).
b A'= (–4, 3) + (–2, 5) = (–6, 8).
c A'= (–4, 3) + (–3, –1) = (–7, 2).
d A'= (–4, 3) + (3, 1) = (–1, 4).

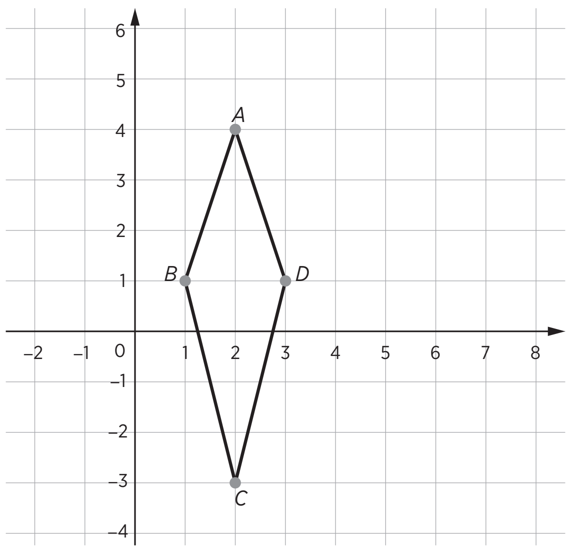
7.



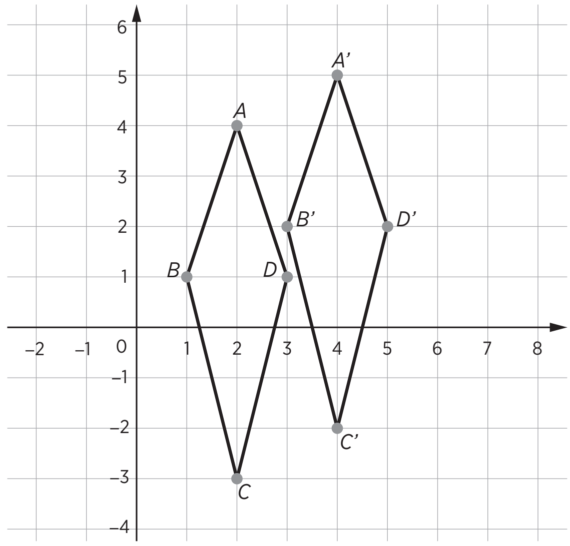
8. **a** 9 cm^2. **b** Lado del cuadrado inicial = 3 cm. Lado del cuadrado homólogo = 6 cm. **c** Perímetro del cuadrado inicial = 12 cm. Perímetro del cuadrado homólogo = 24 cm.

9. **a** No. **b** Sí. **c** Sí.

10. **a** Es un paralelogramo.



b Los vértices son $A'(4, 5)$, $B'(3, 2)$, $C'(4, –2)$ y $D'(5, 2)$.

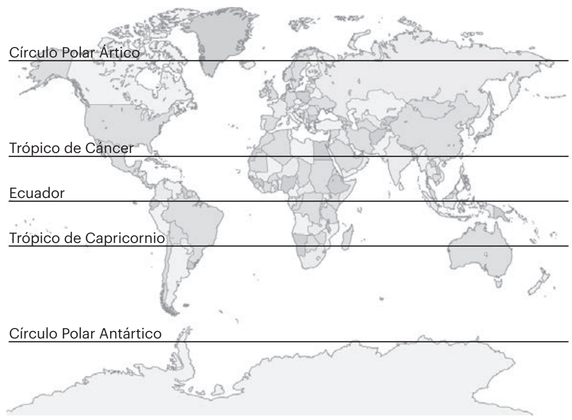


3. Midiendo la Tierra
Contextos

Páginas 174 y 175

Contexto 1

1.



2. 6371 km.

3. Superficie = 5,10 · 10^8 km^2.
Volumen = 1,08 · 10^{12} km^3.

4. $\alpha = \dfrac{360}{8} = 45°$. Superficie del gajo = 6,38 · 10^7 km^2.

Contexto 2

1. A una esfera.
2. Cuñas esféricas.
3. Husos esféricos.
4. V = 268,08 cm^3.
5. S = 201,06 cm^2.

6. a. $\alpha = \dfrac{360}{10} = 36°$.

b. $V_{\text{gajo}} = \dfrac{268,08}{10} = 26,81 \text{ cm}^3$.

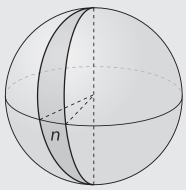
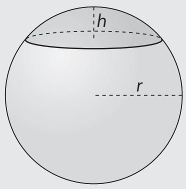
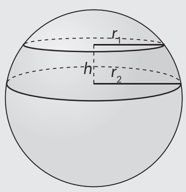
c. $S_{\text{gajo}} = \dfrac{201,06}{10} = 20,11 \text{ cm}^2$.

Entrénate

Páginas 176, 177, 178 y 179

1. La **esfera** es el lugar geométrico formado por los puntos del espacio que están a una determinada distancia de un **punto** fijo llamado **centro.** Esa distancia se denomina **radio.**
- La **superficie** de la esfera se calcula con la siguiente fórmula: $S = 4 \cdot \pi \cdot R^2$.
- Y el **volumen** de la esfera se calcula con esta otra fórmula: $V = \dfrac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$.

2.

Huso Cuña		$A = \dfrac{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot n}{360}$ $V = \dfrac{4}{3} \cdot \dfrac{\pi \cdot r^3 \cdot n}{360}$
Casquete		$A = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$ $V = \pi \cdot h^2 \cdot \left(r - \dfrac{h}{3}\right)$
Zona esférica		$A = 2 \cdot \pi \cdot r_2 \cdot h$ $V = \dfrac{\pi \cdot h}{6} \cdot \left(h^2 + 3r_1^2 + 3r_2^2\right)$

3. $S = \dfrac{4 \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 15}{360} = 13,09 \text{ m}^2$.

$V = \dfrac{4}{3} \cdot \dfrac{\pi \cdot 5^2 \cdot 15}{360} = 21,82 \text{ m}^3$.

4. Asignando los números 1-4 a las distintas definiciones, tenemos: paralelos-1, longitud-4, latitud-2, meridianos-3.

5. Asignando los números 1-4 a las distintas figuras, tenemos: paralelos-3, longitud-2, latitud-1, meridianos-4.

6. La diferencia de longitudes es: 120° – 15° = 105°.

La diferencia horaria será: $\dfrac{105°}{15°} = 7$ horas.

7. Lanzarote: diferencia de latitud respecto de Girona = –16,6° → Diferencia horaria = –(1 h 6 min 24 s) → Hora en Lanzarote: 14 h 53 min 36 s.
Boston: Diferencia de latitud respecto de Girona = –74° → Diferencia horaria = –(4 h 56 min 0 s) → Hora en Boston: 11 h 4 min.
San Petersburgo: diferencia de latitud respecto de Girona = +27,4° → Diferencia horaria = +(1 h 49 min 36 s) → Hora en San Petersburgo: 17 h 49 min 36 s.

8. **a** $A = 6082,12 \text{ cm}^2$; $V = 44\,602,24 \text{ cm}^3$.
b $A = 2035,75 \text{ cm}^2$; $V = 12\,214,51 \text{ cm}^3$.
c $A = 4697,03 \text{ cm}^2$; $V = 90\,809,25 \text{ cm}^3$.
d $A = 527,79 \text{ cm}^2$; $V = 1488,07 \text{ cm}^3$.
e $A = 376,99 \text{ cm}^2$; $V = 1699,08 \text{ cm}^3$.

9. $\dfrac{x}{110} = \dfrac{90}{60} \rightarrow x = 165$ cm.

10. **a** $S = 4 \cdot \pi \cdot 24^2 = 7238,23 \text{ cm}^2$.

b $V = \dfrac{4}{3} \cdot \pi \cdot 24^3 = 57\,905,84 \text{ cm}^3$.

c $A_{\text{cuña}} = \dfrac{4 \cdot \pi \cdot 24^2 \cdot 60}{360} = 1206,37 \text{ cm}^2$;

$V_{\text{cuña}} = 9650,97 \text{ cm}^3$.

11. **a** Diferencia horaria *A* y *B* = $\dfrac{85}{15} = +5,6\widehat{7}$ horas = = + 5 h 40 min en *B*. Diferencia horaria *A* y *C* = $= \dfrac{140}{15} = +9,\widehat{3}$ horas = + 9 h 20 min en *C*.
b Hora en *C* = 7 h 20 min del día siguiente.

12. **a** $A = 5,1 \cdot 10^8 \text{ km}^2$. **b** $V = 1,1 \cdot 10^{12} \text{ km}^3$.
c $A_{\text{huso}} = 6,4 \cdot 10^7 \text{ km}^2$.

Mates en contexto

Páginas 180, 181, 182 y 183

Contexto 1

1. S = 13 684,78 cm²; V = 150 532,55 cm³.
2. **a** 3 colores. **b** El negro y el amarillo formarán casquetes esféricos y el rojo formará una zona esférica. **c** La figura negra y la amarilla son iguales. La roja es diferente.
3. 22 cm.
4. 4561,6 cm² de negro y 4561,6 cm² de amarillo; 9123,2 cm² entre ambos colores.

Contexto 2

1. $1-\frac{2}{5}=\frac{5}{5}-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$.
2. $\frac{5}{12}\cdot\left(1-\frac{2}{5}\right)=\frac{5}{12}\cdot\left(\frac{5}{5}-\frac{2}{5}\right)=\frac{5}{12}\cdot\frac{3}{5}=$
$=\frac{15}{60}=\frac{1}{4}$.
3. $1-\frac{2}{5}-\frac{1}{4}=\frac{20-8-5}{20}=\frac{7}{20}$.
4. $\frac{7}{20}=\frac{21\,000}{x}\rightarrow x=60\,000$ €.
5. Para alimentación $\rightarrow\frac{2}{5}\cdot 60\,000 = 24\,000$ €. Para ropa $\rightarrow\frac{1}{4}\cdot 60\,000 = 15\,000$ €. Para medicamentos $\rightarrow$ 21 000 €.

Contexto 3

1. **a** Una traslación horizontal. **b** Una traslación vertical.
2. **a** Una simetría axial. **b** Una simetría axial y una traslación.
3. **a** Una simetría axial. **b** Una simetría central.

Contexto 4

1. $\phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}=1{,}618\,033\,989$. Se comprueba.
2. $\phi^2=\frac{1+2\sqrt{5}+5}{4}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

   Es lo mismo que sumarle 1.
3. $\frac{1}{\phi}=\frac{2-2\sqrt{5}}{1-5}=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

   Es lo mismo que restarle 1.
4. $\phi^2=\frac{1+2\sqrt{5}+5}{4}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$;

   $1+\phi=\frac{2}{2}+\frac{1+\sqrt{5}}{2}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$.
5. $1-\phi=\frac{2}{2}-\frac{1+\sqrt{5}}{2}=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$.

Unidad 9. Comer con cabeza

1. Nutrientes

Contextos

Páginas 184 y 185

Contexto

1.

	Desayuno	Media mañana	Comida	Merienda	Cena
Chico	550	275	962,5	275	687,5
Chica	440	220	770	220	550

2. Chico: (1512,5, 1650); chica: (1210, 1320)
3. Chico: (275, 412,5); chica: (220, 330)

Contexto 2

1.

Sustancia	Cantidad por cápsula	Cantidad en gramos
Raíz de *ginseng*	40 mg	0,04
Lecitina	100 mg	0,1
Vitamina A	800 μg	0,0008
Vitamina B1	1,1 mg	0,0011
Vitamina B2	1,4 mg	0,0014
Vitamina B3 (niacina)	16 mg	0,016
Vitamina B6	1,4 mg	0,0014
Vitamina B12	2,5 μg	0,000 002 5
Vitamina C	60 mg	0,06
Vitamina D	5 μg	0,000 005
Vitamina E	12 mg	0,012
Hierro	10,5 mg	0,0105
Calcio	120 mg	0,12
Selenio	55 μg	0,000 055
Manganeso	2 mg	0,002
Cinc	1,5 mg	0,0015

Masa de una cápsula = 0,366 762 5 g.

2. El valor real será un valor aproximado.
3. (0,366 625, 0,366 825) g.

Entrénate

Páginas 186, 187, 188 y 189

1. Una **aproximación** es un resultado **inexacto,** pero próximo al exacto, que se obtiene de una medición o de un **cálculo.**
A**proximar** un número es **sustituir** su valor exacto por otro que facilite la comprensión y resolución de un problema sin que la **solución** resulte afectada.
El valor exacto y el valor aproximado no son **iguales;** uno de ellos siempre es **menor** que el otro.
- Aproximación por **defecto:** el valor aproximado es menor que el valor exacto.
- Aproximación por **exceso:** el valor aproximado es **mayor** que el valor exacto.

2. **a** Por truncamiento: 2,6. Por redondeo: 2,6. **b** Por truncamiento: 2,64. Por redondeo: 2,65. **c** Por truncamiento: 2. Por redondeo: 3. **d** Por truncamiento: 3,1. Por redondeo: 3,1. **e** Por truncamiento: 3,14. Por redondeo: 3,14. **f** Por truncamiento: 3. Por redondeo: 3.

3. Respuesta abierta. Por ejemplo: **a** Por exceso: 4,31. Por defecto: 4,3. **b** Por exceso: 51,3. Por defecto: 51,2. **c** Por exceso: 9. Por defecto: 8,9. **d** Por exceso: 0,1. Por defecto: 0.

4. **a** 2,2. **b** 0,3. **c** 4,9. **d** 0,8. **e** 12,6.

5. Error absoluto (E_a) = |valor real (V_r) – valor aproximado (V_a)|
Para $V_a = 1,2 \rightarrow E_a = \left|1,\widehat{19} - 1,2\right| = 0,0\widehat{08}$.

Para $V_a = 1,192 \rightarrow E_a = \left|1,\widehat{19} - 1,192\right| = 0,000\widehat{08}$.

La mejor aproximación es 1,92, ya que el error que se comete es menor.

6. <u>Medida de Carla</u>: valor exacto = 260 mm.
Valor aproximado = 266 mm.
Error absoluto = |260 – 266| = 6 mm.

Error relativo = $\dfrac{|260-266|}{260} = 0,023$.

<u>Medida de Pepe</u>: valor exacto del perímetro = = 4 · 260 = 1040 mm.
Valor aproximado = 1050 mm.
Error absoluto = |1040 – 1050|= 10 mm.

Error relativo = $\dfrac{10}{1040} = 0,0096$.

La mejor medida es la de Pepe.

7. **a** Rebaja en el pantalón = $\dfrac{|46-36|}{46} \cdot 100 = 21,74\%$.

Rebaja en la camiseta = $\dfrac{|10-7|}{10} = 30\%$.

b La mayor rebaja corresponde a la camiseta, ya que representa un 30 % del valor inicial. **c** Pantalón: precio inicial = 46 €, precio final = 36 €. Camiseta: precio inicial = 10 €, precio final = 7 €.

8. A las décimas: 2,7. A las centésimas: 2,72. A las milésimas: 2,718. A las diezmilésimas: 2,7183.

9. **a** Valor exacto = 160 mm.
Valor aproximado = 166 mm.
Error absoluto = |160 – 166| = 6 mm.

Error relativo = $\dfrac{|160-166|}{160} = 0,0375$.

b Valor exacto = 120 mm.
Valor aproximado = 117 mm.
Error absoluto = |120 – 117| = 3 mm.

Error relativo = $\dfrac{|120-117|}{120} = 0,025$.

c Valor exacto = 560 mm.
Valor aproximado = 550 mm.
Error absoluto = |560 – 550| = 10 mm.

Error relativo = $\dfrac{|560-550|}{560} = 0,018$.

d Valor exacto = 1920 mm^2.
Valor aproximado = 1600 mm^2.
Error absoluto = |1920 – 1600| = 320 mm^2.

Error relativo = $\dfrac{|1920-1600|}{1920} = 0,167$.

2. Dietas
Contextos

Páginas 190 y 191
Contexto 1

1. $\dfrac{240\ €}{30\ \text{días}} = 8\ €/\text{día}$.

2. *y:* dinero que destinan a la cena; $x + y = 7$.

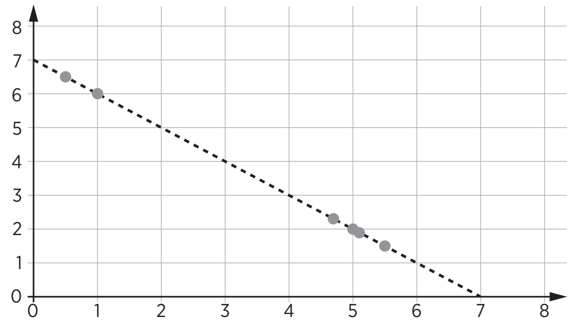
3.

x	1	4,7	5,1
y	6	2,3	1,9

x	5,5	5	0,5
y	1,5	2	6,5

4. La ecuación tiene infinitas soluciones, pero en este contexto solo son válidas las positivas.

5.



Contexto 2

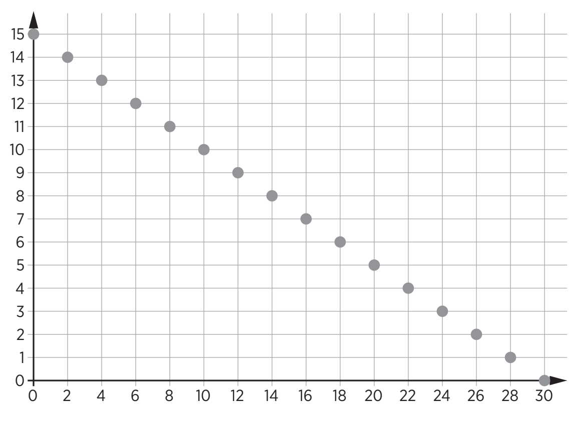
1. *x:* mesas de 2 comensales. *y:* mesas de 4 comensales.
2. La capacidad total, entre los dos tipos de mesa, debe ser de 60 personas.
3. $2x + 4y = 60$.
4. $x = \dfrac{60 - 4y}{2} = 30 - 2y$.

   Existen 16 soluciones posibles:

Mesas de 4	0	1	2	3	4	5	6	7
Mesas de 2	30	28	26	24	22	20	18	16

Mesas de 4	8	9	10	11	12	13	14	15
Mesas de 2	14	12	10	8	6	4	2	0

5.



6. No, porque 15 no es múltiplo de 4. No, porque 15 tampoco es múltiplo de 2.

Entrénate

Páginas 192, 193, 194 y 195

1. Una expresión **algebraica** es una combinación de letras y **números** relacionados por las operaciones matemáticas de **suma,** resta, multiplicación, división, **potenciación** y radicación. Nos permite representar, de una forma **general,** situaciones cotidianas con valores **numéricos** que se desconocen.
   El **valor** numérico de una **expresión** algebraica es el número que resulta tras **sustituir** las letras por números y realizar las operaciones.
2. El sistema no tiene solución: incompatible. El sistema tiene una solución única: compatible determinado. El sistema tiene infinitas soluciones: compatible indeterminado.
3. Asignando los números 1-3 a las distintas definiciones, tenemos: sustitución-2, igualación-1, reducción-3.
4. Respuesta abierta. Por ejemplo: **a** (1, 6), (2, 4), (0, 8), (4, 0) y (–1, 10). **b** (0, –6), (8, 0), $(2, -\frac{9}{2})$, (12, 3) y (4, –3). **c** (0, 2), (2, 8), (–2, –4), $(-\frac{2}{3}, 0)$ y (–1, –1).
5. **a** Pendiente = –2; ordenada en el origen = 8.
   b Pendiente = $\frac{3}{4}$; ordenada en el origen = –6.
   c Pendiente = 3; ordenada en el origen = 2.
6. **a** F. **b** V. **c** F. **d** V. **e** V. **f** V.
7. **a** No, ya que son rectas paralelas. **b** Comparten todos los puntos, ya que son la misma recta. **c** Sí, el punto (2, 2).
8. **a** Es solución. **b** Es solución. **c** Es solución. **d** No es solución.
9. **a** $k = 1{,}5$. **b** $k = \frac{1}{3}$. **c** $k = 15$. **d** $k = 6$.
10. Respuesta abierta. **a** La otra recta del sistema tiene que cortar la recta dada por un punto. Para ello, el pendiente tiene que ser distinto al de la recta dada. Por ejemplo: $x - 2y = 5$. **b** Se debe completar con una ecuación de la misma recta. Para ello, hay que multiplicar ambos miembros de la igualdad por un mismo número. Por ejemplo: $6x - 10y = 4$. **c.** La otra recta del sistema tiene que ser paralela a la recta dada. Para ello, el pendiente tiene que ser el mismo y la ordenada en el origen tiene que ser distinta. Por ejemplo: $3x - 5y = 0$.
11. Respuesta abierta. Para que las rectas sean paralelas el pendiente tiene que ser el mismo y la ordenada en el origen distinta. Por ejemplo: $y = 2x + 3$, $y = 2x$, $y = 2x + 1$.
12. **a** $k = \frac{3}{2}$. **b** $k = \frac{4}{3}$. **c** $k = 8$.

3. Ni tan gordo ni tan delgado
Contextos

Páginas 196 y 197

Contexto 1

1. Porque estudiar a todos los niños y niñas del mundo sería muy complejo.

2.

Niñas	2-5 años (%)	6-9 años (%)	10-14 años (%)
Masa normal	43,6	55,1	70,1

Niños	2-5 años (%)	6-9 años (%)	10-14 años (%)
Masa normal	47,4	52,7	65,3

3.

	2-5 años	6-9 años	10-14 años
Niños	565	559	830
Niñas	489	483	716

Contexto 2

1. **a** 1760. **b** 1040.
   c Hombres con anorexia = $\frac{1}{10+1}\cdot 1760 = 160$.

   Hombres con bulimia = $\frac{1}{10+1}\cdot 1040 = 95$.

   d. Mujeres con anorexia = $\frac{10}{10+1}\cdot 1760 = 1600$.

   Mujeres con bulimia = $\frac{10}{10+1}\cdot 1040 = 945$.

2.

	Anorexia ‰	Bulimia ‰
Chicas	20	11,8
Chicos	2	1,2

3.

	Anorexia	Bulimia
Chicas	960	567
Chicos	96	57

Entrénate

Páginas 198, 199, 200 y 201

1. La **estadística** es la parte de las **matemáticas** que se ocupa de reunir todos los hechos que se pueden valorar **numéricamente,** para poder hacer **comparaciones** y sacar **conclusiones.**
2. Población: es el conjunto de todos los elementos que van a ser objeto de un estudio estadístico. Muestra: es un conjunto representativo de la población de referencia. Individuo: es cada elemento objeto del estudio estadístico.
3. Recogida de datos - Organización y representación de datos - Análisis de datos - Obtención de conclusiones.
4. Población: adolescentes de la localidad. Para escoger las muestras hay que asegurarse de que sean suficientemente representativas, de que se mantenga la proporción de estudiantes de cada centro escolar y de que abarquen todas las edades de los adolescentes.
5. **a**

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
f_i	1	2	3	5	4	6	6	1	2
F_i	1	3	6	11	15	21	27	28	30

   b *Mo* = 6 y 7. *Me* = 5,5. $\bar{x} = 5,2\widehat{6}$.
   c Q1 = 4. Q2 = *Me* = 5,5. Q3 = 7.
6. **a** Muestra. **b** Población. **c** Muestra. **d** Población. **e** Población. **f** Población.
7.

Ningún deporte	20 000
Fútbol	56 250
Baloncesto	11 750
Balonmano	2750
Ciclismo	7000
Natación	15 500
Otros deportes	11 750

8. **a**

x_i	0	1	2	3	4	5
f_i	10	8	6	3	2	1
F_i	10	18	24	27	29	30

   b *Mo* = 0. *Me* = 1. $\bar{x} = 1,4$.
   c Q1 = 0. Q2 = *Me* = 1. Q3 = 2.
9. **a**

x_i	0	1	2	3	4
f_i	4	10	6	4	1
F_i	4	14	20	24	25

   b *Mo* = 1. *Me* = 1. $\bar{x} = 1,52$.
   c Q1 = 1. Q2 = *Me* = 1. Q3 = 2.
10. Tamaño de la población = 135 000 + 115 000 = = 250 000.
    % de mujeres = $\frac{135\ 000}{250\ 000}\cdot 100 = 54\%$.

    % de hombres = $\frac{115\ 000}{250\ 000}\cdot 100 = 46\%$.

    N.° de mujeres en la muestra = 0,54 · 500 = 270.
    N.° de hombres en la muestra = 0,46 · 500 = 230.

Mates en contexto

Páginas 202, 203, 204 y 205

Contexto 1

1. Una muestra.
2. **a** $\frac{1}{200} \cdot 10\,000 = 50$ personas enfermas.

   b $\frac{199}{200} \cdot 10\,000 = 9950$ personas sanas.
3. $\frac{90}{100} \cdot 50 = 45$ personas se van a curar.
4. $\frac{98}{100} \cdot 50 = 49$ positivos.

Contexto 2

1.

Altura	186	188	193	200	202	203	205	212
f_i	1	2	1	2	2	1	2	1

Masa	75	79	84	88	90	93	95	97	102	109
f_i	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1

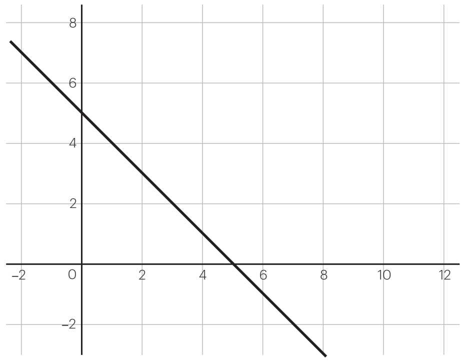
2. Siempre viene bien organizar y ordenar los datos.
3. Altura mayor = 212 cm. Altura menor = 186 cm.
4. $\overline{x} = 198,6\widehat{7}$ cm.
5. *Mo* = 188, 200, 202 y 205. Hay 4 modas.
6. $\overline{x} = 91,25$ kg.

Contexto 3

1. No, porque hay dos incógnitas y solo una ecuación.
2. Precio bocadillo = *x*. Precio refresco = *y*.
   Ecuación: $5x + 5y = 25 \rightarrow x + y = 5$.

Precio bocadillo	1	2	3	3,5	4
Precio refresco	4	3	2	1,5	1

3.



4. Ecuación: $y = -x + 5$. Pendiente: $m = -1$. Ordenada en el origen: $n = 5$.
5. Respuesta abierta.

Contexto 4

1. Respuesta abierta. Ejemplos: «¿Qué deporte le gusta practicar?», «¿Cuántas veces a la semana acudiría al polideportivo?», «¿Iría por la mañana o por la tarde?».
2. **a** N.° de hombres = 80 000 – 42 400 = 37 600.

   b 80 000 – (28 800 + 13 200) = 38 000 personas.

   c $38000 \cdot \frac{42\,400}{80\,000} = 20140$ personas.
3. $\frac{200}{80\,000} = \frac{1}{400}$.