# Solucionario

## Unidad 1. Matemáticas para la democracia

### 1. Funciones «democráticas»

### Contextos

**Páginas 4 y 5**

**Contexto 1**

1. 350 − 2 · 50 − 1·2 = 248 escaños
2. **a** $0 \le x \le 249$. **b** $2 \le x \le 4$. **c** $5 \le x \le 13$.

**Contexto 2**

1. $\dfrac{47\,007\,408}{248} = 189\,546$ habitantes/escaño.

   Para conseguir 7 escaños: $7 \cdot 189\,546 = 1\,326\,822$ habitantes.
   Para conseguir 13 escaños: $13 \cdot 189\,546 = 2\,464\,098$ habitantes.
   Las provincias serán aquellas que tengan $1\,326\,822 \le x \le 2\,464\,098$ habitantes, es decir: Alicante, Murcia, Sevilla y Málaga.

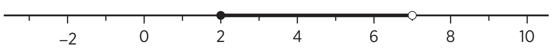
2. Madrid: $\dfrac{6\,587\,711}{189\,546} = 34{,}755 \to 34$ escaños;

   Murcia: $\dfrac{1\,479\,098}{189\,546} = 7{,}803 \to 7$ escaños.

### Entrénate

**Páginas 6, 7, 8, 9 y 10**

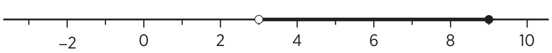
1. **a**



**b**

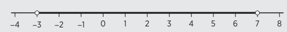
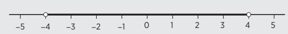
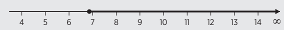
**c**

**d**



**e**

2. $(-\infty, 5) \to 5 > x$; $(5, \infty) \to 5 < x$; $[5, \infty) \to$ $\to 5 \le x$; $(-\infty, 5] \to 5 \ge x$.
3. Dados dos **intervalos,** su **unión** (∪) es un conjunto de **números** reales que resulta de **juntar** ambos intervalos, y su **intersección** (∩) es el conjunto de números reales que tienen en **común.**
4. $A \cup B = (-4, 9)$; $A \cap B = [2, 7]$.
5. **a** $2 \le x \le 11$. **b** $-5 < x \le 8$. **c** $-4 < x < 0$. **d** $x > 4$. **e** $-3 \le x < 3$. **f** $x \le -6$.
6. **a** $[-5, 8)$. **b** $(-7, -1]$. **c** $(-2, 6)$. **d** $(3, \infty)$. **e** $[-5, 4]$. **f** $[0, \infty)$.
7. **a** $(3, 4]$. **b** $(-2, 0)$.
8.

| Intervalo | Desigualdad | Gráfico |
|---|---|---|
| $(-3, 7)$ | $-3 < x < 7$ |  |
| $(-2, 3]$ | $-2 < x \le 3$ |  |
| $(-\infty, -1)$ | $x < -1$ |  |
| $(-4, 4)$ | $-4 < x < 4$ |  |
| $[7, \infty)$ | $x \ge 7$ |  |

9. **a** Dominio: $(-\infty, \infty)$; recorrido: $(-\infty,\ 2{,}8)$.

   **b** Dominio: $(-\infty, \infty)$; recorrido: $(-\infty, \infty)$.
10. Respuesta abierta. Para que no sean funciones, para un mismo valor de *x* debe haber diferentes valores de *y*, por ejemplo:

**a**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ***x*** | 2 | 1 | 0 | 2 |
| ***y*** | 4 | 6 | 8 | 3 |

**b**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ***x*** | −3 | −1 | 1 | −1 |
| ***y*** | −6 | −2 | 2 | 2 |

11. **a** Máximo relativo en (−0,4, 2,8). **b** Máximo relativo en (−1,1, 1,1) y mínimo relativo en (0,1, −1,1).
12. **a** Al cortar el eje de abscisas en $y = 0$. Para encontrar los puntos de corte igualamos la función a 0:

   $7x + 14 = 0 \to x = \dfrac{-14}{7} = -2 \to$ Corta con el eje *X* en (−2, 0).

   Al cortar el eje de ordenadas en $x = 0$. Para encontrar los puntos de corte sustituimos *x* por 0: $f(x) = 7 \cdot 0 + 14 = 14 \to$ Corta con el eje *Y* en (0, 14).

Editorial Casals, SA • Material fotocopiable

**b** Al cortar el eje de abscisas en $y = 0$. Para encontrar los puntos de corte igualamos la función a 0:

$$2x^2 + x - 15 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-15)}}{2 \cdot 2} =$$

$$= \frac{-1 \pm 11}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{-1+11}{4} = \dfrac{5}{2} \\ x_2 = \dfrac{-1-11}{4} = -3 \end{cases} \rightarrow$$

$\rightarrow$ Corta con el eje *X* en $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$ y en $(-3, 0)$.

Al cortar el eje de ordenadas en $x = 0$. Para encontrar los puntos de corte sustituimos $x$ por 0: $f(x) = 2 \cdot 0^2 + 0 - 15 = -15 \rightarrow$ Corta con el eje *Y* en $(0, -15)$.

**c** Al cortar el eje de abscisas en $y = 0$. Para encontrar los puntos de corte igualamos la función a 0:

$\frac{x+4}{2x} = 0 \rightarrow x + 4 = 0 \rightarrow x = -4 \rightarrow$ Corta con el eje *X* en $(-4, 0)$.

Al cortar el eje de ordenadas en $x = 0$. Para encontrar los puntos de corte sustituimos $x$ por 0:

$f(x) = \frac{0+4}{2 \cdot 0} \rightarrow$ No existen soluciones reales de $y$ para $x = 0$, es decir, no corta con el eje *Y*.

**d** Al cortar el eje de abscisas en $y = 0$. Para encontrar los puntos de corte igualamos la función a 0:

$$\frac{1-x^2}{x+3} = 0 \rightarrow 1 - x^2 = 0 \rightarrow x = \sqrt{1} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \end{cases} \rightarrow$$

Corta con el eje *X* en $(1, 0)$ y en $(-1, 0)$.

Al cortar el eje de ordenadas en $x = 0$. Para encontrar los puntos de corte sustituimos $x$ por 0:

$f(x) = \frac{1-0^2}{0+3} = \frac{1}{3} \rightarrow$ Corta con el eje *Y* en $\left(0, \frac{1}{3}\right)$.

**13.** **a** Los valores son $-2$ y 2.

**b** No son números reales ya que se obtiene un cociente con denominador 0.

**c** No.

**d** Todos menos $-2$ y 2.

**e** $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$.

**14.** **a** No es un cociente, por lo tanto, $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$.

**b** No es un cociente, por lo tanto, $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$.

**c** Los valores de $x$ para los que el denominador es 0, no forman parte del dominio. Por lo tanto: $x - 5 = 0 \rightarrow x = 5 \rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{5\}$.

**d** Los valores de $x$ para los que el denominador es 0, no forman parte del dominio. Por lo tanto:

$$x^2 + 32x = 0 \rightarrow x(x+32) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x + 32 = 0 \rightarrow x_2 = -32 \end{cases} \rightarrow$$

$\rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-32, 0\}$.

**15.** **a** No es un cociente, por lo tanto, $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$.

**b** No es un cociente, por lo tanto, $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$.

**c** Los valores de $x$ para los que el denominador es 0, no forman parte del dominio. Por lo tanto: $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{2\}$.

**d** Los valores de $x$ para los que el denominador es 0, no forman parte del dominio. Por lo tanto:

$$3x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-6}{3} = -2 \rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-2\}.$$

**e** Los valores de $x$ para los que el denominador es 0, no forman parte del dominio. Por lo tanto: $x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \sqrt{1} = \pm 1 \rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$.

**f** Los valores de $x$ para los que el denominador es 0, no forman parte del dominio. Por lo tanto:

$$3x^2 - 6x = 0 \rightarrow x(3x - 6) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ 3x - 6 = 0 \rightarrow x_2 = 2 \end{cases} \rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0, 2\}.$$

**16.** **a** $\text{TVM} = \frac{17-4}{2-1} = 13 \rightarrow$ Crece.

**b** $\text{TVM} = \frac{1-0}{1-0} = 1 \rightarrow$ Crece.

**c** $\text{TVM} = \frac{4-(-6)}{1-(-1)} = 5 \rightarrow$ Crece.

**d** $\text{TVM} = \frac{17-4}{2-1} = 13 \rightarrow$ Crece.

## 2. Votamos

## Contextos

**Páginas 11 y 12**

**Contexto 1**

**1.**

| Rango de edad | Hombres | Mujeres | Total |
|---|---|---|---|
| 18 a 24 | 63 273 | 98 741 | 162 014 |
| 25 a 34 | 113 253 | 133 126 | 246 379 |
| 35 a 44 | 128 958 | 124 948 | 253 906 |
| 45 a 54 | 110 194 | 108 724 | 218 918 |
| 55 a 64 | 91 694 | 106 066 | 197 760 |
| 65 a 74 | 82 767 | 92 176 | 174 943 |
| 75 y más | 42 644 | 55 095 | 97 739 |
| **Total** | 632 783 | 718 876 | 1 351 659 |

**2.** De 35 a 44 años.

**3.** De 75 años y más.

**Contexto 2**

**1.** **a**

$$\frac{431\,753 + 1\,032\,867 + 1\,088\,630 + 1\,192\,842 + 1\,493\,368}{19\,031\,626 + 17\,866\,817} \cdot$$

$$\cdot 100 = 14{,}2\ \%$$

**b** $\frac{1\,088\,630 + 1\,139\,958}{19\,031\,626 + 17\,866\,817} \cdot 100 = 6{,}04\ \%$.

**c** Mujeres: $Mo = [40, 45)$. Hombres: $Mo = [40, 45)$.

**d** $\frac{19\,031\,626}{19\,031\,626 + 17\,866\,817} \cdot 100 = 51{,}58\ \%$.

Editorial Casals, SA • **Material fotocopiable**

**e** [30, 35): $\overline{x} = \dfrac{30 + 35}{2} = 32{,}5$; [45, 50):

$\overline{x} = \dfrac{45 + 50}{2} = 47{,}5$; [70, 75):

$\overline{x} = \dfrac{70 + 75}{2} = 72{,}5$; [85, 87): $\overline{x} = \dfrac{85 + 87}{2} = 86$.

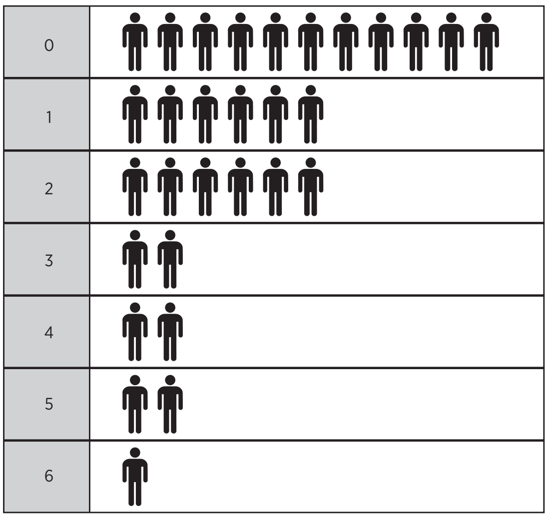
## Entrénate

**Páginas 13, 14, 15 y 16**

1. **a** Cuantitativa continua. **b** Cualitativa. **c** Cuantitativa discreta. **d** Cualitativa. **e** Cuantitativa continua. **f** Cuantitativa continua. **g** Cuantitativa discreta. **h** Cualitativa.
2. **a**

| $x_i$ | $f_i$ |
|---|---|
| 0 | 11 |
| 1 | 6 |
| 2 | 6 |
| 3 | 2 |
| 4 | 2 |
| 5 | 2 |
| 6 | 1 |

**b**




3. **a** Población. **b** Muestra. **c** Población. **d** Muestra. **e** Muestra. **f** Población.
4. Total = 135 000 + 115 000 = 250 000 electores.

Mujeres: $\dfrac{135\,000}{250\,000} \cdot 500 = 270$;

Hombres: $\dfrac{115\,000}{250\,000} \cdot 500 = 230$.

5. $\overline{x} = \dfrac{1 \cdot 9 + 2 \cdot 19 + 3 \cdot 18 + 4 \cdot 17 + 5 \cdot 20 + 6 \cdot 37}{9 + 19 + 18 + 17 + 20 + 37} =$

$= 4{,}09$.

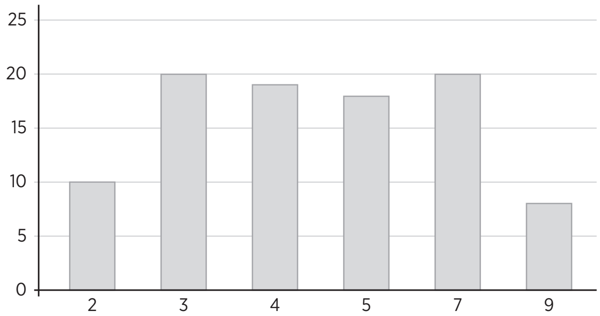
6. **a** $N = 10 + 20 + 19 + 18 + 20 + 8 = 95$.

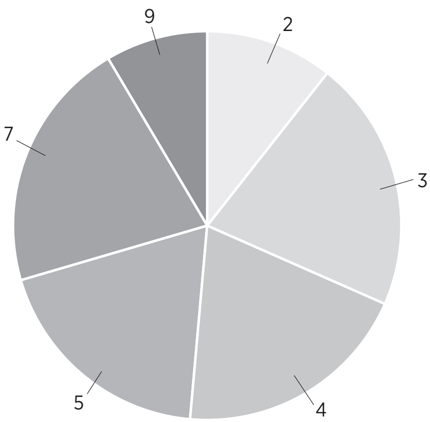
**b**

$\overline{x} = \dfrac{2 \cdot 10 + 3 \cdot 20 + 4 \cdot 19 + 5 \cdot 18 + 7 \cdot 20 + 9 \cdot 8}{95} =$

$= 4{,}82$; $Mo = 3$ y $7$; $Me = 4$.

**c**

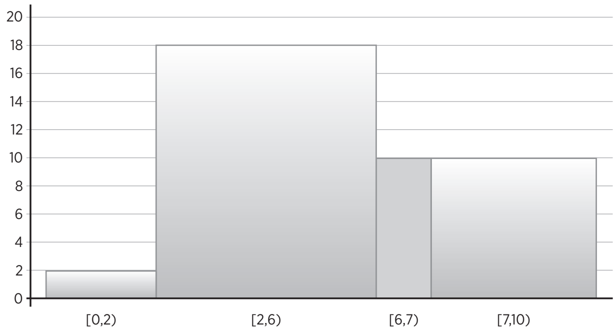



8. **a** [2, 6).

**b** $\overline{x} = \dfrac{2 \cdot 1 + 18 \cdot 4 + 10 \cdot 6{,}5 + 10 \cdot 8{,}5}{40} = 5{,}6$.

**c**




9. $Mo = [4, 6)$; $Me = [4, 6)$;

$\overline{x} = \dfrac{4 \cdot 1 + 9 \cdot 3 + 15 \cdot 5 + 7 \cdot 7 + 5 \cdot 9}{40} = 5$.

Editorial Casals, SA • **Material fotocopiable**

## Mates en contexto

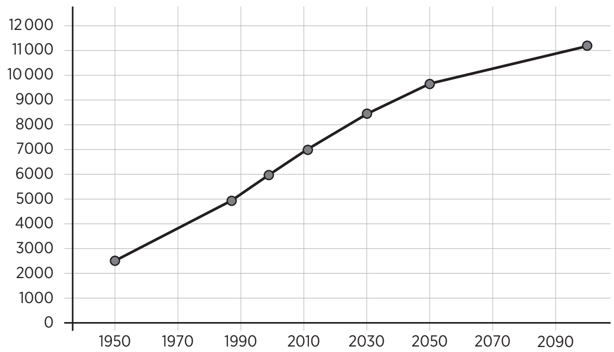
**Páginas 17, 18 y 19**

**Contexto 1**

**1.**

| Año | Población (millones hab.) |
|---|---|
| 1950 | 2600 |
| 1987 | 5000 |
| 1999 | 6000 |
| 2011 | 7000 |
| 2030 | 8500 |
| 2050 | 9700 |
| 2100 | 11200 |

**2.**




**Contexto 2**

**1.** C's: $TVM = \dfrac{11-11}{26-11} = 0$

Podemos: $TVM = \dfrac{30-38}{26-11} = -0{,}5\hat{3}$

PP: $TVM = \dfrac{7-13}{26-11} = -0{,}4$

PSOE: $TVM = \dfrac{18-17}{26-11} = 0{,}0\hat{6}$

Vox: $TVM = \dfrac{38-19}{26-11} = 1{,}2\hat{6}$

**2.** Vox.

**Contexto 3**

**1.** Dominio: (–10, 90); Recorrido: (10, 90).
**2.** Crecimiento: $(0, 5) \cup (15, 60)$.
Decrecimiento: $(5, 15) \cup (60, 80)$.
**3.** Una persona diabética solo tiene una fase de liberación de insulina.
**4.** Crecimiento: (0, 52). Decrecimiento: (52, 87).

**Contexto 4**

**1.**

| | Hombres | Mujeres |
|---|---|---|
| 15 a 24 | 2,84 | 1,73 |
| 25 a 44 | 2,11 | 1,59 |
| 45 a 65 | 1,74 | 1,62 |
| + 65 | 1,61 | 1,15 |

**2.** Todos los días de la semana → Hombres: *Mo* = = +65; Mujeres: *Mo* = 45 a 64.
1 o 2 días a la semana → Hombres: *Mo* = 25 a 44; Mujeres: *Mo* = 15 a 24.

# Unidad 2. Historias con números

## 1. El camino de las ecuaciones a través de la historia

## Contextos

**Páginas 20 y 21**

**Contexto 1**

**1.** $x_1 = 5$, $x_2 = -\dfrac{1}{2}$

Ecuación factorizada: $2 \cdot (x-5) \cdot (x + \dfrac{1}{2}) = 0$

**2.** Respuesta abierta. La ecuación tiene que ser de la forma $a \cdot (x-3) \cdot (x + \dfrac{1}{3}) = 0$, donde $a \neq 0$.

**Contexto 2**

**1.** 0; $x$.
**2.** $x \cdot (x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6) = 0$
**3.** La relación es que las raíces enteras de una ecuación polinómica son divisores del término independiente de esta.
Posibles raíces: {±6, ±3, ±2, ±1}.
**4.** 5: no, ya que no es divisor de 6.
7:no, ya que no es divisor de 6.
**5.** $P(x_1) = 0$; $P(x) = x \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3) \cdot (x+1)$.

## Entrénate

**Páginas 22, 23, 24 y 25**

**1.** Respuesta abierta. La ecuación tiene que ser de la forma $a \cdot (x+1) \cdot (x-2) = 0$, donde $a \neq 0$. Por ejemplo: $3 \cdot (x+1) \cdot (x-2) = 0 \rightarrow 3x^2 - 3x - 6 = 0$.
**2.** **a** $P(-3) = 2 \cdot (-3)^3 - 4 \cdot (-3)^2 + 1 = -89$.
**b** $P(1) = 3 \cdot 1^3 + 6 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 = 13$.
**3.** **a** $P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 4 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + m = 3 \rightarrow m = 4$. **b** $P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 4 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + m = 5 \rightarrow m = 6$. **c** $P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 4 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + m = 0 \rightarrow m = 1$. **d** $P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 4 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + m = 2m - 2 \rightarrow m = 1$.

Editorial Casals, SA • Material fotocopiable

4. $P(x) = (x - 1)\cdot(x - 2)^2\cdot(x + 4)$; $P(x) = x^4 - x^3 - 12x^2 + 28x - 16$.
5. El **grado** de un polinomio es el **mayor** de los grados de los **monomios** que lo forman.
   El valor **numérico** de un polinomio es el **resultado** de sustituir las **letras** por **números** y realizar las **operaciones.**
6. **a** 4. **b** 3. **c** 23.
7. **a** $\dfrac{(x-2)\cdot(x-3)}{x\cdot(x-3)} = \dfrac{x-2}{x}$.

   **b** $\dfrac{(x+2)\cdot(x-3)\cdot(x-4)}{(x+1)^2\cdot(x+2)\cdot(x-3)} = \dfrac{x-4}{(x+1)^2}$.

   **c** $\dfrac{(x+1)\cdot(x+2)\cdot(x-2)}{(x+1)\cdot(x+2)\cdot(x+3)^2} = \dfrac{x-2}{(x+3)^2}$.
8. **a** m. c. d. = 1; m. c. m. = $x\cdot(x - 4)\cdot(x - 2)\cdot(x - 10)$.
   **b** m. c. d. = $(x + 2)\cdot(x - 5)$; m. c. m. = $(x + 2)^2\cdot(x - 5)$.
   **c** m. c. d. = $(x + 2)$; m. c. m. = $(x - 1)^2\cdot(x + 2)^3$.
9. Teorema del **resto:** el resto ($R$) de la **división** de un polinomio $P(x)$ entre $\boldsymbol{(x - a)}$ es igual al valor **numérico** del polinomio en $\boldsymbol{x = a}$**.** Es decir, $R = P(a)$.
   Teorema del **factor:** si el valor numérico del **polinomio** $P(x)$ en $x = a$ es 0, entonces, por el teorema **anterior,** el resto es 0 y $P(x) = C(x)\cdot(x - a)$, con lo que $x - a$ es un factor de $\boldsymbol{P(x)}$**.**
10. **a** V. **b** F. **c** F.
11. **a** $x_1 = 0$, $x_2 = 4$, $x_3 = -4$. **b** $x_1 = 0$, $x_2 = 3$, $x_3 = 4$, $x_4 = -4$. **c** $x_1 = 0$, $x_2 = 1$. **d** $x_1 = 1$, $x_2 = \dfrac{1}{4}$; $x_3 = \dfrac{1}{2}$.
    **e** $x_1 = 2$, $x_2 = 3$, $x_3 = 7$, $x_4 = -12$.
12. Asignando los números del 1 al 5 a cada ecuación y las letras a-e a cada par de soluciones, tenemos: 1-b, 2-d, 3-e, 4-a, 5-c.

## 2. Midiendo lo inaccesible

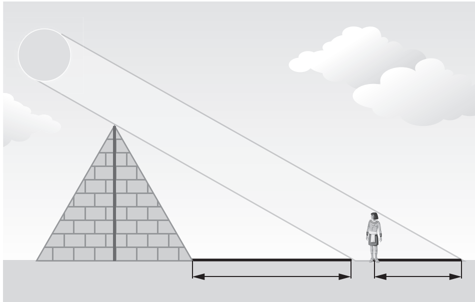
## Contextos

### Páginas 26 y 27

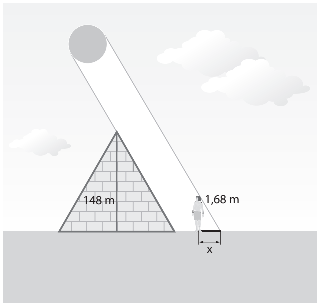
**Contexto 1**

1. La relación de proporción.
2. $\dfrac{5}{15} = \dfrac{7}{x} \rightarrow x = 21.$
3. $\dfrac{5}{15} = \dfrac{1}{3}$.
4. Que los lados del rectángulo pequeño miden un tercio de los lados del rectángulo grande.
5. $\dfrac{24}{72} = \dfrac{1}{3}$.
6. Sí.

**Contexto 2**

1. 

$$\frac{\frac{234}{2}+31}{x} = \frac{1,68}{1,68} \rightarrow x = \frac{234}{2}+31 = 148 \text{ m}$$

2. 


$$\frac{148}{234/2} = \frac{1,68}{x} \rightarrow x = 1,33 \text{ m}.$$

## Entrénate

### Páginas 28, 29, 30 y 31

1. **a** Rectángulo. **b** Obtusángulo. **c** Rectángulo. **d** Rectángulo. **e** Obtusángulo. **f** Obtusángulo. **g** Acutángulo. **h** Obtusángulo.
2. **a** Sí. **b** No. **c** Sí. **d** Sí. **e** No. **f** Sí. **g** No. **h** Sí.
3. **a** $c = \sqrt{5^2+12^2} = 13$ cm.

   **b** $c = \sqrt{20^2+21^2} = 29$ cm.

   **c** $c = \sqrt{65^2+72^2} = 97$ cm.

   **d** $c = \sqrt{7^2+24^2} = 25$ cm.

   **e** $c = \sqrt{48^2+53^2} = 71,51$ cm.

   **f** $c = \sqrt{33^2+56^2} = 65$ cm.
4. **a** $a = \sqrt{5^2-3^2} = 4$ cm.

   **b** $a = \sqrt{65^2-63^2} = 16$ m.

   **c** $a = \sqrt{37^2-35^2} = 12$ cm.

   **d** $a = \sqrt{113^2-112^2} = 15$ mm.

Editorial Casals, SA • **Material fotocopiable**

**5.** **a** $\frac{10}{15}=\frac{12}{18}=\frac{15}{22{,}5} \rightarrow$ Son semejantes porque sus lados son proporcionales.

**b.** $\hat{C}$ = 180 − 60 − 20 = 100° $\rightarrow$ Son semejantes porque tienen los ángulos iguales.

**c** $\frac{8}{20}=\frac{7}{17{,}5} \rightarrow$ Son semejantes porque tienen un ángulo igual y los lados que lo forman son proporcionales.

**6.** **a** $k = \frac{1}{2}$; $b'$ = 2,5 cm; $c'$ = 3 cm.

**b** $k = \frac{2}{5}$; $a'$ = 0,8 cm; $c'$ = 2,4 cm.

**c** $k = \frac{18}{6} = 3$; $a'$ = 6 cm, $b'$ = 15 cm.

**d** $k = \frac{6}{2} = 3$; $b'$ = 15 cm; $c'$ = 18 cm.

**7.** **a** $k = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$. **b** $k = \frac{4}{3}$.

**8.** $\frac{120-70}{120}=\frac{x}{60} \rightarrow x = 25$ cm.

**9.** $\frac{x}{3}=\frac{4}{10} \rightarrow x = \frac{3\cdot 4}{10} = 1{,}2$; $\frac{1{,}6}{y}=\frac{4}{10} \rightarrow$
$\rightarrow y = \frac{1{,}6\cdot 10}{4} = 4$.

**10.** $\frac{9}{15}=\frac{6}{x} \rightarrow x = \frac{6\cdot 15}{9} = 10$;

$\frac{20+85}{85}=\frac{x}{34} \rightarrow x = \frac{34\cdot(20+85)}{85} = 42$.

**11.** 1,68 m = 168 cm; $\frac{168}{96}=\frac{x}{88} \rightarrow x = \frac{168\cdot 88}{96} =$ =154 cm = 1,54 m.

**12.** $\frac{1{,}5}{0{,}3}=\frac{x}{2} \rightarrow x = \frac{1{,}5\cdot 2}{0{,}3} = 10$ m.

## 3. Agrupamos gente

## Contextos

### Páginas 32 y 33

**Contexto 1**

1. **a** 25. **b** 10. **c** 8. **d** 3. **e** 10.
2. Los que suspenden las dos asignaturas pertenecen a dos grupos a la vez.

**Contexto 2**

1. $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$.
2. $S_n = \frac{1+(2n-1)}{2}\cdot n = n\cdot n = n^2$.

## Entrénate

### Páginas 34, 35, 36 y 37

1. **a** Respuesta abierta. Por ejemplo, que salga un número impar y que salga un número menor que 12. **b** Respuesta abierta. Por ejemplo, que salga un número par y que salga un número mayor que 8. **c** Sacar un número de dos cifras. **d** Suceso seguro.
2. **a** $A\cup B$ = {1, 2, 3, 4, 5}. **b** $\overline{A\cup C}$ = {1, 3, 5, 6}. **c.** $A - B$ = {1}. **d** $\bar{A}$ = {2, 4, 6}. **e** $\overline{A\cap B}$ = {1, 2, 4, 6}. **f** $(A\cup B) - C$ = {1, 2, 3, 4}.
3. Si se tienen dos o más sucesos, también se puede operar con ellos:
   - **Unión** de sucesos: es el **suceso** formado por los sucesos elementales de **dichos** sucesos iniciales. Se escribe con el signo $\cup$.
   - **Intersección** de sucesos: es el suceso formado por los **sucesos** elementales **comunes** a todos los sucesos iniciales. Se escribe con el signo $\cap$.
   - **Resta** de sucesos: es el suceso **formado** por los sucesos elementales de $A$ **excluidos** los elementos **posibles** de $B$. Se escribe con el signo **−.**
4. **a** $A\cup B$ = {obtener múltiplo de 2 o de 3} = {2, 3, 4, 6}. **b** $A\cap B$ = {obtener múltiplo de 2 y de 3} = = {6}. **c** $A - B$ = {obtener múltiplo de 2 que no sea múltiplo de 3} = {2, 4}.

   $P(A\cup B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$;

   $P(A\cap B) = \frac{1}{6}$;

   $P(A-B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
5. Respuesta abierta. Por ejemplo:
   **a** Seguro: que salga un número par. Imposible: que salga un número negativo.
   **b** Seguro: que el número de caras sea inferior a 4. Imposible: que salgan 5 caras.
   **c** Seguro: que salga una bola blanca o negra. Imposible: que salga una bola roja.
6. **a** $A\cup B$ = {1, 2, 3, 5, 7, 9}. **b** $A\cap B$ = {3, 5, 7}.

   **c** $A - B$ = {1, 9}. **d** $B - A$ = {2}. **e** $A - \bar{B}$ = {3, 5, 7}.
7. $P(\bar{A}) = \frac{5}{8}$.
8. $P(A\cup B) = 0{,}8$; $P(A\cap B) = 0$.
9. **a** $P$(roja) = $\frac{10}{29}$. **b** $P$(no sea azul) = $\frac{20}{29}$.

   **c** $P$(blanca o negra) = $\frac{10}{29}$.

   **d** $P$(ni blanca ni roja) = $\frac{15}{29}$.

Editorial Casals, SA • **Material fotocopiable**

**10.** **a** $P(3.° \text{ de ESO}) = \dfrac{4}{40} = 0{,}1$.

**b** $P(1.^{er} \text{ ciclo de ESO}) = \dfrac{12}{40} = 0{,}3$.

**c** $P(\text{Secundaria}) = \dfrac{26}{40} = 0{,}65$.

**d** $P(\text{no sea del } 2.° \text{ ciclo de Secundaria}) = \dfrac{26}{40} = 0{,}65$.

**11.** **a** $P(\text{par}) = 0{,}2 + 0{,}1 + 0{,}1 = 0{,}4$.
**b** $P(\text{mayor de } 4) = 0{,}2 + 0{,}1 = 0{,}3$.
**c** $P(\text{menor o igual que } 2) = 0{,}1 + 0{,}2 = 0{,}3$.
**d** $P(\text{múltiplo de } 3) = 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}4$.

## Mates en contexto

**Páginas 38, 39, 40 y 41**

**Contexto 1**

1. 3.
2. 1.
3. 6.
4. 0.
5. 4.

**Contexto 2**

1. 4.
2. No, le faltan los términos de grado 3 y 1.
3. 0.
4. $B(x) = -x^4 + 5x^2 - 4 = 0$.
5. $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, $x_3 = 2$, $x_4 = -2$.
6. A 10 € o a 20 €.
7. No.
8. No.

**Contexto 3**

1. Divisores de 3: {±1, ±3}, divisores de 2: {±1, ±2}, divisores de 1: {±1}. Tal como está el producto, no es posible simplificar.
2. Factorizados.
3. $x^2 + x + 3$; $x^3 - 3x + 2 = (x-1)^2 \cdot (x+2)$;
$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x-1)^3$;
$x^3 + 2x - 3 = (x-1) \cdot (x^2 + x + 3)$.
4. $\dfrac{1}{x+2}$.

**Contexto 4**

1. $\dfrac{1}{6}$.
2. Con los dados cargados:

$$1 + 6 \rightarrow \frac{1}{21} \cdot \frac{6}{21};\ 2 + 5 \rightarrow \frac{2}{21} \cdot \frac{5}{21};\ 3 + 4 \rightarrow \frac{3}{21} \cdot \frac{4}{21}.$$

$$4 + 3 \rightarrow \frac{4}{21} \cdot \frac{3}{21};\ 5 + 2 \rightarrow \frac{5}{21} \cdot \frac{2}{21};\ 6 + 1 \rightarrow \frac{6}{21} \cdot \frac{1}{21}.$$

$$P = \frac{1}{21} \cdot \frac{6}{21} + \frac{2}{21} \cdot \frac{5}{21} + \frac{3}{21} \cdot \frac{4}{21} + \frac{4}{21} \cdot \frac{3}{21} + \frac{5}{21} \cdot \frac{2}{21} + \frac{6}{21} \cdot \frac{1}{21} = \frac{56}{441} = \frac{8}{63}.$$

Con los dados normales:

$$P = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6}.$$

# Unidad 3. La nueva tecnología

## 1. Teclas de la calculadora

## Contextos

**Páginas 42 y 43**

**Contexto 1**

1. **a** 1,4142. **b** 3,1623. **c** 1,7321. **d** 3,8730. **e** 2. **f** 4,4721. **g** 2,2361. **h** 5.
2. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{10}$;

$\dfrac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = \sqrt{4}$; $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{15}$;

$\dfrac{\sqrt{25}}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$.

Para multiplicar o dividir radicales con el mismo índice, operamos los radicandos y mantenemos el índice.

**Contexto 2**

1. **a** 2, 3 y 6. **b** 4, 5 y 20. **c.** 2,15, 4,64 y 10.
2. **a** 2,52 y 2,52. **b** 31,62 y 31,62. **c.** 1,40 y 1,40.

## Entrénate

**Páginas 44, 45, 46 y 47**

1. **a** $3 < \sqrt{14} < 4$. **b** $6 < \sqrt{39} < 7$. **c** $11 < \sqrt{124} < 12$. **d** $17 < \sqrt{314} < 18$.
2. **a** 3,7. **b** 8,6. **c** 14,6. **d** 25,1.
3. **a** 3,7. **b** 8,6. **c** 14,6.
4. **a** m. c. m. (2 y 3) = 6 $\rightarrow$ $\sqrt[6]{2^3}$ y $\sqrt[6]{5^2}$.

**b** m. c. m. (2 y 4) = 4 $\rightarrow$ $\sqrt[4]{3^2}$ y $\sqrt[4]{5}$.

**c.** m. c. m. (3 y 5) = 15 $\rightarrow$ $\sqrt[15]{7^3}$ y $\sqrt[15]{5^5}$.

**d** m. c. m. (5 y 6) = 30 $\rightarrow$ $\sqrt[30]{7^5}$ y $\sqrt[30]{3^6}$.

Editorial Casals, SA • Material fotocopiable

**5.** **a** m. c. m. (5 y 6) = 30 → $\sqrt[30]{7^6} > \sqrt[30]{5^5} \to \sqrt[5]{7} > \sqrt[6]{5}$.

**b** m. c. m. (2 y 3) = 6 → $\sqrt[6]{3^3} > \sqrt[6]{4^2} \to \sqrt{3} > \sqrt[3]{4}$.

**c** m. c. m. (5 y 6) = 30 → $\sqrt[30]{8^6} > \sqrt[30]{9^5} \to \sqrt[5]{8} > \sqrt[6]{9}$.

**6.** **a** $\sqrt{4}\cdot\sqrt{100} = 2\cdot 10 = 20$.

**b** $\sqrt{64}\cdot\sqrt{100} = 8\cdot 10 = 80$.

**c** $\sqrt{9}\cdot\sqrt{16} = 3\cdot 4 = 12$.

**d** $\sqrt{9}\cdot\sqrt{25} = 3\cdot 5 = 15$.

**e** $\sqrt{4}\cdot\sqrt{121} = 2\cdot 11 = 22$.

**f** $\frac{9}{4}$. **g.** $\frac{11}{15}$. **h** $\frac{12}{19}$.

**7.** **a** m. c. m. (2 y 3) = 6 → $\sqrt[6]{2^3}\cdot\sqrt[6]{5^2} = \sqrt[6]{2^3\cdot 5^2} = \sqrt[6]{200}$.

**b** m. c. m. (2 y 4) = 4 → $\sqrt[4]{3^2}\cdot\sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{3^2\cdot 5} = \sqrt[4]{45}$.

**c** m. c. m. (3 y 5) = 15 →

→ $\sqrt[15]{7^3}\cdot\sqrt[15]{5^5} = \sqrt[15]{7^3\cdot 5^5} = \sqrt[15]{1\,071\,875}$.

**d** m. c. m. (5 y 6) = 30 →

→ $\sqrt[30]{7^5}\cdot\sqrt[30]{3^6} = \sqrt[30]{7^5\cdot 3^6} = \sqrt[30]{12\,252\,303}$.

**8.** **a** 3. **b** 2. **c** –5. **d** –3.

## 2. Ecuaciones al servicio de la tecnología

## Contextos

**Páginas 48 y 49**

**Contexto 1**

**1.** **a** Falso. **b** Falso.

**2.** $4{,}8 = \frac{V}{15} \to V = 72$ V.

**3.** $I = \frac{30}{10} = 3$ A.

**4.** $4 = \frac{V}{10} \to V = 40$ V.

**5.** $5 = \frac{11}{R} \to R = 2{,}2\ \Omega$.

**6.** **a** $t = \frac{e}{v}$ **b** $m = \frac{F}{a}$ **c** $v = \frac{p}{i\cdot t}$ **d** $v = \frac{m}{d}$.

## Entrénate

**Páginas 50, 51, 52 y 53**

**1.** **a** $F(1, 3) = 2\cdot 1^2 - 3\cdot 1\cdot 3 = -7$.
**b** $F(2, 1) = 12\cdot 2^2 + 4\cdot 2\cdot 1^3 = 56$.
**c** $F(3, -1) = 3\cdot(3 + (-1))^2 = 12$.

**2.** **a** $5x - 3x = 2 + 4 \to 2x = 6 \to x = \frac{6}{2} = 3$.

Comprobamos: $5\cdot 3 - 4 = 3\cdot 3 + 2 \to 11 = 11$.

**b** $7x + x = -6 + 14 \to 8x = 8 \to x = \frac{8}{8} = 1$.

Comprobamos: $7\cdot 1 - 14 = -1 - 6 \to -7 = -7$.

**c** $12x - 7x = 16 + 9 \to 5x = 25 \to x = \frac{25}{5} = 5$.

Comprobamos: $12\cdot 5 - 9 = 7\cdot 5 + 16 \to 51 = 51$.

**d** $-x - 3x = 15 - 8 - 7 \to -4x = 0 \to x = 0$.
Comprobamos: $8 - 0 + 7 = 3\cdot 0 + 15 \to 15 = 15$.

**3.** **a** $10 + 5x - 6 - 4x = 2 - 3x + 1 \to 5x - 4x + 3x =$

$= 2 + 1 - 10 + 6 \to 4x = -1 \to x = -\frac{1}{4}$.

**b** $8 - 2x - 8 + 9x = 5x + 3 - 6x \to -2x + 9x - 5x +$

$+ 6x = 3 \to 8x = 3 \to x = \frac{3}{8}$.

**c** $2x - 6 = 5x - 4 \to 2x - 5x = -4 + 6 \to -3x =$

$= 2 \to x = -\frac{2}{3}$

**4.** $2x = 25 - 5 \to 2x = 20 \to x = \frac{20}{2} = 10$.

**5.** $x + 3x = 32 \to 4x = 32 \to x = \frac{32}{4} = 8$.

**6.** $x + (x + 20) = 120 \to 2x = 120 - 20 \to 2x = 100 \to$

$\to x = \frac{100}{2} = 50$. Hay 50 alumnos y 70 alumnas.

**7.** **a** $\Delta = 65 \to \Delta > 0 \to$ Número de soluciones = 2.
**b** $\Delta = -956 \to \Delta < 0 \to$ Número de soluciones = 0.
**c** $\Delta = -335 \to \Delta < 0 \to$ Número de soluciones = 0.
**d.** $\Delta = 0 \to$ Número de soluciones = 1.

**8.** **a** $x = \pm 9$. **b** $x^2 = \frac{147}{3} = 49 \to x = \pm\sqrt{49} = \pm 7$.

**c** $x\cdot(x - 4) = 0 \to \begin{cases} x = 0 \\ x - 4 = 0 \to x = 4 \end{cases}$

**d** $\begin{cases} x - 3 = 0 \to x = 3 \\ x + 5 = 0 \to x = -5 \end{cases}$

**e** $x\cdot(x - 12) = 0 \to \begin{cases} x = 0 \\ x - 12 = 0 \to x = 12 \end{cases}$

**9.** **a** $x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4\cdot 1\cdot 3}}{2\cdot 1} = \begin{cases} \frac{4 + \sqrt{4}}{2} = 3 \\ \frac{4 - \sqrt{4}}{2} = 1 \end{cases}$

Editorial Casals, SA • Material fotocopiable

**b** $x = \dfrac{10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 21}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} \dfrac{10 + \sqrt{16}}{2} = 7 \\ \dfrac{10 - \sqrt{16}}{2} = 3 \end{cases}$

**c** $x = \dfrac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24)}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} \dfrac{5 + \sqrt{121}}{2} = 8 \\ \dfrac{5 - \sqrt{121}}{2} = -3 \end{cases}$

## Mates en contexto

**Páginas 54, 55, 56 y 57**

**Contexto 1**

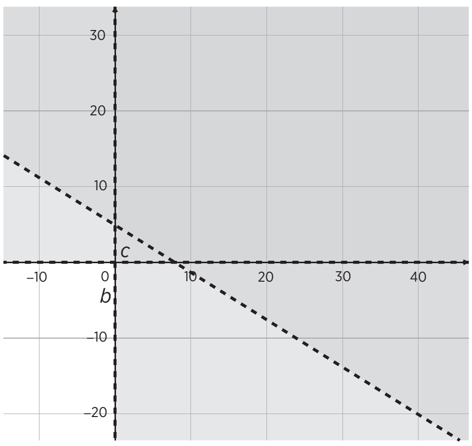
1. $d = \sqrt{h^2 + 2Rh}$
2. $R$ = 6371 km = 6 371 000 m;

   $d = \sqrt{1^2 + 2 \cdot 6371000 \cdot 1}$ = 3569,59 m.
3. $R$ = 6371 km = 6 371 000 m; $h$ = 18 + 60 = 78 m;

   $d = d = \sqrt{78^2 + 2 \cdot 6371000 \cdot 78}$ = 31 525,90 m.
4. $65^2 = h^2 + 2 \cdot 6371 \cdot h \rightarrow h^2 + 12\,742 \cdot h - 4225 = 0 \rightarrow h = 0{,}332$ km.

**Contexto 2**

1. $x$ = número de ordenadores portátiles; $y$ = número de ordenadores de sobremesa.
2. $x \geq 0$, $y \geq 0$, $500x + 800y \geq 4000$.
3. 




4. Región factible.
5. $500x + 800y \geq 4000$.

**Contexto 3**

1. Entre $x - 9$.
2. $\dfrac{4000}{x - 9}$.
3. $\dfrac{4000}{x}$.
4. $\dfrac{4000}{x - 9} = \dfrac{4000}{x} + 90$.
5. $4000x - 90 \cdot x \cdot (x - 9) = 4000 \cdot (x - 9) \rightarrow$
   $\rightarrow \cancel{4000x} - 90x(x - 9) = \cancel{4000x} - 4000 \cdot 9 \rightarrow$
   $\rightarrow 90x(x - 9) = 4000 \cdot 9 \rightarrow 90x^2 - 810x = 36000 \rightarrow$
   $\rightarrow x_1 = 25$ y $x_2 = -16$.
6. Solo sirve la primera solución, ya que el número de socios tiene que ser positivo.

**Contexto 4**

1. $2 \cdot x - 1$.
2. $x + 4$.
3. Juan: $\sqrt{2x - 1}$; David: $\sqrt{x + 4}$.
4. $\sqrt{2x - 1} + \sqrt{x + 4} = 6$.
5. Probamos con el 4:

   $\sqrt{2 \cdot 4 - 1} + \sqrt{4 + 4} = \sqrt{7} + \sqrt{8} \neq 6 \rightarrow$ No es solución.

   Probamos con el 5:

   $\sqrt{2 \cdot 5 - 1} + \sqrt{5 + 4} = \sqrt{9} + \sqrt{9} = 3 + 3 = 6 \rightarrow$

   $\rightarrow$ Es solución.
6. $x = 5$.

# Unidad 4. El deporte siempre es bueno... y matemático

## 1. Deportes individuales y colectivos
## Contextos

**Páginas 58, 59 y 60**

**Contexto 1**

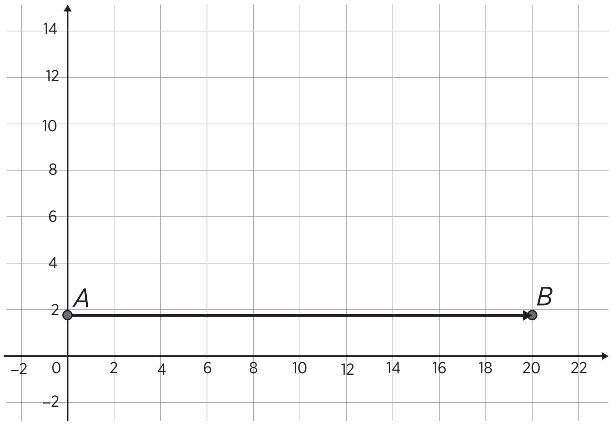
1. 100 m: $P = 23{,}4347 \cdot (|11{,}12 - 18|)^{1{,}81} = 768{,}94$.
   Jabalina: $P = 10{,}14 \cdot (|63{,}46 - 7|)^{1{,}08} = 790{,}53$.
   Peso: $P = 51{,}39 \cdot (|15{,}33 - 1{,}5|)^{1{,}05} = 810{,}48$.
   Disco: $P = 12{,}91 \cdot (|45{,}83 - 4|)^{1{,}1} = 784{,}45$.

Editorial Casals, SA • Material fotocopiable

**Contexto 2**

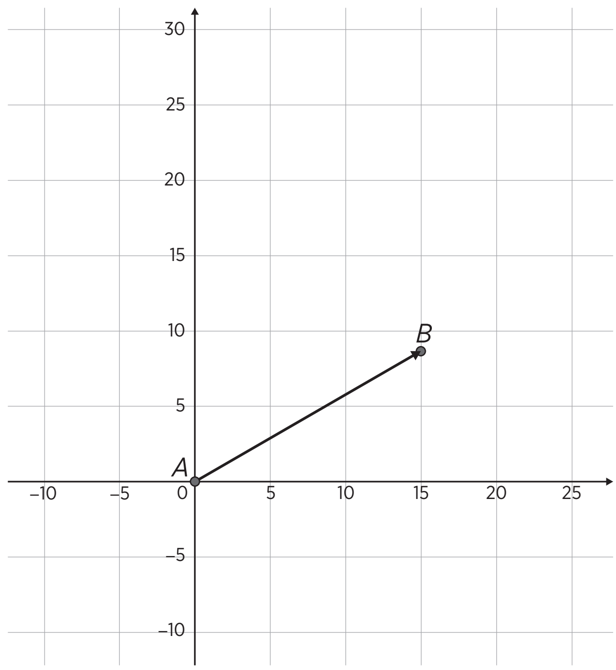
**1.** Hockey, voleibol y baloncesto: recta; balonmano: curva.

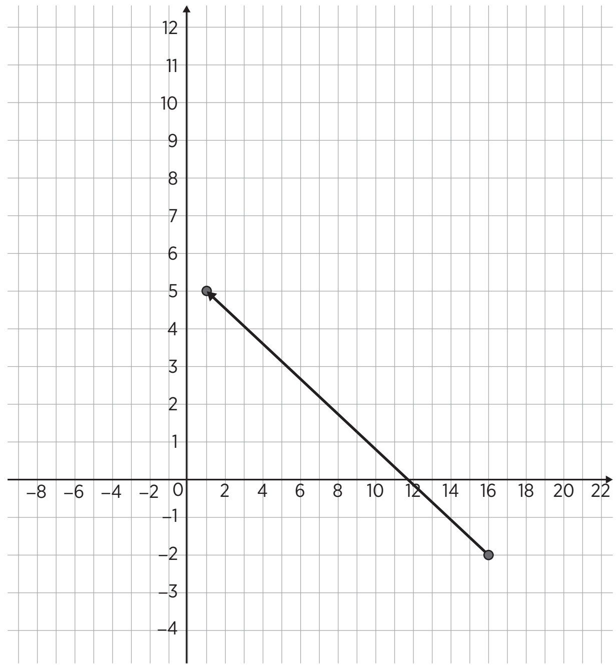
**2. a**




**b**


**c**



## Entrénate

**Páginas 61, 62, 63 y 64**

**1.** Pendiente = $\frac{-4-5}{1-(-2)} = -3$.

Ecuación: $y = -3x + n$  $5 = -3\cdot(-2) + n \rightarrow$
$\rightarrow n = -1 \rightarrow y = -3x - 1$.

**2.** **a** $f(2) = 2\cdot 2^3 - 5\cdot 2 + 2 = 8$; $f(-1) = 2\cdot(-1)^3 - 5\cdot(-1) + 2 = 5$; $f(6) = 2\cdot 6^3 - 5\cdot 6 + 2 = 404$.

**b** $x = 4$. **c** $3x = 15 \rightarrow x = \frac{15}{3} = 5$.

**d** $x^2 - 10x + 16 = 0 \rightarrow x_1 = 8$; $x_2 = 2$.

**3.** **a** $(-\infty, \infty)$. **b** $(-\infty, \infty)$.
**c** $(-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, \infty)$.

**d** $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, \infty)$. **e** $(-\infty, \infty)$.

**f** $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$. **g** $(-\infty, 3) \cup (3, 5) \cup (5, \infty)$.
**h** $[10, \infty)$. **i** $[-15, \infty)$.

**4.** **a** Polinómica. **b** Polinómica. **c** Racional. **d** Polinómica. **e** Racional. **f** Irracional. **g** Irracional.

**5.** **a** $m = \frac{-3-1}{2-1} = -4$. **b** $m = \frac{9-1}{5-3} = 4$.

**c** $m = \frac{2-2}{5-(-5)} = 0$. **d** $m = \frac{5-(-1)}{5-7} = -3$.

**6.** $-3 = m\cdot 2 + 4 \rightarrow m = -\frac{7}{2} \rightarrow$
$\rightarrow$ Ecuación: $y = -\frac{7}{2}x + 4$.

Editorial Casals, SA • **Material fotocopiable**

7. **a** Intervalo de crecimiento: (0, ∞); intervalo de decrecimiento: (–∞, 0); máximos: no tiene; mínimos: (0, –1). **b** Intervalo de crecimiento: (–∞, 0); intervalo de decrecimiento: (0, ∞); máximos: no tiene; mínimos: no tiene. **c** Intervalo de crecimiento: (–∞, 0); intervalo de decrecimiento: (0, ∞); máximos: (0, 1); mínimos: no tiene. **d** Intervalo de crecimiento: (–1,5, 0) ∪ (1,5, ∞); intervalo de decrecimiento: (–∞, –1,5) ∪ (0, 1,5); máximos: (0, 1); mínimos: (–1,5, –3) y (1,5, –3).

## 2. Analizamos diferencias
## Contextos

**Páginas 65, 66 y 67**

**Contexto 1**

1. Cuantitativas discretas. Los goles son variables de este tipo porque se pueden contar usando un número finito de valores.
2. **a** 14. **b** 16. **c** 5.

**Contexto 2**

1.

| España | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Puntos** | **Marca de clase $x_i$** | **Frecuencia absoluta $f_i$** | **Frecuencia absoluta acumulada $F_i$** | $x_i \cdot f_i$ | $x_i^2 \cdot f_i$ |
| [0, 10) | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [10, 20) | 15 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [20, 30) | 25 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [30, 40) | 35 | 3 | 3 | 105 | 3675 |
| [40, 50) | 45 | 6 | 9 | 270 | 12 150 |
| [50, 60) | 55 | 7 | 16 | 385 | 21 175 |
| [60, 70) | 65 | 2 | 18 | 130 | 8450 |
| [70, 80) | 75 | 1 | 19 | 75 | 5625 |
| [80, 90) | 85 | 1 | 20 | 85 | 7225 |
| [90, 100) | 95 | 0 | 20 | 0 | 0 |

| Italia | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Puntos** | **Marca de clase $x_i$** | **Frecuencia absoluta $f_i$** | **Frecuencia absoluta acumulada $F_i$** | $x_i \cdot f_i$ | $x_i^2 \cdot f_i$ |
| [0, 10) | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [10, 20) | 15 | 1 | 1 | 15 | 225 |
| [20, 30) | 25 | 1 | 2 | 25 | 625 |
| [30, 40) | 35 | 2 | 4 | 70 | 2450 |
| [40, 50) | 45 | 7 | 11 | 315 | 14 175 |
| [50, 60) | 55 | 2 | 13 | 110 | 6050 |
| [60, 70) | 65 | 5 | 18 | 325 | 21 125 |
| [70, 80) | 75 | 1 | 19 | 75 | 5625 |
| [80, 90) | 85 | 0 | 19 | 0 | 0 |
| [90, 100) | 95 | 1 | 20 | 95 | 9025 |

| Inglaterra | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Puntos** | **Marca de clase $x_i$** | **Frecuencia absoluta $f_i$** | **Frecuencia absoluta acumulada $F_i$** | $x_i \cdot f_i$ | $x_i^2 \cdot f_i$ |
| [0, 10) | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [10, 20) | 15 | 1 | 1 | 15 | 225 |
| [20, 30) | 25 | 1 | 2 | 25 | 625 |
| [30, 40) | 35 | 3 | 5 | 105 | 3675 |
| [40, 50) | 45 | 4 | 9 | 180 | 8100 |
| [50, 60) | 55 | 5 | 14 | 275 | 15 125 |
| [60, 70) | 65 | 1 | 15 | 65 | 4225 |
| [70, 80) | 75 | 3 | 18 | 225 | 16 875 |
| [80, 90) | 85 | 0 | 18 | 0 | 0 |
| [90, 100) | 95 | 2 | 20 | 190 | 18 050 |

2. Intervalo modal → España: [50, 60), Italia: [40,50), Inglaterra: [50, 60).
   Intervalo mediano → España: [50, 60), Italia: [40, 50), Inglaterra: [50, 60).
3. $\overline{x}_{Esp.}$ = 52,5; $\overline{x}_{It.}$ = 51,5; $\overline{x}_{Ing.}$ = 54; $\sigma^2_{Esp.}$ = 158,75; $\sigma^2_{It..}$ = 312,75; $\sigma^2_{Ing.}$ = 429.

Editorial Casals, SA • Material fotocopiable

## Entrénate

**Páginas 68, 69, 70, 71**

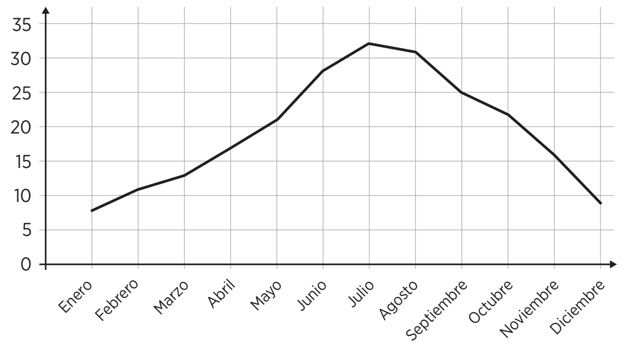
**1. a** $\overline{x} = \dfrac{0 \cdot 6 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 10 + 6 \cdot 0 + 7 \cdot 2 + 8 \cdot 2 + 9 \cdot 4}{6 + 5 + 10 + 8 + 7 + 10 + 0 + 2 + 2 + 4} = \dfrac{193}{54} = 3{,}57$ ;

*Mo* = 2 y 5; *Me* = 3.

**b** $\sigma^2 = \dfrac{6 \cdot 0^2 + 5 \cdot 1^2 + 10 \cdot 2^2 + 8 \cdot 3^2 + 7 \cdot 4^2 + 10 \cdot 5^2 + 0 \cdot 6^2 + 2 \cdot 7^2 + 2 \cdot 8^2 + 4 \cdot 9^2}{6 + 5 + 10 + 8 + 7 + 10 + 0 + 2 + 2 + 4} - 3{,}57^2 = 6{,}28.$

$\sigma = \sqrt{6{,}28} = 2{,}51$

**2.**




**3. a**

| **Altura** | [155, 160) | [160, 165) | [165, 170) | [175, 180) | [180, 190) |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_i$ | 3 | 14 | 11 | 8 | 4 |
| **Marca** | 157,5 | 162,5 | 167,5 | 177,5 | 185 |
| $F_i$ | 3 | 17 | 28 | 36 | 40 |

**b** $\overline{x} = \dfrac{3 \cdot 157{,}5 + 14 \cdot 162{,}5 + 11 \cdot 167{,}5 + 8 \cdot 177{,}5 + 4 \cdot 185}{3 + 14 + 11 + 8 + 4} = \dfrac{6750}{40} = 168{,}75$ ;

intervalo modal: [160, 165); intervalo mediano: [165, 170).

**4. a** $\overline{x} = \dfrac{20 \cdot 2{,}5 + 14 \cdot 6 + 12 \cdot 8 + 4 \cdot 9{,}5}{20 + 14 + 12 + 4} = 5{,}36$ . **b** Intervalo modal: [0, 5); Intervalo mediano: [5, 7).

**5. a**

| **Duración** | [25, 30) | [30, 35) | [35, 40) | [40, 45) | [45, 55) | [55, 70) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Marca** | 27,5 | 32,5 | 37,5 | 42,5 | 50 | 62,5 |
| $f_i$ | 4 | 5 | 22 | 28 | 7 | 3 |

**b** $\overline{x} = \dfrac{4 \cdot 27{,}5 + 5 \cdot 32{,}5 + 22 \cdot 37{,}5 + 28 \cdot 42{,}5 + 7 \cdot 50 + 3 \cdot 62{,}5}{4 + 5 + 22 + 28 + 7 + 3} = 40{,}94$ horas.

**c** $\sigma^2 = \dfrac{4 \cdot 27{,}5^2 + 5 \cdot 32{,}5^2 + 22 \cdot 37{,}5^2 + 28 \cdot 42{,}5^2 + 7 \cdot 50^2 + 3 \cdot 62{,}5^2}{4 + 5 + 22 + 28 + 7 + 3} -$

$- 40{,}94^2 = 48{,}93 \rightarrow \sigma = \sqrt{48{,}93} = 6{,}995.$

**d** $CV = \dfrac{6{,}995}{40{,}94} = 0{,}171.$

Editorial Casals, SA • **Material fotocopiable**

**6. a**

| Tiempo | [45, 50) | [50, 55) | [55, 60) | [60, 70) | [70, 80) | [80, 90) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| N.º de alumnos | 9 | 15 | 72 | 44 | 24 | 11 |
| Marca | 47,5 | 52,5 | 57,5 | 65 | 75 | 85 |

**b** $\overline{x} = \dfrac{9 \cdot 47{,}5 + 15 \cdot 52{,}5 + 72 \cdot 57{,}5 + 44 \cdot 65 + 24 \cdot 75 + 11 \cdot 85}{9 + 15 + 72 + 44 + 24 + 11} = 62{,}57\,;$

$$\sigma^2 = \frac{9 \cdot 47{,}5^2 + 15 \cdot 52{,}5^2 + 72 \cdot 57{,}5^2 + 44 \cdot 65^2 + 24 \cdot 75^2 + 11 \cdot 85^2}{9 + 15 + 72 + 44 + 24 + 11} - 62{,}57^2 = 85{,}24 \rightarrow$$

$$\rightarrow \sigma = \sqrt{85{,}24} = 9{,}23$$

$$CV = \frac{9{,}23}{62{,}57} = 0{,}148$$

## Mates en contexto

**Páginas 72, 73, 74 y 75**

**Contexto 1**

**1.**

| Tiempo | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Radio | 0,3 | 0,6 | 0,9 | 1,2 | 1,5 | 1,8 | 3 |

**2.** La variable independiente son los minutos que pasan, por lo que podría tomar valores decimales. Se trata de una variable continua.

**3.** $y = 0{,}3 \cdot t$.

**4.** Una función lineal.

**5.** Pendiente = 0,3; ordenada en el origen = 0.
La pendiente es lo que aumenta el radio por cada minuto que pasa. No hay término independiente, ya que en el momento en el que salta la chispa ($t = 0$) la superficie quemada es nula.

**Contexto 2**

**1.** 780.

**2.** $Mo = [0, 10)$.

**3.**

| Edad de fallecimiento (en años) | Número de personas | Marca | $F_i$ |
|---|---|---|---|
| [0, 10) | 780 | 5 | 780 |
| [10, 20) | 210 | 15 | 990 |
| [20, 30) | 180 | 25 | 1170 |
| [30, 40) | 300 | 35 | 1470 |
| [40, 50) | 480 | 45 | 1950 |
| [50, 60) | 600 | 55 | 2550 |
| [60, 70) | 270 | 65 | 2820 |
| [70, 80) | 150 | 75 | 2970 |
| [80, 90) | 30 | 85 | 3000 |

**4.** $\overline{x} = \dfrac{780 \cdot 5 + 210 \cdot 15 + 180 \cdot 25 + 300 \cdot 35 + 480 \cdot 45 + 600 \cdot 55 + 270 \cdot 65 + 150 \cdot 75 + 30 \cdot 85}{3000} = \dfrac{108\,000}{3000} = 36$

Editorial Casals, SA • **Material fotocopiable**

**Contexto 3**

1. Parámetros de centralización $\rightarrow$

$$\rightarrow \text{ media aritmética: } \begin{cases} \overline{x}_{\text{elefantes}} = 2000 \text{ kg} \\ \overline{x}_{\text{ratones}} = 0{,}05 \text{ kg} \end{cases}$$

Parámetros de dispersión $\rightarrow$

$$\rightarrow \text{desviación típica: } \begin{cases} \sigma_{\text{elefantes}} = 100 \text{ kg} \\ \sigma_{\text{ratones}} = 0{,}02 \text{ kg} \end{cases}$$

2. El peso de los elefantes.
3. Varianza 1 = $\sigma_{elefantes}{}^2 = 100^2 = 10\,000$ ;
   varianza 2 = $\sigma_{ratones}{}^2 = 0{,}02^2 = 0{,}0004$ .
4. $10\,000 > 0{,}0004 \rightarrow$
   Varianza peso elefantes >
   > Varianza peso ratones.
5. $CV_1 = \dfrac{100}{2000} = 0{,}05$ ; $CV_2 = \dfrac{0{,}02}{0{,}05} = 0{,}4$
6. $0{,}4 > 0{,}05 \rightarrow$ *CV* peso ratones >
   > *CV* peso elefantes.

**Contexto 4**

1. Es una línea recta.
2. Las funciones lineales.
3. Tramo *AB*: pendiente = $\dfrac{56-0}{28-0} = 2$ .

   Tramo *BC*: pendiente = $\dfrac{64-56}{60-28} = 0{,}25$
4. La velocidad.

# Unidad 5. Física muy matemática

## 1. En movimiento

## Contextos

**Páginas 76 y 77**

**Contexto 1**

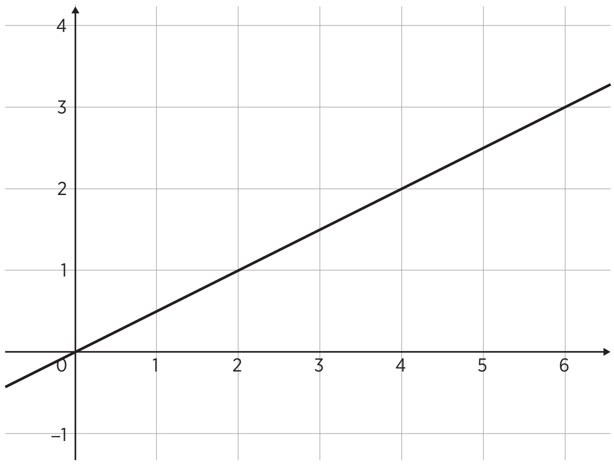
1. $v = \dfrac{e - e_0}{t}$ .
2. $t = \dfrac{e - e_0}{v}$.
3. $v$ = 20 m/s.
4. $e = 20 \cdot 25 = 500$ m.
5. $t = \dfrac{200}{20} = 10$ s.

**Contexto 2**

1.

| Tiempo (s) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Velocidad (m/s) | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 |

2.



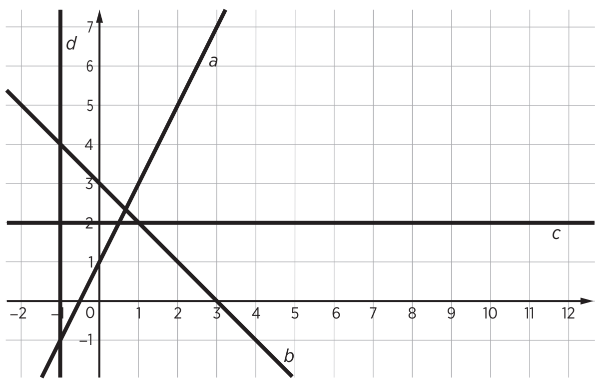
3.

| Tiempo (s) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Espacio (m) | 0,25 | 1 | 2,25 | 4 | 6,25 | 9 | 12,25 |

## Entrénate

**Páginas 78, 79, 80 y 81**

1. Respuesta abierta. Por ejemplo: **a** *A*(0, 4); *B*(1, 5). **b** *A*(0, 2); *B*(2, 0). **c** *A*(0, −2); *B*(1, 1). **d** *A*(4, 1); *B*(−2, 1). **e** *A*(2, 0); *B*(2, 3). **f** *A*(0, −3); *B*(0, 3).
2.




3. **a** $y = mx$.
   **b** $y = mx - 3$.
   **c** $y = -mx + 2$.
   **d** $y = -mx$.
   **e** $y = 2x$.
   **f** $y = 4$.
   **g** $x = 2$.
4. $y = x + 7$.

Editorial Casals, SA • Material fotocopiable

**5.** *A*, *B*, *C* y *D* sí pertenecen; *E,* no.

**6.** *a*, *b* y *f* son cóncavas; *c*, *d* y *e* son convexas.

**7.** $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot 1\cdot(-12)}}{2\cdot 1}=\begin{cases} x_1=3\\ x_2=-4\end{cases}\rightarrow$

$\rightarrow$La función es negativa en $-4<x<3$.

**8.**

$x_v=\dfrac{-8}{2\cdot 1}=-4\rightarrow y_v=(-4)^2+8\cdot(-4)+k=0\rightarrow k=16$

**9.** **a** $d=5^2-4\cdot 1\cdot(-6)=49>0\rightarrow$ En dos.

**b** $d=5^2-4\cdot(-3)\cdot(-3)=-11<0\rightarrow$ En ninguno.

**c** $d=(-6)^2-4\cdot 4\cdot 1=20>0\rightarrow$ En dos.

**d** $d=10^2-4\cdot(-1)\cdot(-25)=0\rightarrow$ En uno.

**e** $d=0^2-4\cdot 1\cdot 1=-4<0\rightarrow$ En ninguno.

**f** $d=0^2-4\cdot(-1)\cdot 1=4>0\rightarrow$ En dos.

**10.** $x_v=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-b}{2\cdot 1}=2\rightarrow b=-4;\ y_v=2^2+(-4)\cdot 2+c=$

$=1\rightarrow c=5$

**11.** $y=k\cdot[x-(-2)]\cdot(x-4)\rightarrow y=k\cdot(x^2-2x-8)$.
Hay infinitas.

## 2. Péndulo y gravedad

## Contextos

**Páginas 82 y 83**

**Contexto 1**

**1.** $f=\dfrac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\dfrac{g}{l}}\ \ s^{-1}$

**2.** $\omega=\sqrt{\dfrac{g}{l}}$ rad/s

**3.** $T=2\pi\cdot\sqrt{\dfrac{1}{9{,}8}}=2\ s\ ;\ f=\dfrac{1}{T}=0{,}5\ s^{-1}$

**Contexto 2**

**1.** $g_0=\dfrac{6{,}674\cdot 10^{-11}\cdot 5{,}972\cdot 10^{24}}{6\ 371\ 000^2}=9{,}82\ \text{m/s}^2$

**2.** **a** $g_0=\dfrac{6{,}674\cdot 10^{-11}\cdot 5{,}972\cdot 10^{24}}{6\ 357\ 000^2}=9{,}86\ \text{m/s}^2$

**b** $g_0=\dfrac{6{,}674\cdot 10^{-11}\cdot 5{,}972\cdot 10^{24}}{6\ 378\ 000^2}=9{,}80\ \text{m/s}^2$

**3.** $g_{Everest}=9{,}82\cdot\left(\dfrac{6\ 371\ 000}{6\ 371\ 000+8400}\right)^2=9{,}79\ \text{m/s}^2$

**4.**
$g_{Estación}=9{,}82\cdot\left(\dfrac{6\ 371\ 000}{6\ 371\ 000+400\ 000}\right)^2=8{,}69\ \text{m/s}^2$

## Entrénate

**Páginas 84, 85, 86 y 87**

**1.** Sí.

**2.** Sí.

**3.** **a** $\sqrt{30}<\sqrt{50}$ . **b** $\sqrt{30}>\sqrt[3]{10}$ . **c** $\sqrt[4]{20}<\sqrt[4]{60}$ .

**d** $\sqrt[4]{100}=\sqrt[6]{1000}$ . **e** $\sqrt[6]{250}<\sqrt[4]{125}$.

**4.** **a** $\sqrt[8]{480}>\sqrt[3]{10}>\sqrt[4]{20}>\sqrt[6]{80}$ .

**b** $\sqrt[3]{3}>\sqrt[4]{4}>\sqrt[5]{5}>\sqrt[6]{6}$.

**5.** **a** $\sqrt{2^2\cdot 2}=\sqrt{8}$ . **b** $\sqrt{5^2\cdot 10}=\sqrt{250}$ .

**c** $\sqrt[4]{3^4\cdot 6}=\sqrt[4]{486}$ **.**

**6.** **a** $\sqrt{2^5}=4\cdot\sqrt{2}$ . **b** $\sqrt{2^3\cdot 3^2}=6\sqrt{2}$ .

**c** $\sqrt{2^2\cdot 5^3}=10\sqrt{5}$ . **d** $a^4\cdot b^3\cdot c^2\cdot\sqrt{a\cdot b\cdot c}$ .

**e** $a\cdot b^5\cdot c^4\cdot\sqrt[3]{a^2\cdot b^2\cdot c^2}$. **f** $a\cdot b^3\cdot c=\sqrt[4]{a\cdot b^3\cdot c^2}$ .

**g** $a\cdot b^2\cdot c^4\cdot\sqrt[6]{a^3\cdot b^5\cdot c^2}$ . **h** $a\cdot b^3\cdot c\cdot\sqrt[4]{a\cdot b^3\cdot c^2}$.

**7.** **a** $\sqrt{384}=\sqrt{2^7\cdot 3}=2^3\cdot\sqrt{2\cdot 3}=8\sqrt{6}$ .

**b** $\sqrt{216}=\sqrt{2^3\cdot 3^3}=2\cdot 3\cdot\sqrt{2\cdot 3}=6\sqrt{6}$ .

**c** $\sqrt[4]{a^6\cdot b^5}=a\cdot b\cdot\sqrt[4]{a^2\cdot b}$ .

**d** $\sqrt[7]{a^{11}\cdot b^9}=a\cdot b\cdot\sqrt[7]{a^4\cdot b^2}$ .

**e** $\sqrt[9]{a^{12}\cdot b^{14}}=a\cdot b\cdot\sqrt[9]{a^3\cdot b^5}$.

**8.** **a** $\dfrac{\sqrt{2^6\cdot 3}}{\sqrt{2^3}}=2\cdot\sqrt{2\cdot 3}=2\sqrt{6}$ .

**b** $\dfrac{\sqrt{2^4\cdot 5^3}}{\sqrt{2^3}}=5\cdot\sqrt{2\cdot 5}=5\sqrt{10}$ .

**c** $\dfrac{\sqrt[4]{3^4\cdot 5^2}}{\sqrt[4]{3\cdot 5}}=\sqrt[4]{3^3\cdot 5}=\sqrt[4]{135}$ . **d** $\sqrt[7]{a^4\cdot b^2}$ .

**e** $\sqrt[10]{a^6\cdot b^3}$.

Editorial Casals, SA • Material fotocopiable

**9. a** $\sqrt{6^5} = \sqrt{2^5 \cdot 3^5} = 2^2 \cdot 3^2 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = 36\sqrt{6}$.

**b** $\sqrt{10^7} = \sqrt{2^7 \cdot 5^7} = 2^3 \cdot 5^3 \cdot \sqrt{2 \cdot 5} = 1000\sqrt{10}$.

**c** $\sqrt[5]{3^{12} \cdot 7^{12}} = 3^2 \cdot 7^2 \cdot \sqrt[5]{3^2 \cdot 7^2} = 441 \cdot \sqrt[5]{441}$.

**d** $\sqrt[4]{3^9 \cdot 5^9} = 3^2 \cdot 5^2 \cdot \sqrt[4]{3 \cdot 5} = 225 \cdot \sqrt[4]{15}$.

**e** $\sqrt[4]{1000}$. **f** $\sqrt[15]{45}$.

**10. a** $\sqrt{2} + 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} - 4 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} = -\sqrt{2}$.

**b** $3 \cdot \sqrt{3^3} + 5 \cdot \sqrt{2^2 \cdot 3} - 4 \cdot \sqrt{2^4 \cdot 3} =$
$= 3 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} + 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} - 4 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$.

**c** $7 \cdot \sqrt{2^2 \cdot 5} + 5 \cdot \sqrt{3^2 \cdot 5} - 2 \cdot \sqrt{2^4 \cdot 5} =$
$= 7 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} + 5 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} - 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{5} = 21\sqrt{5}$.

**d** $12 \cdot \sqrt{2^5} + 3 \cdot \sqrt{2 \cdot 5^2} - 3 \cdot \sqrt{2 \cdot 7^2} =$
$= 12 \cdot 4 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot 5v\sqrt{2} - 3 \cdot 7 \cdot \sqrt{2} = 42\sqrt{2}$.

**11. a** $\dfrac{2}{\sqrt{3}} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{\left(\sqrt{3}\right)^2} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

**b** $\dfrac{5}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \cdot \dfrac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \dfrac{5\left(\sqrt{5} + \sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{5} - \sqrt{3}\right)v\left(\sqrt{5} + \sqrt{3}\right)}$
$= \dfrac{5\left(\sqrt{5} + \sqrt{3}\right)}{5 - 3} = \dfrac{5\left(\sqrt{5} + \sqrt{3}\right)}{2}$.

**c** $\dfrac{-1}{3 - \sqrt{7}} \cdot \dfrac{3 + \sqrt{7}}{3 + \sqrt{7}} = \dfrac{-1\left(3 + \sqrt{7}\right)}{\left(3 - \sqrt{7}\right) \cdot \left(3 + \sqrt{7}\right)} =$
$= \dfrac{-3 - \sqrt{7}}{3^2 - 7} = \dfrac{-3 - \sqrt{7}}{2}$.

**d** $\dfrac{5}{2\sqrt{5} - \sqrt{8}} \cdot \dfrac{2\sqrt{5} + \sqrt{8}}{2\sqrt{5} + \sqrt{8}} =$
$= \dfrac{5\left(2\sqrt{5} + \sqrt{8}\right)}{\left(2\sqrt{5} - \sqrt{8}\right) \cdot \left(2\sqrt{5} + \sqrt{8}\right)} =$
$= \dfrac{5\left(2\sqrt{5} + \sqrt{8}\right)}{2^2 \cdot 5 - 8} = \dfrac{5\left(2\sqrt{5} + \sqrt{8}\right)}{12}$.

**e** $\dfrac{2}{\sqrt[4]{3}} \cdot \dfrac{\sqrt[4]{3^3}}{\sqrt[4]{3^3}} = \dfrac{2 \cdot \sqrt[4]{3^3}}{\sqrt[4]{3^4}} = \dfrac{2 \cdot \sqrt[4]{3^3}}{3}$.

**f** $\dfrac{4}{\sqrt[7]{5^3}} \cdot \dfrac{\sqrt[7]{5^4}}{\sqrt[7]{5^4}} = \dfrac{4 \cdot \sqrt[7]{5^4}}{\sqrt[7]{5^7}} = \dfrac{4 \cdot \sqrt[7]{5^4}}{5}$.

## 3. Velocidad en bicicleta
## Contextos

**Páginas 88 y 89**
**Contexto 1**

**1.** $v = \dfrac{27 \text{ km}}{1 \text{ h}} \cdot \dfrac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \dfrac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} =$
$= \dfrac{27\,000 \text{ m}}{60 \text{ min}} = 450 \text{ m/min}$.

**2.** $v = \dfrac{30 \text{ km}}{1 \text{ h}} \cdot \dfrac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \dfrac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} =$
$= \dfrac{30\,000 \text{ m}}{60 \text{ min}} = 500 \text{ m/min}$.

**3.** $t$ = 69,5 min ≈ 1 hora y 10 min → Se encontrarán sobre las 10:10 h.

**Contexto 2**

**1. a** $v = \dfrac{18 \text{ km}}{1 \text{ h}} \cdot \dfrac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \dfrac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} =$
$= \dfrac{18\,000 \text{ m}}{60 \text{ min}} = 300 \text{ m/min}$.

**b** $v = \dfrac{21 \text{ km}}{1 \text{ h}} \cdot \dfrac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \dfrac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} =$
$= \dfrac{21\,000 \text{ m}}{60 \text{ min}} = 350 \text{ m/min}$.

**c** $v = \dfrac{24 \text{ km}}{1 \text{ h}} \cdot \dfrac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \dfrac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} =$
$= \dfrac{24\,000 \text{ m}}{60 \text{ min}} = 400 \text{ m/min}$.

**2.** M.ª Ángeles y Juanma: $e_1 = 300 \cdot (t + 30)$ metros.
Rosa y Rafa: $e_2 = 350 \cdot (t - 30)$ metros.
Pilar y José Luis: $e_3 = 400 \cdot t$ metros.

## Entrénate

**Páginas 90, 91, 92 y 93**

**1.** **a** (1, 10), (3, 6), (2, 8). **b** (7, 7), (–6, –6), (3, 3).

**2.**

| *x* | –2 | 8 | 3 | 1 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|
| *y* | –15 | 5 | –5 | –9 | –11 |

Editorial Casals, SA • Material fotocopiable

**3.** **a** Despejamos $y$ de la primera ecuación:

$$y = \frac{7 - 2x}{3}.$$

Sustituimos en la segunda:

$$3x + 4 \cdot \frac{7 - 2x}{3} = 10 \rightarrow 9x + 4(7 - 2x) =$$
$$= 10 \cdot 3 \rightarrow 9x + 28 - 8x = 30 \rightarrow (9 - 8)x =$$
$$= 30 - 28 \rightarrow x = \frac{2}{1} = 2.$$

Con este valor de $x = 2$, obtenemos el valor de $y$:

$$y = \frac{7 - 2 \cdot 2}{3} = 1.$$

**b** Despejamos $y$ de la primera ecuación:
$y = 4x - 10$.
Sustituimos en la segunda:
$5x + 3 \cdot (4x - 10) = 21 \rightarrow 5x + 12x - 30 = 21 \rightarrow$

$\rightarrow (5 + 12)x = 21 + 30 \rightarrow x = \frac{51}{17} = 3.$

Con este valor de $x = 3$, obtenemos el valor de $y$:
$y = 4 \cdot 3 - 10 = 2$.

**4.** **a** Despejamos la misma incógnita de las dos ecuaciones: $y = \frac{13 - 2x}{3}$; $y = \frac{19 - 3x}{4}$.

Igualamos ambas expresiones:

$$\frac{13 - 2x}{3} = \frac{19 - 3x}{4} \rightarrow 4(13 - 2x) = 3(19 - 3x) \rightarrow$$
$$\rightarrow 52 - 8x = 57 - 9x \rightarrow (-8 + 9)x =$$
$$v = \frac{80 \text{ km}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} =$$
$$= 57 - 52 \rightarrow x = \frac{5}{1} = 5.$$
$$= \frac{80\,000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 22,\hat{2} \text{ m/s}.$$

Calculamos el valor de $y$: $y = \frac{13 - 2x}{3} = \frac{13 - 2 \cdot 5}{3} = 1.$

**b** Despejamos la misma incógnita de las dos ecuaciones: $y = \frac{11 - 5x}{-3} = \frac{5x - 11}{3}$; $y = \frac{23 - 2x}{5}$.

Igualamos ambas expresiones:

$$\frac{5x - 11}{3} = \frac{23 - 2x}{5} \rightarrow 5(5x - 11) =$$
$$= 3(23 - 2x) \rightarrow 25x - 55 = 69 - 6x \rightarrow (25 + 6)x =$$
$$= 69 + 55 \rightarrow x = \frac{124}{31} = 4.$$

Calculamos el valor de $y$:

$$y = \frac{23 - 2x}{5} = \frac{23 - 2 \cdot 4}{5} = 3.$$

**5.** **a** Sumando ambas ecuaciones, nos queda: $(8 + 9)$
$x = -20 + 54 \rightarrow 17x = 34 \rightarrow x = \frac{34}{17} = 2.$
Con este valor de $x$, hallamos el valor de $y$:
$3 \cdot 2 + 4y = 18 \rightarrow 6 + 4y = 18 \rightarrow y = \frac{12}{4} = 3.$

**b** Restando ambas ecuaciones, nos queda: $(16 - 9)$
$x = 92 - 57 \rightarrow 7x = 35 \rightarrow x = \frac{35}{7} = 5.$
Con este valor de $x$, hallamos el valor de $y$:
$3 \cdot 5 + 4y = 19 \rightarrow 15 + 4y = 19 \rightarrow y = \frac{4}{4} = 1.$

**6.** Sumando ambas expresiones, nos queda:
$2x = 34 \rightarrow x = \frac{34}{2} = 17.$
Con este valor de $x$, calculamos $y$:
$17 + y = 24 \rightarrow y = 24 - 17 = 7.$

**7.** $2x + 5 = 33 \rightarrow 2x = 33 - 5 \rightarrow x = \frac{28}{2} = 14.$
Edad de Juan = 14 − 5 = 9 años.
Edad de Mercedes = 14 años.

**8.** $-2y = 110 - 154 \rightarrow y = \frac{44}{2} = 22$ conejos;
$x = 55 - 22 = 33$ gallinas.

## Mates en contexto

**Páginas 94, 95, 96 y 97**
**Contexto 1**

**1.** $l = \sqrt{8100} = 90$ cm.

**2.** $a = \sqrt[3]{8000} = 20$ cm.

**3.** $d = \sqrt{2 \cdot x^2} = x\sqrt{2} = \sqrt{1800} \rightarrow$
$$\rightarrow x = \frac{\sqrt{1800}}{\sqrt{2}} = \frac{30 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 30 \text{ cm}.$$
$$A_{base} = x^2 = 30^2 = 900 \text{ cm}^2.$$

**4.** $V = 900 \cdot \sqrt{450} = 19\,091,88 \text{ cm}^3$.

**5.** $A_{total} = 2 \cdot 900 + 4 \cdot 30 \cdot \sqrt{450} =$
$= 1800 + 2545,58 = 4345,58 \text{ cm}^2$.

**Contexto 2**

**1.** Los alumnos calculan su ASC con su peso y su altura.

**2.** ASC = $\sqrt{\frac{P \cdot 175}{3600}} = 1,9 \rightarrow \frac{P \cdot 175}{3600} = 1,9^2 =$
$$= 3,61 \rightarrow P = \frac{3,61 \cdot 3600}{175} = 74,26 \text{ kg}.$$

Editorial Casals, SA • **Material fotocopiable**

**3.** $\text{ASC} = \sqrt{\dfrac{58 \cdot h}{3600}} = 1{,}6 \rightarrow \dfrac{58 \cdot h}{3600} = 1{,}6^2 =$

$= 2{,}56 \rightarrow h = \dfrac{2{,}56 \cdot 3600}{58} = 159 \text{ cm.}$

**4.** $\dfrac{80 \cdot h}{3600} = \dfrac{17}{5} \rightarrow h = \dfrac{17 \cdot 3600}{80 \cdot 5} = 153 \text{ cm.}$

**Contexto 3**

**1. a** m. c. m. (6, 4) = 12; $A = \sqrt[12]{k^2 \cdot k^3} = \sqrt[12]{k^5}\ \text{m}^2$.

**b** m. c. m. (6, 3) = 6; $A = \sqrt[6]{k \cdot k^2} = \sqrt[6]{k^3} = \sqrt{k}\ \text{m}^2$.

**c** m. c. m. (4, 3) = 12; $A = \sqrt[12]{k^3 \cdot k^4} = \sqrt[12]{k^7}\ \text{m}^2$.

**d** m. c. m. (6, 4, 3) = 12;

$V = \sqrt[12]{k^2 \cdot k^3 \cdot k^4} = \sqrt[12]{k^9} = \sqrt[4]{k^3}\ \text{m}^3$.

**Contexto 4**

**1. a** $v = \dfrac{100 \text{ km}}{1 \text{ h}} \cdot \dfrac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \dfrac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = .$

$= \dfrac{100\ 000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 27{,}\hat{7} \text{ m/s}$

**b** $9358 = 27{,}\hat{7} \cdot t \rightarrow t = \dfrac{9358}{27{,}\hat{7}} = 336{,}888 \text{ s.}$

**2. a** $v_0 = \dfrac{120 \text{ km}}{1 \text{ h}} \cdot \dfrac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \dfrac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} =$

$= \dfrac{120\ 000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 33{,}\hat{3} \text{ m / s;}$

$v = \dfrac{80 \text{ km}}{1 \text{ h}} \cdot \dfrac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \dfrac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} =$

$= \dfrac{80\ 000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 22{,}\hat{2} \text{ m/s.}$

**b** $22{,}\hat{2} = 33{,}\hat{3} + a \cdot t \rightarrow a = \dfrac{22{,}\hat{2} - 33{,}\hat{3}}{t};$

$9358 = 33{,}\hat{3} \cdot t + \dfrac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow$

$9358 = 33{,}\hat{3} \cdot t + \dfrac{1}{2} \cdot \left(\dfrac{22{,}\hat{2} - 33{,}\hat{3}}{t}\right) \cdot t^2 \rightarrow$

$\rightarrow 9358 = 33{,}\hat{3} \cdot t - 5{,}\hat{5} \cdot t \rightarrow t = 336{,}888\ s \rightarrow$

$\rightarrow a = \dfrac{22{,}\hat{2} - 33{,}\hat{3}}{336{,}888} = -0{,}033 \text{ m / s}^2.$

# Unidad 6. Números musicales

## 1. La música a lo largo de la historia

## Contextos

**Páginas 98, 99 y 100**

**Contexto 1**

1. **a** –50 000. **b** 2024.
2. 52 024.
3. Prehistoria: [–50000, –5000]. Edad Media: [476, 1453). Renacimiento: [1453, 1600). Barroco: [1600, 1750). Clasicismo: [1750, 1820). Romanticismo: [1820, 1900). Moderna o Contemporánea: [1900, 2024].
4. Clasicismo. Barroco. Edad Antigua. Edad Antigua. Prehistoria.

**Contexto 2**

**1.**

Vivaldi: (1678, 1741); Haydn: (1732, 1809); Mozart: (1756, 1791); Beethoven: (1770, 1827); Brahms: (1833, 1897).

**2.**

Vivaldi:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Centro} = \dfrac{1678 + 1741}{2} = 1709{,}5 \\ \text{Radio} = \dfrac{1741 - 1678}{2} = 31{,}5 \end{array}\right\} \rightarrow E_{31{,}5}(1709{,}5)$$

Haydn:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Centro} = \dfrac{1732 + 1809}{2} = 1770{,}5 \\ \text{Radio} = \dfrac{1809 - 1732}{2} = 38{,}5 \end{array}\right\} \rightarrow E_{38{,}5}(1770{,}5)$$

Mozart:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Centro} = \dfrac{1756 + 1791}{2} = 1773{,}5 \\ \text{Radio} = \dfrac{1791 - 1756}{2} = 17{,}5 \end{array}\right\} \rightarrow E_{17{,}5}(1773{,}5)$$

Beethoven:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Centro} = \dfrac{1770 + 1827}{2} = 1798{,}5 \\ \text{Radio} = \dfrac{1827 - 1770}{2} = 28{,}5 \end{array}\right\} \rightarrow E_{28{,}5}(1798{,}5)$$

Brahms:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Centro} = \dfrac{1833 + 1897}{2} = 1865 \\ \text{Radio} = \dfrac{1897 - 1833}{2} = 32 \end{array}\right\} \rightarrow E_{32}(1865)$$

Editorial Casals, SA • **Material fotocopiable**

3. Vivaldi: $|2x - 3419| < 63$.

Haydn: $|2x - 3541| < 77$.

Mozart: $|2x - 3547| < 35$.

Beethoven: $|2x - 3597| < 57$.

Brahms: $|x - 1865| < 32$.

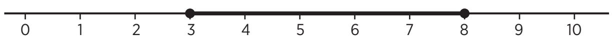
## Entrénate

**Páginas 101, 102, 103 y 104**

1. **a** Real, racional, entero, negativo. **b** Real, racional, entero, natural. **c** Real, racional, fraccionario. **d** Real, racional, fraccionario. **e** Real, irracional. **f** Real, racional, entero, natural. **g** Real, irracional.
2. **a** Racional. **b** Racional. **c** Irracional. **d** Irracional. **e** Racional.
3. **a** Racional. **b** Racional. **c** Irracional. **d** Racional. **e** Irracional.
4. Sí.
5.

**a**

**b**



**c**

**d**

6. **a** $1 \le x \le 7$. **b** $-2 < x \le 3$. **c** $-3 < x < 0$. **d** $2 < x < \infty$. **e** $-\infty < x \le -7$. **f** $-4 \le x < \infty$.
7. **a** $[-1, 2)$. **b** $[-4, 2]$. **c** $(-\infty, 2)$. **d** $(2, 10)$. **e** $[-1, +\infty)$.
8. **a** $(-2, 8)$. **b** $(3, 5)$. **c** $(3, 7)$. **d** $(-5, 3)$. **e** $(-6, 6)$.
9. **a** $\left\{\begin{array}{l} \text{Centro} = \dfrac{2+6}{2} = 4 \\ \text{Radio} = \dfrac{6-2}{2} = 2 \end{array}\right. \rightarrow E_2(4)$.

**b** $\left\{\begin{array}{l} \text{Centro} = \dfrac{-1+8}{2} = 3{,}5 \\ \text{Radio} = \dfrac{8-(-1)}{2} = 4{,}5 \end{array}\right. \rightarrow E_{4{,}5}(3{,}5)$.

**c** $\left\{\begin{array}{l} \text{Centro} = \dfrac{-3+3}{2} = 0 \\ \text{Radio} = \dfrac{3-(-3)}{2} = 3 \end{array}\right. \rightarrow E_3(0)$.

**d** $\left\{\begin{array}{l} \text{Centro} = \dfrac{-4+8}{2} = 2 \\ \text{Radio} = \dfrac{8-(-4)}{2} = 6 \end{array}\right. \rightarrow E_6(2)$.

**e** $\left\{\begin{array}{l} \text{Centro} = \dfrac{-14+(-5)}{2} = -9{,}5 \\ \text{Radio} = \dfrac{-5-(-14)}{2} = 4{,}5 \end{array}\right. \rightarrow E_{4{,}5}(-9{,}5)$.

**f.** $\left\{\begin{array}{l} \text{Centro} = \dfrac{0+10}{2} = 5 \\ \text{Radio} = \dfrac{10-0}{2} = 5 \end{array}\right. \rightarrow E_5(5)$

10. Por ejemplo, $[-10, 20]$.
11. **a** $[2, 6] \cap (3, 8) = (3, 6]$; $[2, 6] \cup (3, 8) = [2, 8)$. **b** $[-6, 0) \cap (-3, 5] = (-3, 0)$; $[-6, 0) \cup (-3, 5] = [-6, 5]$. **c** $(3, 7) \cap [4, 9] = [4, 7)$; $(3, 7) \cap [4, 9] = (3, 9]$.
12. **a** $(-2, 2)$. **b** $[-3, 3]$. **c** $(-4, 10)$. **d** $[-3, 7]$.

## 2. Orquesta sinfónica

## Contextos

**Páginas 105 y 106**

**Contexto 1**

1. Sin contar los que se pueden incluir ocasionalmente, 100.
2. **a** $\dfrac{40}{100} \cdot 100 = 40\,\%$. **b** $\dfrac{6}{17} \cdot 100 = 35{,}29\,\%$.
3. **a** $\dfrac{10}{17}$. **b** $\dfrac{1}{72}$.

**Contexto 2**

1. 6 violines primeros, 5 violines segundos, 4 violas, 4 violonchelos y 2 contrabajos.
2. De 12 miembros: $\dfrac{7}{12}$; de 21 miembros: $\dfrac{11}{21}$; de 60 miembros: $\dfrac{30}{60}$.
3. De 12 miembros: $\dfrac{2}{12} \cdot 100 = 16{,}\hat{6}\ \%$; de 21 miembros: $\dfrac{4}{21} \cdot 100 = 19{,}05\,\%$.

## Entrénate

**Páginas 107, 108, 109, 110 y 111**

1. **a** Proporcionalidad directa. Factor de proporcionalidad $= \dfrac{4}{3}$.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 10 | 13,33 | 20 |
| $y$ | 1,5 | 2,25 | 3 | 3,75 | 5,25 | 7,5 | 10 | 15 |

Editorial Casals, SA • **Material fotocopiable**

**b** Proporcionalidad inversa. Factor de proporcionalidad = 20.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 2 | 4 | 5 | 10 | 16 | 20 |
| $y$ | 10 | 5 | 4 | 2 | 1,25 | 1 |

**2.** Proporcionalidad directa;

$$\frac{5\text{ L}}{12\text{ m}^2}=\frac{12\text{ L}}{x\text{ m}^2}\rightarrow x=\frac{12\cdot 12}{5}=28{,}8\text{ m}^2.$$

**3.** Proporcionalidad directa;

$$\frac{4\text{ personas}}{120\text{ L}}=\frac{6\text{ personas}}{x\text{ L}}\rightarrow x=\frac{120\cdot 6}{4}=180\text{ L}.$$

**4.** 1 trimestre = 3 meses; proporcionalidad directa;

$$\frac{3\text{ meses}}{255\text{ €}}=\frac{10\text{ meses}}{x\text{ €}}\rightarrow x=\frac{255\cdot 10}{3}=850\text{ €}.$$

**5.** Proporcionalidad inversa;

$$\frac{5\text{ personas}}{10\text{ personas}}=\frac{x\text{ días}}{12\text{ días}}\rightarrow x=\frac{5\cdot 12}{10}=6\text{ días}.$$

**6.** Proporcionalidad inversa;

$$\frac{5\text{ vacas}}{(5+2)\text{ vacas}}=\frac{x\text{ días}}{7\text{ días}}\rightarrow x=\frac{5\cdot 7}{5+2}=5\text{ días}.$$

**7.** Proporcionalidad inversa;

$$\frac{12\text{ libros}}{20\text{ libros}}=\frac{x\text{ cajas}}{180\text{ cajas}}\rightarrow x=\frac{12\cdot 180}{20}=108\text{ cajas}.$$

**8.** **a** $x=\dfrac{900\cdot 5}{15}=300$; $y=\dfrac{900\cdot 10}{15}=600$.

**b** $x=\dfrac{540\cdot 7}{18}=210$; $y=\dfrac{540\cdot 11}{18}=330$.

**9.** **a** $x=\dfrac{690\cdot\frac{1}{7}}{\frac{3}{14}}=460$; $y=\dfrac{690\cdot\frac{1}{14}}{\frac{3}{14}}=230$.

**b** $x=\dfrac{55\cdot\frac{1}{6}}{\frac{5}{18}}=33$; $y=\dfrac{55\cdot\frac{1}{9}}{\frac{5}{18}}=22$.

**10.** **a** $x=\dfrac{25\cdot 90}{100}=22{,}5$. **b** $x=\dfrac{40\cdot 85}{100}=34$.

**c** $x=\dfrac{32\cdot 450}{100}=144$.

**11.** Descuento $=\dfrac{20\cdot 60}{100}=12$ €.
Precio final = 60 – 12 = 48 €.

Planteando que pago 100 % – 20 % = 80 % del precio → Precio final $=\dfrac{80\cdot 60}{100}=48$ €.

**12.** Alumnado total $=\dfrac{252\cdot 100}{45}=560$; Número de chicas = 560 – 252 = 308.

**13.** $x=\dfrac{1380\cdot 100}{115}=1200$ socios en la temporada anterior.

**14.** $x=\dfrac{4800\cdot 100}{12}=40\,000$ €.

**15.** $x=\dfrac{36\cdot 100}{90}=40$. Ahora calculamos el porcentaje que representa de 120:

$$\frac{120}{40}=\frac{100}{x}\rightarrow x=\frac{40\cdot 100}{120}=33{,}\widehat{3}\ \%.$$

## Mates en contexto

**Páginas 112, 113, 114 y 115**

**Contexto 1**

**1.** **a** $x=\dfrac{810\cdot 100}{1050}=77{,}14\ \%$.

**b** $x=\dfrac{810\cdot 100}{108}=750$ alumnos.

**c** $\dfrac{1050}{750}=\dfrac{100}{x}\rightarrow x=\dfrac{750\cdot 100}{1050}=71{,}43\ \%$.

**2.** **a** Puntos equipo 2.º Sociales: $1\cdot 15+2\cdot 24+3\cdot 6=81$ puntos; puntos equipo 1.º Ciencias: $1\cdot 21+2\cdot 19+3\cdot 11=92$ puntos.

**b** El equipo de 1.º de Ciencias.

**c** % equipo 2.º Sociales: $\dfrac{15}{18}\cdot 100=83{,}\hat{3}\ \%$; equipo 1.º Ciencias: $\dfrac{21}{26}\cdot 100=80{,}77\ \%$.

**Contexto 2**

**1.** [13, 15).
**2.** [13, 15) ∪ [18, 20).
**3.** Unión.
**4.** Jesús: [14, 17] ∪ (19, 21);
Diego: [14, 15) ∪ (19, 22].
**5.** Ana y Jesús: [14, 15) ∪ (19, 20);
Ana y Diego: [14, 15) ∪ (19, 20);
Diego y Jesús: [14, 15) ∪ (19, 21);
los tres: [14, 15) ∪ (19, 20).

Editorial Casals, SA • Material fotocopiable

**Contexto 3**

1. $x < 3$; $E_{1,5}(1,5)$; (0, 3).
2. No, porque debe ser menor de 3 años.
3. $-1000 \le x \le 4000$; $E_{2500}(1500)$; [–1000, 4000].
4. Sí, ya que está incluido en el intervalo.
5. Sí, ya que está incluido en el intervalo.

**Contexto 4**

1. **a** 1.º ESO → Chicas: $\frac{67-23}{67} \cdot 100 = 65{,}67\,\%$;

   chicos: $\frac{127-46}{127} \cdot 100 = 63{,}78\,\%$.

   2.º ESO → Chicas: $\frac{74-31}{74} \cdot 100 = 58{,}11\,\%$;

   chicos: $\frac{79-34}{79} \cdot 100 = 56{,}96\,\%$.

   3.º ESO → Chicas: $\frac{72-33}{72} \cdot 100 = 54{,}17\,\%$;

   chicos: $\frac{78-37}{78} \cdot 100 = 52{,}56\,\%$.

   4.º ESO → Chicas: $\frac{105-58}{105} \cdot 100 = 44{,}76\,\%$;

   chicos: $\frac{70-40}{70} \cdot 100 = 42{,}86\,\%$.

   **b** En 4.º de ESO. **c.** En 1.º de ESO.

# Unidad 7. Construimos con matemáticas

## 1. Distintas formas de construir

## Contextos

**Páginas 116 y 117**

**Contexto 1**

1. **a** Circular. **b** $A = \pi \cdot 1{,}5^2 = 7{,}07$ m².
2. **a** Rectangular. **b** $A = 2 \cdot \pi \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}2 = 11{,}31$ m².
3. $V_{\text{piscina obra}} = 5 \cdot 3 \cdot 1{,}2 = 18$ m³;
   $V_{\text{piscina desmontable}} = \pi \cdot 1{,}5^2 \cdot 1{,}2 = 8{,}48$ m³.

**Contexto 2**

1. Un cilindro y un cono.
2. Un prisma y una pirámide cuadrangulares.
3. Carpa circular: $V = \pi \cdot 5^2 \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 1 = 183{,}26$ m³;

   Carpa rectangular: $V = 8^2 \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 1{,}82 = 166{,}83$ m³.
   $V_{\text{carpa circular}} > V_{\text{carpa rectangular}}$
4. $g = \sqrt{5^2 + 1^2} = 5{,}10$ m.
5. $A = \pi \cdot 5 \cdot 5{,}10 = 80{,}11$ m².

## Entrénate

**Páginas 118, 119, 120 y 121**

1. $A = 4 \cdot \pi \cdot 7^2 = 615{,}75$ cm²;

   $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 7^3 = 1436{,}76$ cm³.
2. **a** $A = 6 \cdot 8^2 = 384$ cm²; $V = 8^3 = 512$ cm³.
   **b** $A = 2 \cdot 6^2 + 4 \cdot 6 \cdot 15 = 432$ cm²; $V = 6^2 \cdot 15 = 540$ cm³.
3. $A = 2 \cdot \pi \cdot 6^2 + 2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot 17 = 867{,}08$ cm²;
   $V = \pi \cdot 6^2 \cdot 17 = 1922{,}65$ cm³.
4. $A = 2 \cdot 50 \cdot 40 + 2 \cdot 50 \cdot 60 + 2 \cdot 40 \cdot 60 = 14\,800$ cm²;
   $V = 50 \cdot 40 \cdot 60 = 120\,000$ cm³.
5. 1 000 000 L = 1000 m³; $V = 20 \cdot 16 \cdot h = 1000$ m³ →
   → $h = \frac{1000}{20 \cdot 16} = 3{,}125$ m.
6. $L = \frac{64}{4} = 16$ cm; $V = \frac{1}{3} \cdot 16^2 \cdot 15 = 1280$ cm³.
7. $h = \sqrt{13^2 - \left(\frac{10}{2}\right)^2} = 12$ cm; $V = \frac{1}{3} \cdot 10^2 \cdot 12 = 400$ cm³.
8. $A = 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{16}{2}\right)^2 + 2 \cdot \pi \cdot \frac{16}{2} \cdot 22 = 1507{,}97$ cm²;

   $V = \pi \cdot \left(\frac{16}{2}\right)^2 \cdot 22 = 4423{,}36$ cm³.
9. $R = 2 \cdot h = 2 \cdot 9 = 18$ cm; $V = \pi \cdot 18^2 \cdot 9 = 9160{,}88$ cm³.
10. $V = \pi \cdot \left(\frac{4}{2}\right)^2 \cdot 1{,}5 = 18{,}85$ m³ = (18,85 · 1000) L =
    = 18 850 L.
11. $g = \sqrt{4^2 + 9^2} = 9{,}85$ m;

    $A = \pi \cdot 4 \cdot 9{,}85 + \pi \cdot 4^2 = = 174{,}03$ cm²;

    $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 9 = 150{,}80$ cm³.
12. $R = \frac{125{,}6}{2\pi} = 19{,}99$ m;

    $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 19{,}99^2 \cdot h = 20\,096$ →

    $\to h = \frac{3 \cdot 20\,096}{\pi \cdot 19{,}99^2} = 48$ m; $g = \sqrt{19{,}99^2 + 48^2} = 52$ m.
13. $R = \frac{36}{2} = 18$ cm; $A = 4 \cdot \pi \cdot 18^2 = 4071{,}50$ cm²;

    $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 18^3 = 24\,429{,}02$ cm³.
14. $R = \sqrt{\frac{615{,}44}{4 \cdot \pi}} = 7$ dm; $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 7^3 = 1436{,}76$ dm³.
15. $R = \sqrt[3]{\frac{523{,}6 \cdot 3}{4 \cdot \pi}} = 5$ m; $A = 4 \cdot \pi \cdot 5^2 = 314{,}16$ m².
16. $a^2 = \frac{54}{6} = 9 \to a = \sqrt{9} = 3$ cm; $V = 3^3 = 27$ cm³.

Editorial Casals, SA • Material fotocopiable

**17.** $A = 2 \cdot \pi \cdot R^2 = 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{54}{2}\right)^2 = 4580{,}44\ \text{m}^2$;

Coste total = 4580,44 · 350 = 1603154 €.

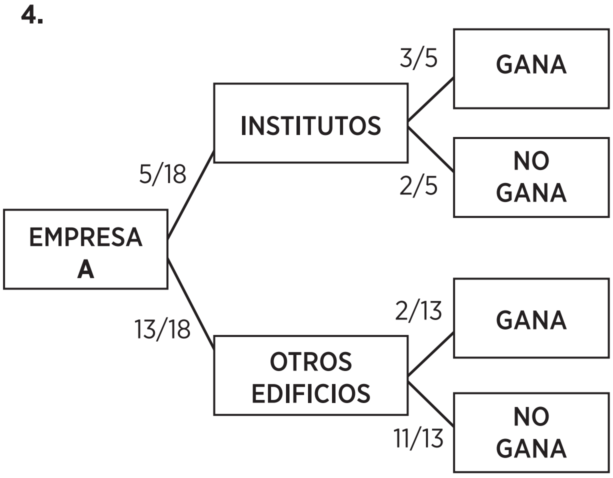
**18.** $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 0{,}52\ \text{m}^3$.

## 2. Elegir con garantías
## Contextos

### Páginas 122 y 123

### Contexto 1

1. Empresa *A:* 18; Empresa *B:* 15; Empresa *C:* 16.
2. Institutos: 15; Otras construcciones: 34.
3. En 49.
4.




### Contexto 2

1. **a** 54106. **b** 60200. **c** 411483.
2. **a** $P(\text{asalariado}) = \frac{54\,106}{60\,200} = 0{,}90$.

   **b** $P(\text{no asalariado}) = \frac{60\,200 - 54\,106}{60\,200} = 0{,}10$.

## Entrénate

### Páginas 124, 125, 126 y 127

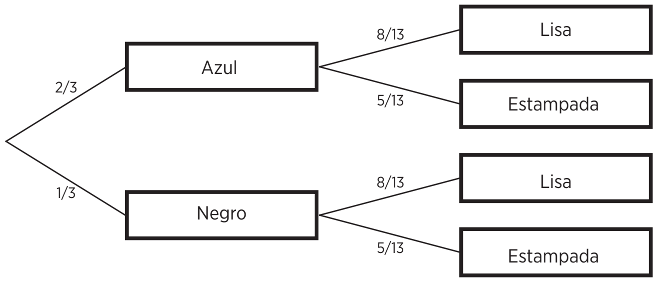
1. **a** $P(A) = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} = 0{,}29$. **b** $P(\bar{A}) = 0{,}71$.
2. **a** $P(\text{biólogo}) = \frac{4}{11} = 0{,}\widehat{36}$.

   **b** $P = \frac{3}{11} \cdot \frac{2}{10} = \frac{3}{55} = 0{,}0\widehat{54}$.

   **c** $P = \frac{2}{11} \cdot \frac{2}{10} = \frac{2}{55} = 0{,}0\widehat{36}$.
3. $P(\text{roja y roja}) + P(\text{azul y azul}) =$

   $= \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} + \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = 0{,}46$.
4. $P(\text{múltiplo de 3}) = \frac{2}{6} = 0{,}\hat{3}$;

   $P(\text{número primo}) = \frac{3}{6} = 0{,}5$.
5. **a**




   **b** $P = \frac{5}{13} \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{39} = 0{,}26$.

   **c** $P = \frac{8}{13} \cdot \frac{1}{3} = \frac{8}{39} = 0{,}21$.
6. **a** $P = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{9} = \frac{1}{18} = 0{,}0\hat{5}$.

   **b** $P = \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{9} = \frac{2}{27} = 0{,}\widehat{074}$.

   **c** $P = \frac{3}{6} \cdot \frac{5}{9} + \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{9} = \frac{4}{9} = 0{,}\hat{4}$.

   **d** $P = \frac{3}{6} \cdot \frac{4}{9} + \frac{3}{6} \cdot \frac{6}{9} = \frac{5}{9} = 0{,}\hat{5}$.
7. **a** $P(A) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{7} + \frac{4}{10} \cdot \frac{2}{7} = \frac{19}{35} = 0{,}54$.

   **b** $P(\bar{A}) = 1 - 0{,}54 = 0{,}46$;

   $P(B) = \frac{6}{10} \cdot \frac{2}{7} + \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{7} = \frac{16}{35} = 0{,}46$.

   **c** $P(C) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{7} = \frac{3}{7} = 0{,}43$.

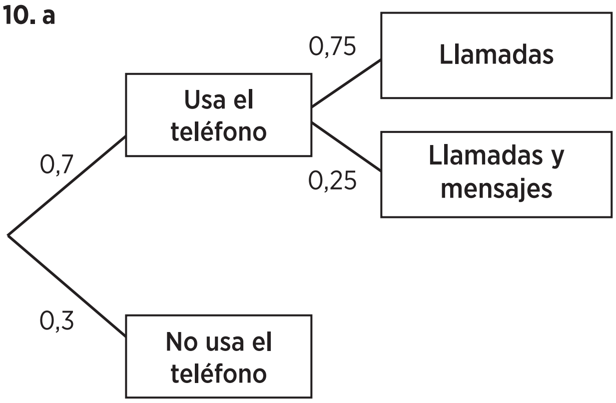
   **d** $P(D) = \frac{4}{10} \cdot \frac{2}{7} = \frac{4}{35} = 0{,}11$.
8. **a** $P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}125$.

   **b** $P(\bar{A}) = 1 - 0{,}125 = 0{,}875$.
9. **a** $P = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{6} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{17}{30} = 0{,}5\hat{6}$.

   **b** $P = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{13}{30} = 0{,}4\hat{3}$.

Editorial Casals, SA • **Material fotocopiable**

**10. a**




**b** $P$(no utilice móvil) = 0,3.
**c** $P$(solamente llamadas) = $0{,}7 \cdot 0{,}75 = 0{,}525$.
**d** $P$(llamadas y mensajes) = $0{,}7 \cdot 0{,}25 = 0{,}175$.

**11.** **a** $P(A) = \frac{10}{23} \cdot \frac{9}{22} \cdot \frac{8}{21} = 0{,}068$.

**b** $P(\bar{A}) = 1 - 0{,}068 = 0{,}932$.

## Mates en contexto

**Páginas 128, 129, 130 y 131**
**Contexto 1**

**1.** **a**

| | Padecen la enfermedad | No la padecen | Totales |
|---|---|---|---|
| **Positivo** | 650 | 270 | 920 |
| **Negativo** | 450 | 1230 | 1680 |
| **Totales** | 1100 | 1500 | 2600 |

**b** 2600. **c** 1100.

**2.** **a** $P = \frac{920}{2600} = 0{,}35$. **b** $P = \frac{1100}{2600} = 0{,}42$.

**Contexto 2**

**1.** **a** 36. **b** $P = \frac{6}{36} = 0{,}1\hat{6}$. **c** $P = \frac{3}{6} = 0{,}5$.

**Contexto 3**

**1.** $h_{\text{triángulo}} = 6{,}54$ m.
**2.** $A = 4 \cdot (12 \cdot 2{,}4) + 4 \cdot (\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6{,}54) = 272{,}16$ m².
**3.** $g = 7{,}23$ m
**4.** $A = 2 \cdot \pi \cdot 6{,}75 \cdot 2{,}4 + \pi \cdot 6{,}75 \cdot 7{,}23 = 255{,}11$ m².
**5.** El primero.
**6.** Primer edificio: $V = \frac{1}{3} \cdot 12^2 \cdot 2{,}6 = 124{,}8$ m³;
Segundo edificio: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6{,}75^2 \cdot 2{,}6 = 124{,}05$ m³.

**Contexto 4**

**1.** Los alumnos dan su opinión.
**2.** $V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 100{,}53$ cm³;
$V_2 = \pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 301{,}59$ cm³.
**3.** El volumen del vaso cilíndrico es el triple que el del vaso cónico.
**4.** $V_2 = 3 \cdot V_1 \rightarrow$ Se necesitan 3 vasos de forma cónica.
**5.** $V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 6 = 25{,}13$ cm³;
$V_2 = \pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 75{,}40$ cm³; Sí, el volumen del vaso cilíndrico sigue siendo el triple que el volumen del vaso cónico.
**6.** $V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 10^2 \cdot 20 = 2094{,}40$ cm³;
$V_2 = \pi \cdot 10^2 \cdot 20 = 6283{,}19$ cm³; Sí, se sigue cumpliendo.

# Unidad 8. Economía matemática

## 1. El interés de los porcentajes

## Contextos

**Páginas 132 y 133**
**Contexto 1**

**1.** **a** $x = \frac{20 \cdot 450}{100} = 90$.

**b** $\frac{100}{15} = \frac{80}{x} \rightarrow x = \frac{15 \cdot 80}{100} = 12$ € de descuento;

Precio final = 80 – 12 = 68 €.

**c** $\frac{100}{21} = \frac{3500}{x} \rightarrow x = \frac{21 \cdot 3500}{100} = 735$ € de IVA;

Precio final = 3500 + 735 = 4235 €.

**d** 100 – 20 = 80 %.

**e** $\frac{100}{80} = \frac{120}{x} \rightarrow x = \frac{80 \cdot 120}{100} = 96$ €.

**Contexto 2**

**1.** **a** $\frac{100}{21} = \frac{1800}{x} \rightarrow x = \frac{21 \cdot 1800}{100} = 378$ € de IVA;

Precio (IVA incluido) = 1800 + 378 = 2178 €.

$\frac{100}{10} = \frac{2178}{x} \rightarrow x = \frac{10 \cdot 2178}{100} = 217{,}8$ € de descuento;

Precio final = 2178 – 217,8 = 1960,2 €.

Editorial Casals, SA • Material fotocopiable

**b** $\frac{100}{10} = \frac{1800}{x} \rightarrow x = \frac{10 \cdot 1800}{100} = 180$ € de descuento;

Precio (sin IVA) = 1800 − 180 = 1620 €.

$\frac{100}{21} = \frac{1620}{x} \rightarrow x = \frac{21 \cdot 1620}{100} = 340{,}2$ € de IVA;

Precio (IVA incluido) = 1620 + 340,2 = 1960,2 €.

**c** Es indiferente, ya que el orden de los porcentajes no importa.

## Entrénate

**Páginas 134, 135, 136, 137, 138 y 139**

**1.** **a** $\frac{100}{20} = \frac{130}{x} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 130}{100} = 26$ €;

Precio = 130 + 26 = 156 €.

**b** $\frac{100}{20} = \frac{156}{x} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 156}{100} = 31{,}2$ €;

Precio = 156 − 31,2 = 124,8 €.

**2.** **a** $I = \frac{10\,000 \cdot 10 \cdot 1}{100} = 1000$ € al año.

**b** 10 000 + 1000 = 11 000 €.
**c** 10 000 + 2·1000 = 12 000 €.
**d** 10 000 + 10·1000 = 20 000 €.

**3.** **a** $C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^1 = 11\,000.$

**b** $C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2 = 12\,100.$

**c** $C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^5 = 16\,105{,}10$ €.

**4.** $\frac{650}{380} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{380 \cdot 100}{650} = 58{,}46$ % infectado;

$\frac{650}{(650 - 380)} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{270 \cdot 100}{650} = 41{,}54$ % libre de virus.

**5.** **a** $\frac{20}{2} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 100}{20} = 10$ %.

**b** $\frac{2}{2} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 100}{2} = 100$ %.

**c** $\frac{5}{2} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 100}{5} = 40$ %.

**6.** $\frac{100}{11} = \frac{x}{10\,000} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 10\,000}{11} = 90\,909{,}09$ €.

**7.** $\frac{100}{110} = \frac{x}{1595} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 1595}{110} = 1450$ €.

**8.** $\frac{100}{20} = \frac{70}{x} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 70}{100} = 14$ %;

Total descuentos = 30 + 14 = 44 %;
Paga al final: 100 − 44 = 56 % del precio inicial;

Precio inicial: $A = \frac{100 \cdot 700}{56} = 1250$ €.

**9.** IVA: $x = \frac{21 \cdot 8500}{100} = 1785$ €;

Precio (IVA incluido) = 8500 + 1785 = 10 285 €;

Pago inicial: $\frac{100}{30} = \frac{8500 + 1785}{x} \rightarrow$

$\rightarrow x = \frac{30 \cdot 10\,285}{100} = 3085{,}5$ €.

**10.** **a** $I = \frac{25\,000 \cdot 3 \cdot 5}{100} = 3750$ €.

**b** $I = \frac{80\,000 \cdot 0{,}25 \cdot 8}{100} = 1600$ €.

**c** $I = \frac{12\,500 \cdot 1{,}25 \cdot 6}{100} = 937{,}5$ €.

**d** $I = \frac{42\,000 \cdot 0{,}75 \cdot 7}{100} = 2205$ €.

**11.** $\frac{40\,000}{50\,000} = \frac{2500}{x} \rightarrow x = \frac{50\,000 \cdot 2500}{40\,000} = 3125$ €.

**12.** $2000 = \frac{x \cdot 5 \cdot 20}{100} \rightarrow x = \frac{2000 \cdot 100}{5 \cdot 20} = 2000$ €.

**13.** $I = 2C - C = C$; $C = \frac{C \cdot x \cdot 20}{100} \rightarrow x = \frac{C \cdot 100}{C \cdot 20} = 5$ %.

**14.** $C = \frac{C \cdot 4 \cdot x}{100} \rightarrow x = \frac{C \cdot 100}{C \cdot 4} = 25$ años.

**15.** **a** $C_{\text{final}} = 25\,000 \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)^5 = 28\,981{,}85$ €;

$I = 28\,981{,}85 - 25\,000 = 3981{,}85$ €.

**b** $C_{\text{final}} = 80\,000 \cdot \left(1 + \frac{1{,}3}{100}\right)^7 = 87\,570{,}15$ €;

$I = 87\,570{,}15 - 80\,000 = 7570{,}15$ €.

**c** $C_{\text{final}} = 23\,000 \cdot \left(1 + \frac{1{,}75}{100}\right)^{14} = 29\,323{,}09$ €;

$I = 29\,323{,}09 - 23\,000 = 6323{,}09$ €.

**d** $C_{\text{final}} = 12\,300 \cdot \left(1 + \frac{0{,}4}{100}\right)^8 = 12\,699{,}15$ €;

$I = 12\,699{,}15 - 12\,300 = 399{,}15$ €.

**e** $C_{\text{final}} = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{2{,}13}{100}\right)^{10} = 123\,462$ €;

$I = 123\,462 - 100\,000 = 23\,462$ €.

Editorial Casals, SA • **Material fotocopiable**

**16.** **a** 5 años = 5·12 = 60 meses;

$$C_{final} = 100\,000 \cdot \left(1+\frac{2}{1200}\right)^{60} = 110\,507{,}89\text{ €}.$$

**b** $C_{final} = 100\,000 \cdot \left(1+\frac{2}{100}\right)^{5} = 110\,408{,}08\text{ €}.$

**17.** **a** 8 años = 8·12 = 96 meses;

$$C_{final} = 100\,000 \cdot \left(1+\frac{2{,}5}{1200}\right)^{96} = 122\,114{,}87\text{ €}.$$

**b** 8 años = 8·4 = 32 trimestres;

$$C_{final} = 100\,000 \cdot \left(1+\frac{2{,}5}{400}\right)^{32} = 122\,064{,}28\text{ €}.$$

**c** $C_{final} = 100\,000 \cdot \left(1+\frac{2{,}5}{100}\right)^{8} = 121\,840{,}29\text{ €}.$

**18.** **a** 4 años = 4·365 = 1460 días;

$$C_{final} = 10\,000 \cdot \left(1+\frac{3{,}25}{36\,000}\right)^{1460} = 11\,408{,}80\text{ €}.$$

**b** 4 años = 4·12 = 48 meses;

$$C_{final} = 10\,000 \cdot \left(1+\frac{3{,}25}{1200}\right)^{48} = 11\,386{,}28\text{ €}.$$

**c** 4 años = 4·4 = 16 trimestres;

$$C_{final} = 10\,000 \cdot \left(1+\frac{3{,}25}{400}\right)^{16} = 11\,382{,}30\text{ €}.$$

**d** $C_{final} = 10\,000 \cdot \left(1+\frac{3{,}25}{100}\right)^{4} = 11\,364{,}76\text{ €}.$

## 2. Sistemas económicos

## Contextos

### Páginas 140 y 141

### Contexto 1

**1.** **a** $x$ = toneladas de acero que se producen anualmente; $y$ = número de automóviles que se producen anualmente. **b** 360 000 toneladas.

**c** $\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}y$ . **d** $\frac{1}{12}x+\frac{1}{9}y$ .

**e** $360\,000 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y = x.$

**f** $110\,000 + \frac{1}{12}x + \frac{1}{9}y = y\cdot$

**g** $\begin{cases} 360\,000+\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}y = x \\ 110\,000+\frac{1}{12}x+\frac{1}{9}y = y \end{cases} \rightarrow$

$\rightarrow \begin{cases} 3x-2y = 1\,440\,000 \\ -3x+32y = 3\,960\,000 \end{cases}$

**h** $\begin{cases} 3x-2y = 1\,440\,000 \\ -3x+32y = 3\,960\,000 \end{cases} \rightarrow 30y = 5\,400\,000 \rightarrow$

$\rightarrow y = \frac{5\,400\,000}{30} = 180\,000$

Por tanto: $3x - 2\cdot 180\,000 = 1\,440\,000 \rightarrow$

$\rightarrow x = \frac{1\,440\,000 + 2\cdot 180\,000}{3} = 600\,000$

## Entrénate

### Páginas 142, 143, 144 y 145

**1.** **a** $y = 2x - 4$; $4x + 3(2x - 4) = -7 \rightarrow 4x + 6x - 12 = -7 \rightarrow 10x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{10} = 0{,}5$;

Por tanto: $y = 2\cdot 0{,}5 - 4 = -3$.

**b** $x = 2y + 1$; $(2y + 1) + 3y = 4 \rightarrow 2y + 1 + 3y = 4 \rightarrow 5y = 3 \rightarrow y = \frac{3}{5} = 0{,}6$;

Por tanto: $x = 2\cdot 0{,}6 + 1 = 2{,}2$.

**c** $x = -2y + 5$; $4\cdot(-2y + 5) + 3y = 10 \rightarrow -8y + 20 + 3y = 10 \rightarrow 5y = 10 \rightarrow y = \frac{10}{5} = 2$;

Por tanto: $x = -2\cdot 2 + 5 = 1$.

**2.** $\begin{cases} x = 2y+1 \\ x = 4-3y \end{cases}$;

Igualando: $2y + 1 = 4 - 3y \rightarrow 5y = 3 \rightarrow y = \frac{3}{5} = 0{,}6$;

Por tanto: $x = 2\cdot 0{,}6 + 1 = 2{,}2$.

**3.** **a** $\begin{cases} x-5y = -3 \\ 2x-7y = -2 \end{cases} \rightarrow x = \frac{11}{3}; y = \frac{4}{3}.$

**b** $\begin{cases} x-3y = 2 \\ -7x+8y = -1 \end{cases} \rightarrow x = -1; y = -1.$

**c** $\begin{cases} 3x-2y = 3\cdot 6 \\ -x-2y = 4y-8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-2y = 18 \\ -x-6y = -8 \end{cases} \rightarrow$

$\rightarrow x = 6{,}2; y = 0{,}3$

**4.** **a** Sistema incompatible. **b** Sistema compatible determinado. **c** Sistema incompatible. **d** Sistema compatible determinado. **e** Sistema compatible indeterminado. **f** Sistema compatible determinado.

Editorial Casals, SA • **Material fotocopiable**

**5.** Respuesta abierta. Por ejemplo:

**a**

| *x* | –1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| *y* | –3 | –2 | –1 | 0 | 1 |

**b**

| *x* | –3 | –1 | 0 | 2 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| *y* | 14 | 10 | 8 | 4 | 0 |

**6.** Respuesta abierta. Por ejemplo: **a** $3x + y = 0$. Para que el sistema sea compatible determinado, $m_2$ debe ser distinta a $m_1$, es decir, $m_2 \neq \frac{2}{3}$.
**b** $4x - 6y = 4$. Para que el sistema sea compatible indeterminado, $m_2$ debe ser igual a $m_1$ y $n_2$ igual a $n_1$, es decir, $m_2 = \frac{2}{3}$ y $n_2 = -\frac{2}{3}$.
**c** $2x - 3y = 4$. Para que el sistema sea incompatible, $m_2$ debe ser igual a $m_1$ y $n_2$ distinta a $n_1$, es decir, $m_2 = \frac{2}{3}$ y $n_2 \neq -\frac{2}{3}$.

**7.** Respuesta abierta. Por ejemplo: **a** $4x + y = 1$. Para que el sistema sea compatible determinado, $m_2$ debe ser distinta a $m_1$, es decir, $m_2 \neq -2$.
**b** $6x + 3y = 15$. Para que el sistema se compatible indeterminado, $m_2$ debe ser igual a $m_1$ y $n_2$ igual a $n_1$, es decir, $m_2 = -2$ y $n_2 = 5$.
**c** $2x + y = 4$. Para que el sistema sea incompatible, $m_2$ debe ser igual a $m_1$ y $n_2$ distinta a $n_1$, es decir, $m_2 = -2$ y $n_2 \neq 5$.

## 3. El interés más conveniente
## Contextos

### Páginas 146 y 147
### Contexto 1

**1.** $I = 10\,000 \cdot 0{,}045 \cdot 10 = 4500$ €.

**2.** 5 años = 5 · 4 = 20 trimestres;

$$C_f = 2000 \cdot \left(1 + \frac{0{,}3}{400}\right)^{20} = 2030{,}21 \text{ €}.$$

### Contexto 2

**1.** **a** $C_f = 12\,000 \cdot \left(1 + \frac{1{,}31}{100}\right)^{2} = 12\,316{,}46$ €.

**b** $C_f = 12\,000 \cdot \left(1 + \frac{1{,}31}{100}\right)^{5} = 12\,806{,}86$ €.

**c** $C_f = 12\,000 \cdot \left(1 + \frac{1{,}31}{100}\right)^{10} = 13\,667{,}98$ €.

**d** $C_f = 12\,000 \cdot \left(1 + \frac{1{,}31}{100}\right)^{20} = 15\,567{,}81$ €.

**2.** $1{,}5 \cdot C = C \cdot \left(1 + \frac{1{,}31}{100}\right)^{t} \rightarrow 1{,}5 = \left(1 + \frac{1{,}31}{100}\right)^{t} \rightarrow$

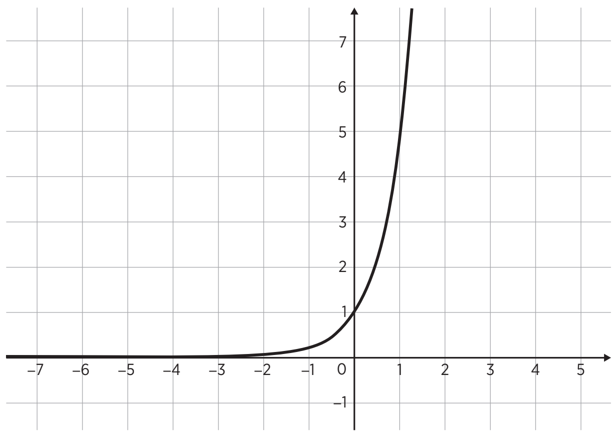
$\rightarrow \log_{\left(1 + \frac{1{,}31}{100}\right)} 1{,}5 = t \rightarrow t = 31{,}5$ años.

## Entrénate

### Páginas 148, 149, 150 y 151

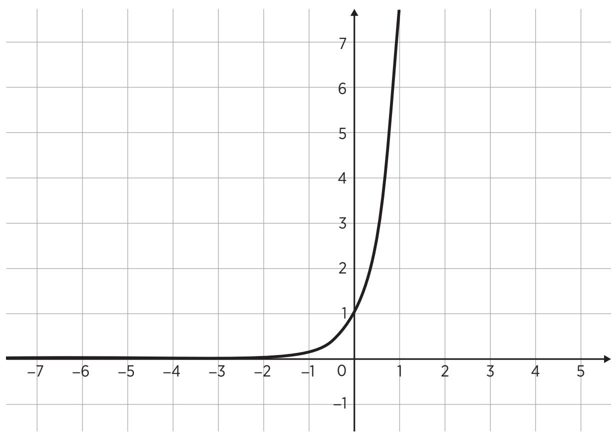
**1.** **a**

| *x* | –1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| *y* | 0,2 | 1 | 5 | 25 |



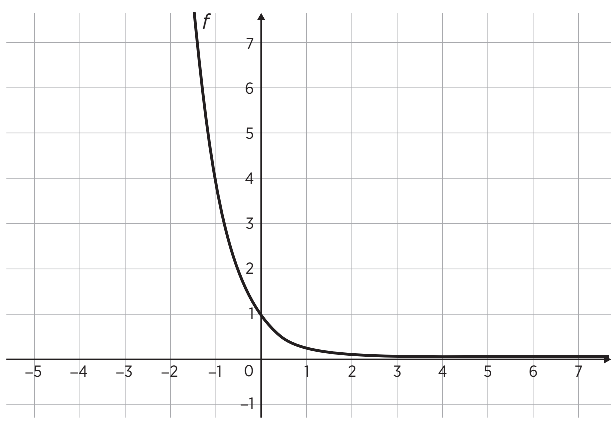

**b**

| *x* | –1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| *y* | 0,125 | 1 | 8 | 64 |




**c**

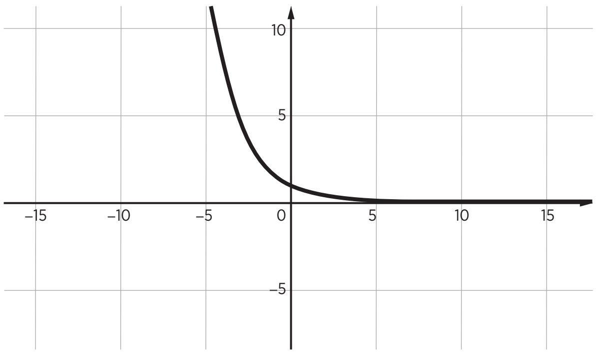
| *x* | –1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| *y* | 4 | 1 | 0,25 | 0,0625 |



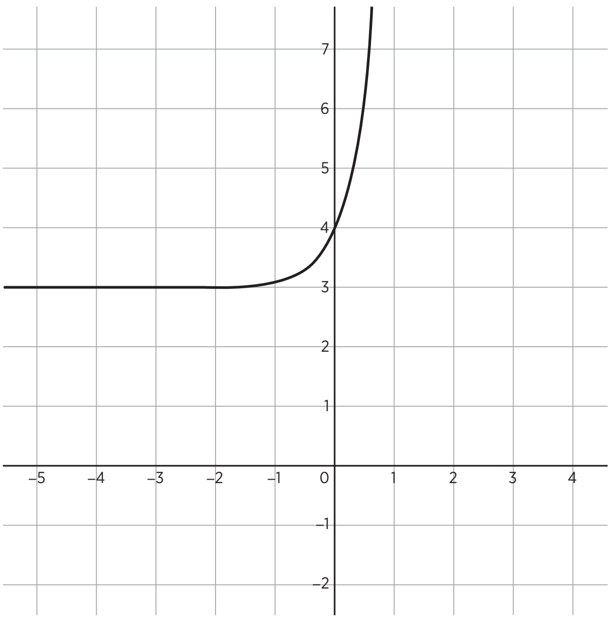

Editorial Casals, SA • **Material fotocopiable**

**d**

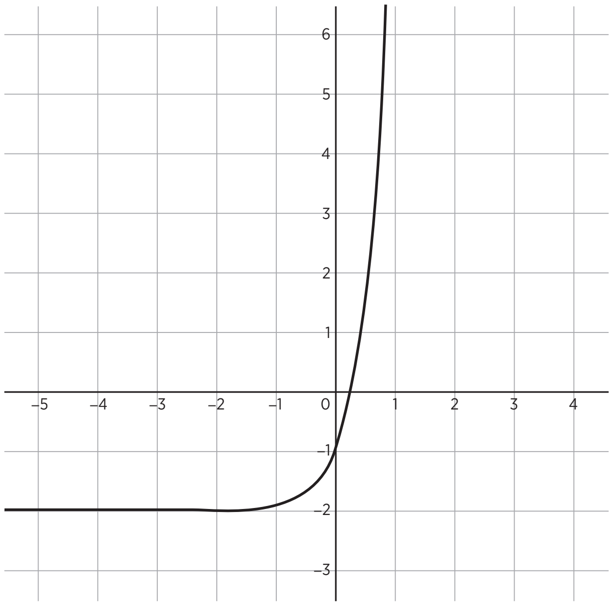
| $x$ | –1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | $1,\hat{6}$ | 1 | 0,6 | 0,36 |



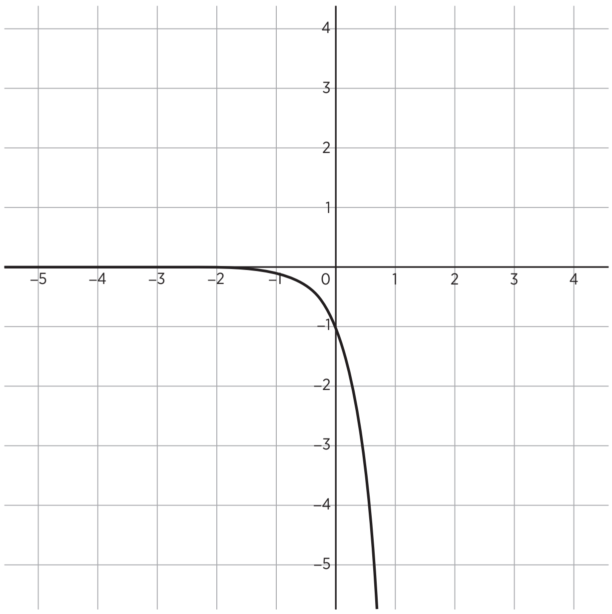

2. **a** Creciente. **b** Decreciente. **c** Decreciente. **d** Decreciente. **e** Creciente.
3. Respuesta abierta. Crecientes son todas aquellas con base mayor que 1 y decrecientes aquellas con base menor que 1. Por ejemplo:
   Crecientes: $y = 2^x$, $y = 5^x$;
   Decrecientes: $y = 0,5^x$, $y = \left(\dfrac{2}{5}\right)^x$.
4. **a** $\mathbb{R}$. **b** $\mathbb{R}$. **c** $[0, +\infty)$. **d** $\mathbb{R} - \{0\}$.
5. **a** $x = \dfrac{\log 6}{\log 4} = 1,29 \rightarrow$ Punto de corte (1,29, 0).
   **b** $x = \dfrac{\log 8}{\log 2} = 3 \rightarrow$ Punto de corte (3, 0).
   **c** No corta el eje de abscisas.
   **d** $x = \dfrac{\log 7}{\log 3} = 1,77 \rightarrow$ Punto de corte (1,77, 0).
   **e** $x = \dfrac{\log 7}{\log 7} = 1 \rightarrow$ Punto de corte (1, 0).
6. **a** La función se desplaza tres unidades hacia arriba.




**b** La función se desplaza dos unidades hacia abajo.

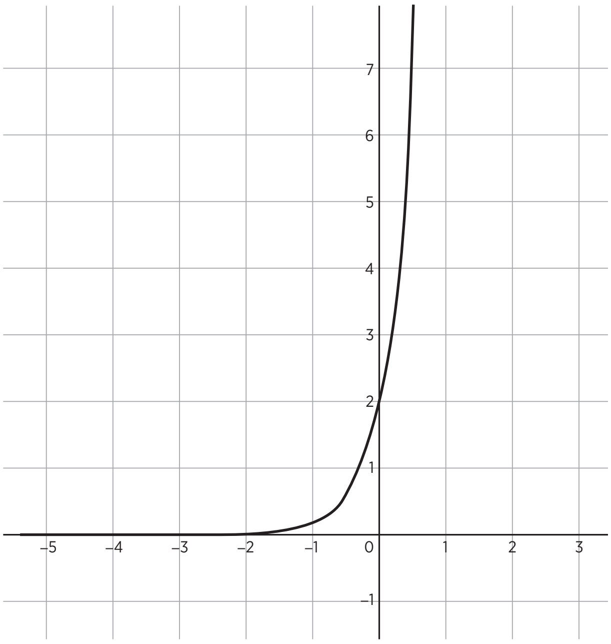



**c** Es simétrica respecto del eje de abscisas.




Editorial Casals, SA • **Material fotocopiable**

**d** Los valores se duplican.




7. Sí, $y = 12^x - 2$.
8. **a** $y = -5^x$. **b** $y = 3^x$. **c** $y = -\left(\frac{1}{3}\right)^x$.

   **d** $y = -\left(\frac{2}{5}\right)^x$. **e** $y = -\left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$.

9. **a** $y = 5^{-x}$. **b** $y = -3^{-x}$. **c** $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$. **d** $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$.

## Mates en contexto

**Páginas 152, 153, 154 y 155**

**Contexto 1**

1.

| | Opción 1 | Opción 2 | Opción 3 |
|---|---|---|---|
| **Precio inicial** | 299 € | 255,56 € | 315 € |
| **Descuento** | 15 % | 10 % | 25 % |
| **Precio final** | 254,15 € | 230 € | 236,25 € |
| **Gastos de envío** | 0 € | 20 € | 25 € |
| **Total a pagar** | 254,15 € | 250 € | 261,25 € |

La opción 2 es la más económica.

2. Pantalón + camisa →

   $\to \frac{100}{20} = \frac{(30+25)}{x} \to x = \frac{20 \cdot 55}{100} = 11$ € de descuento → (30 + 25) – 11 = 44 €.

   Abrigo → $\frac{100}{30} = \frac{50}{x} \to x = \frac{50 \cdot 30}{100} = 15$ € de descuento → 50 – 15 = 35 €.
   Pantalón + camisa + abrigo = 44 + 35 = 79 €.

   Descuento del centro comercial:

   $\frac{100}{5} = \frac{79}{x} \to x = \frac{5 \cdot 79}{100} = 3{,}95$ €.

   Total a pagar = 79 – 3,95 = 75,05 €.

**Contexto 2**

1. 6900 millones de habitantes.
2. $(1+r)^3 = \frac{7130}{6900} = 1{,}0\hat{3} \to 1+r = \sqrt[3]{1{,}0\hat{3}} = 1{,}011 \to$

   $\to r = 1{,}011 - 1 = 0{,}011$.
3. $P_t = 6900 \cdot (1+0{,}011)^n$ millones de habitantes.
4. Creciente, ya que 1 + $r$ es mayor que 1.
5. $P_{2050} = 6900 \cdot (1+0{,}011)^n = 10{,}57 \cdot 10^3$ millones de habitantes.

**Contexto 3**

1. 1 día = 24 h;

   $\frac{8 \text{ h}}{24 \text{ h}} = \frac{500 \text{ mg}}{x} \to x = \frac{24 \cdot 500}{8} = 1500 \text{ mg}$;
   $\frac{250 \text{ mg}}{1500 \text{ mg}} = \frac{5 \text{ mL}}{x} \to x = \frac{5 \cdot 1500}{250} = 30$ mL al día.

2. $\frac{1 \text{ día}}{7 \text{ días}} = \frac{30 \text{ mL}}{x} \to x = \frac{7 \cdot 30}{1} =$
   $= 210$ mL en los 7 días;

   $\frac{120 \text{ mL}}{210 \text{ mL}} = \frac{1 \text{ frasco}}{x} \to x = \frac{210 \cdot 1}{120} =$
   $= 1{,}75 \to 2$ frascos.

   $2 \cdot 120 - 210 = 30$ mL sobran.
3. Botes – días: proporcionalidad directa;
   Pacientes – días: proporcionalidad inversa;

   $\frac{96}{192} \cdot \frac{16}{6} = \frac{8}{x} \to x = \frac{192 \cdot 6 \cdot 8}{96 \cdot 16} = 6$ días.

**Contexto 4**

1. Almohadas: $x$; Mantas: $y$; Edredones: $z$.
2. $x + y + z = 200$.
   $16x + 50y + 80z = 7500$;
   m. c. d. (16, 50, 80) = 2 → $8x + 25y + 40z = 3750$.
3. $x = y + z$.
4. $x - y - z = 0$.

Editorial Casals, SA • **Material fotocopiable**

# Unidad 9. Naturaleza y salud

## 1. Los «invisibles» al ojo humano

## Contextos

### Páginas 156, 157 y 158

### Contexto 1

**1.**

| Decimal | Fracción | $10^n$ | Prefijo | Símbolo |
|---|---|---|---|---|
| 0,000001 | $\frac{1}{1000000}$ | $10^{-6}$ | micro | μ |
| 0,000000001 | $\frac{1}{10^9}$ | $10^{-9}$ | nano | n |
| 0,000000000001 | $\frac{1}{10^{12}}$ | $10^{-12}$ | pico | P |
| 0,000000000000001 | $\frac{1}{10^{15}}$ | $10^{-15}$ | femto | f |
| 0,000000000000000001 | $\frac{1}{10^{18}}$ | $10^{-18}$ | atto | a |
| 0,000000000000000000001 | $\frac{1}{10^{21}}$ | $10^{-21}$ | zepto | z |
| 0,000000000000000000000001 | $\frac{1}{10^{24}}$ | $10^{-24}$ | yocto | y |

**2.** *Penicillium chrysogenum:* entre 217 500 y 328 000 nm.
*Lactobacillus casei:* entre 1650 y 600 nm.
Virus de la gripe: entre 80 y 120 nm.

**3.** Virus de la gripe < *Lactobacillus casei* < *Penicillium chrysogenum.*

**4.** *Penicillium chrysogenum* y *Lactobacillus casei*.

**5.** Para el virus de la gripe.

### Contexto 2

**1.** $\frac{5+50}{2} = 27{,}5\ \mu\text{m} = 27{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{cm} = 0{,}00275\ \text{cm}.$

$$\overline{\text{arquea}} = \frac{0{,}1+15}{2} = 7{,}55\ \mu\text{m} = 7{,}55 \cdot 10^{-4}\ \text{cm} = 0{,}000755\ \text{cm}$$

$$\frac{0{,}00275\ \text{cm}}{0{,}000755\ \text{cm}} = 3{,}64 \approx 4 \text{ veces menor el tamaño de la arquea}$$

**2.** $27{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot 100 = 0{,}275\ \text{cm} = 0{,}275 \cdot 10^{-2}\ \text{m} == 0{,}00275\ \text{m}.$

**3.** $x = \sqrt{10^{-12}} = 10^{-6}\ \text{m}.$

**4.** $L = 10^{-1} \cdot 10^{-6}\ \text{m} = 10^{-7}\ \text{m}$; Área arquea $= (10^{-7})^2 = 10^{-14}\ \text{m}^2$; $10^{-12} = n \cdot 10^{-14} \rightarrow n = \frac{10^{-12}}{10^{-14}} = 100$ arqueas.

Editorial Casals, SA • Material fotocopiable

**5.** $\dfrac{100}{5} = \dfrac{14 \cdot 10^6}{x} \rightarrow x = \dfrac{14 \cdot 5 \cdot 10^6}{100} = 700\,000 \text{ km}^2 = 700\,000 \cdot 10^6 \text{ m}^2 = 7 \cdot 10^{11} \text{ m}^2.$

**6.** Calculamos el área de una cianobacteria con las dimensiones del enunciado:

$A = 10\ \mu\text{m} \cdot 1\ \mu\text{m} = 10 \cdot 10^{-6}\ \text{m} \cdot 10^{-6}\ \text{m} = 10^{-11}\ \text{m}^2.$

Ahora dividimos el área de la Antártida que está cubierta de cianobacterias entre el área de una cianobacteria:

$\dfrac{7 \cdot 10^{11}\ \cancel{m^2}}{10^{-11}\ \cancel{m^2}} = 7 \cdot 10^{22}$ cianobacterias.

**7.** El número de cianobacterias que fijan nitrógeno es la cantidad obtenida en el ejercicio anterior dividida entre 10: $7 \cdot 10^{21}$ cianobacterias.

## Entrénate

### Páginas 159, 160, 161 y 162

**1.** **a** $\dfrac{1}{81}$. **b** $\dfrac{1}{81}$. **c** $-\dfrac{1}{125}$. **d** $\dfrac{1}{125}$. **e** $\dfrac{7}{4}$. **f** $\dfrac{49}{16}$.

**g** $-1$. **h** $-1$. **i** $\dfrac{81}{625}$. **j** $\dfrac{81}{625}$.

**2.** **a** $4^{-3}$. **b** $2^{13}$. **c** $3^{-39}$. **d** $10^{11}$. **e** $2^{-20} \cdot 3^{-12}$. **f** $2^{-40}$.

**3.** Varias respuestas posibles. Por ejemplo:

**a** $5^{-6} = 5^{-2} \cdot 5^{-4} = \dfrac{5^4}{5^{10}} = (5^2)^{-3}$.

**b** $(-2)^{15} = (-2)^6 \cdot (-2)^9 = \dfrac{(-2)^7}{(-2)^{-8}} = ((-2)^3)^5$.

**c** $3^{-12} = 3^{-5} \cdot 3^{-7} = \dfrac{3^{-8}}{3^4} = (3^{-6})^2$.

**d** $(-2)^{-14} = (-2)^{-3} \cdot (-2)^{-11} = \dfrac{(-2)^{-4}}{(-2)^{10}} = ((-2)^{-2})^7$.

**e** $(-5)^{-21} = (-5)^{-10} \cdot (-5)^{-11} = \dfrac{(-5)^{-10}}{(-5)^{11}} = ((-5)^{-3})^7$.

**f** $9^{12} = 9^2 \cdot 9^{10} = \dfrac{9^{15}}{9^3} = (9^2)^6$.

**4.** **a** $25^{10} = 25^2 \cdot 25^8 = \dfrac{25^4}{25^{-6}}$.

**b** $25^{-10} = 25^{-2} \cdot 25^{-8} = \dfrac{25^{-4}}{25^6}$.

**c** $(-3)^{21} = (-3)^{15} \cdot (-3)^6 = \dfrac{(-3)^{12}}{(-3)^{-9}}$.

**d** $4^3 = 4^{-2} \cdot 4^5 = \dfrac{4^6}{4^3}$. **e** $12^{23} = 12^{20} \cdot 12^3 = \dfrac{12^{50}}{12^{27}}$.

**5.** **a** $5^{-4}$. **b** $2^{-3}$. **c** $7^{-4}$. **d** $2^{-4} \cdot 3^2$. **e** $5^{-3} \cdot 7^{-4}$. **f** $2^3 \cdot 3^5$.

**6.** **a** $\dfrac{3^{-4}}{1}$. **b** $\dfrac{9^{10}}{1}$. **c** $\dfrac{3}{4^2}$. **d** $\dfrac{2^3}{5}$. **e** $\dfrac{3}{7^{-4}}$. **f** $\dfrac{7}{5^4}$

**7.** **a** $3,4 \cdot 10^{-6}$. **b.** $2,34 \cdot 10^{-5}$. **c** $2,345\,534\,12 \cdot 10^6$.

**d** $2,13 \cdot 10^{10}$. **e** $5,4312 \cdot 10^2$. **f** $1,234\,567\,8 \cdot 10^8$. **g** $5 \cdot 10^{-9}$.

**8.** **a** $\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{2^2} = \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{4}{12} + \dfrac{3}{12} = \dfrac{7}{12}$.

**b** $\dfrac{7}{5} \cdot \dfrac{1}{2^2} = \dfrac{7}{20}$. **c** $\dfrac{9}{5} + \dfrac{1}{2^2} = \dfrac{9}{5} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{36}{20} + \dfrac{5}{20} = \dfrac{41}{20}$.

## 2. Naturaleza geométrica
## Contextos

### Páginas 163, 164 y 165

### Contexto 1

1. Cúbico: cuadrado; Tetragonal: cuadrado; Ortorrómbico: rectángulo; Hexagonal: hexágono regular.
2. Sí.
3. Son rectángulos.
4. En el sistema tetragonal las cuatro caras son iguales mientras que en el ortorrómbico son iguales dos a dos.
5. Sí.
6. Cuadrados.
7.

| Sistema | Lados | Ángulos |
|---|---|---|
| Cúbico | $a = b = c$ | $\alpha = \beta = \gamma = 90°$ |
| Tetragonal | $a = b \neq c$ | $\alpha = \beta = \gamma = 90°$ |
| Ortorrómbico | $a \neq b \neq c$ | $\alpha = \beta = \gamma = 90°$ |
| Hexagonal | $a = b \neq c$ | $\alpha = \beta = 90°; \gamma = 120°$ |
| Trigonal | $a = b = c$ | $\alpha = \beta = \gamma \neq 90°$ |
| Monoclínico | $a \neq b \neq c$ | $\alpha = \gamma = 90° \neq \beta$ |
| Triclínico | $a \neq b \neq c$ | $\alpha \neq \beta \neq \gamma; \alpha, \beta, \gamma \neq 90°$ |

Editorial Casals, SA • **Material fotocopiable**

**Contexto 2**

1. **a** $L = 0{,}031$ m $\rightarrow V = 0{,}031^3 = 2{,}98 \cdot 10^{-5}$ m$^3$.

   **b** $D = \dfrac{512}{2{,}98 \cdot 10^{-5}} = 17\,181\,208{,}05$ g/m$^3$.

2. $V = 10^2 \cdot 1{,}6 = 160$ cm$^3$.

3. **a** $V = 8 \cdot 6 \cdot 10 = 480$ cm$^3$.

   **b** $4{,}9 = \dfrac{M}{480} \rightarrow M = 4{,}9 \cdot 480 = 2352$ g.

4. La pirita. La pirita.

## Entrénate

**Páginas 166, 167, 168 y 169**

1. **a** $A = 6 \cdot 14^2 = 1176$ cm$^2$; $V = 14^3 = 2744$ cm$^3$.

   **b** $A = 2 \cdot 6 \cdot 8 + 2 \cdot 6 \cdot 15 + 2 \cdot 8 \cdot 15 = 516$ cm$^2$;

   $V = 6 \cdot 8 \cdot 15 = 720$ cm$^3$.

   **c** $A = 2 \cdot 10 \cdot 16 + 2 \cdot 10 \cdot 87 + 2 \cdot 16 \cdot 87 = 4844$ cm$^2$;

   $V = 10 \cdot 16 \cdot 87 = 13\,920$ cm$^3$.

   **d** $h = \sqrt{39^2 - \left(\dfrac{30}{2}\right)^2} = 36$ cm;

   $A = 30^2 + 4 \cdot \dfrac{30 \cdot 39}{2} = 3240$ cm$^2$;

   $V = \dfrac{1}{3} \cdot 30^2 \cdot 36 = 10\,800$ cm$^3$.

   **e** $R = \dfrac{22}{2} = 11$ cm;

   $A = 2 \cdot \pi \cdot 11^2 + 2 \cdot \pi \cdot 11 \cdot 25 = 2488{,}14$ cm$^2$;

   $V = \pi \cdot 11^2 \cdot 25 = 9503{,}32$ cm$^3$.

   **f** $g = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$ cm;

   $A = \pi \cdot 8^2 + \pi \cdot 8 \cdot 17 = 628{,}32$ cm$^2$;

   $V = \dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot 8^2 \cdot 15 = 1005{,}31$ cm$^3$.

2. $28 = 4 \cdot L \rightarrow L = \dfrac{28}{4} = 7$ cm; $h = \dfrac{28}{2} = 14$ cm;

   $A = 2 \cdot 7^2 + 4 \cdot 7 \cdot 14 = 490$ cm$^2$; $V = 7^2 \cdot 14 = 686$ cm$^3$.

3. $b = 70$ cm; $c = 110$ cm;
   $A = 2 \cdot 65 \cdot 70 + 2 \cdot 65 \cdot 110 + 2 \cdot 70 \cdot 110 = 38\,800$ cm$^2$;
   $V = 65 \cdot 70 \cdot 110 = 500\,500$ cm$^3$.

4. $80 = 4 \cdot x \rightarrow x = \dfrac{80}{4} = 20$ cm.

   **a** $A_{base} = 20^2 = 400$ cm$^2$.

   **b** $A_{cara} = \dfrac{1}{2} \cdot 20 \cdot 26 = 260$ cm$^2$.

   **c** $A_{total} = 400 + 4 \cdot 260 = 1440$ cm$^2$.

   **d** $V = \dfrac{1}{3} \cdot 400 \cdot 24 = 3200$ cm$^3$.

5. $A_{base} = 15^2 = 225$ cm$^2$;

   $h' = \sqrt{18^2 + \left(\dfrac{15}{2}\right)^2} = 19{,}5$ cm;

   $A_{cara} = \dfrac{1}{2} \cdot 15 \cdot h' = \dfrac{1}{2} \cdot 15 \cdot 19{,}5 = 146{,}25$ cm$^2$;

   $A_{total} = 225 + 4 \cdot 146{,}25 = 810$ cm$^2$;

   $V = \dfrac{1}{3} \cdot 225 \cdot 18 = 1350$ cm$^3$.

6. $R = \dfrac{22}{2} = 11$ cm; $A_{base} = \pi \cdot 11^2 = 380{,}13$ cm$^2$;

   $A_{lateral} = 2 \cdot \pi \cdot 11 \cdot 28 = 1935{,}22$ cm$^2$;

   $A_{total} = 2 \cdot 380{,}13 + 1935{,}22 = 2695{,}49$ cm$^2$;

   $V = \pi \cdot 11^2 \cdot 28 = 10\,643{,}72$ cm$^3$.

7. $753{,}6 = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot 15 \rightarrow R = \dfrac{753{,}6}{2 \cdot \pi \cdot 15} = 8$ cm;

   $V = \pi \cdot 8^2 \cdot 15 = 3015{,}93$ cm$^3$.

8. $V = \pi \cdot 1{,}5^2 \cdot 8 = 56{,}55$ m$^3$; 1m$^3$ = 1000 L;

   $V = 56{,}55 \cdot 1000 = 56\,550$ L.

9. $g = \sqrt{4^2 + 9^2} = 9{,}85$ cm; $A_{base} = \pi \cdot 4^2 = 50{,}27$ cm$^2$;

   $A_{lateral} = \pi \cdot 4 \cdot 9{,}85 = 123{,}78$ cm$^2$;

   $A_{total} = 50{,}27 + 123{,}78 = 174{,}05$ cm$^2$;

   $V = \dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 9 = 150{,}80$ cm$^3$.

Editorial Casals, SA • **Material fotocopiable**

**10.** $R = \frac{50}{2} = 25$ cm; $h = \sqrt{65^2 - 25^2} = 60$ cm;

$A_{base} = \pi \cdot 25^2 = 1963{,}50 \text{ cm}^2$;

$A_{lateral} = \pi \cdot 25 \cdot 65 = 5105{,}09 \text{ cm}^2$;

$A_{total} = 1963{,}5 + 5105{,}09 = 7068{,}59 \text{ cm}^2$;

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 25^2 \cdot 60 = 39\,269{,}91 \text{ cm}^3$.

**11.** $A = 4 \cdot \pi \cdot 45^2 = 25\,446{,}90 \text{ m}^2$;

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 45^3 = 381\,703{,}51 \text{ m}^3$.

**12.** $R = 3$ cm.

**13.** $R = \sqrt[3]{\frac{33{,}5 \cdot 3}{4 \cdot \pi}} = 2$ m.

## Mates en contexto

**Páginas 170, 171, 172 y 173**

**Contexto 1**

**1.** Electrón < Neutrón < Protón.

**2.** $\frac{1{,}64 \cdot 10^{-27}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}} = 1800{,}3$.

**3.** 1 uma = $1{,}67 \cdot 10^{-24}$ g = $1{,}67 \cdot 10^{-24} \cdot 10^{-3}$ kg = = $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg.

**4.** **a** $m_{cromo} = 24 \cdot 1{,}672 \cdot 10^{-27} + 24 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} + 28 \cdot 1{,}64 \cdot 10^{-27} = 8{,}61 \cdot 10^{-26}$ kg.
**b** $m_{mercurio} = 80 \cdot 1{,}672 \cdot 10^{-27} + 80 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} + 121 \cdot 1{,}64 \cdot 10^{-27} = 3{,}32 \cdot 10^{-25}$ kg.

**Contexto 2**

**1.** $R = \frac{6}{2} = 3$ m; $A_{fondo} = \pi \cdot 3^2 = 28{,}274 \text{ m}^2$.

**2.** $30 \cdot 28{,}274 = 848{,}23$ €.

**3.** Un rectángulo.

**4.** Base = $2 \cdot \pi \cdot 3 = 18{,}85$ m; Altura = 110 cm = 1,1 m.

**5.** $A_{lateral} = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 1{,}1 = 20{,}735 \text{ m}^2$.

**6.** $20 \cdot 20{,}735 = 414{,}69$ €.

**7.** $V = \pi \cdot 3^2 \cdot 1{,}1 = 31{,}10 \text{ m}^3$.

**Contexto 3**

**1.** $9{,}3 \cdot 10^{10}$ años luz; $3 \cdot 10^5$ = km/s; $1 \cdot 10^5$ años luz; $1 \cdot 10^4$ años luz; $3 \cdot 10^4$ años luz

**2.** $\frac{9{,}3 \cdot 10^{10}}{1 \cdot 10^5} = 9{,}3 \cdot 10^5$.

**3.** 1 año = 365 días = 365 · 24 horas = 365 · 24 · 60 minutos = 365 · 24 · 60 · 60 segundos → 1 año = $3{,}1536 \cdot 10^7$ segundos.
1 año luz = 300 000 km/s · $3{,}1536 \cdot 10^7$ s = = $9{,}4608 \cdot 10^{12}$ km.

**4.** $R = \frac{100\,000}{2} = 50\,000$ años luz =

$= 50\,000 \cdot 9{,}4608 \cdot 10^{12} \text{ km} = 4{,}7304 \cdot 10^{17}$ km.

$A = \pi \cdot \left(4{,}7304 \cdot 10^{17}\right)^2 = 7{,}03 \cdot 10^{35} \text{ km}^2 =$

$= 7{,}03 \cdot 10^{35} \cdot 10^6 \text{ m}^2 = 7{,}03 \cdot 10^{41} \text{ m}^2$.

**Contexto 4**

**1.** 1 L = 1000 cm³.

**2.** **a** El lado de la base o su área. **b** La altura. **c** La altura de la pirámide. **d** La altura. **e** El radio de la base o su área. **f** El perímetro de la base, el radio o la altura del cilindro. **g** El lado del cubo o el área de una cara.

**3.** $V = 1000$ cm3 → $a = \sqrt[3]{1000} = 10$ cm.

Editorial Casals, SA • **Material fotocopiable**