

Solucionario

Unidad 1. Matemáticas para la democracia

1. Escaños disputados

Contextos

Páginas 4 y 5

Contexto 1

- $350 - 2 \cdot 50 - 1 \cdot 2 = 248$ escaños.
- a** $0 \leq x \leq 249$. **b** $2 \leq x \leq 4$. **c** $5 \leq x \leq 13$.

Contexto 2

- Desigualdad: $9 \leq x \leq 20$. Intervalo: $[9, 20]$. Entorno: $E_{5,5}(14, 5)$.
- $|x - 14,5| < 5,5$.
- Sin permiso: $x < 2 \rightarrow (0, 2)$.
Permiso de 2 horas: $2 \leq x < 4 \rightarrow [2, 4)$.
Permiso de 3 horas: $4 \leq x < 6 \rightarrow [4, 6)$.
Permiso de 4 horas: $x \geq 6 \rightarrow [6, 11]$.
- $(0, 2) \rightarrow E_1(1)$; $(2, 4) \rightarrow E_1(3)$; $(4, 6) \rightarrow E_1(5)$; $(6, 11) \rightarrow E_{2,5}(8,5)$.

Entrénate

Páginas 6, 7, 8 y 9

- a** $-2 < x < 4$. **b** $(-2, 4)$.

$$\text{c Radio} = \frac{4 - (-2)}{2} = 3;$$

$$\text{Centro} = \frac{-2 + 4}{2} = 1; E_3(1).$$

- d** $(-2, 6)$.
- a** $(1, 7)$.
- Son racionales: **a, b, d**.
- $(-\infty, 5) \rightarrow 5 > x$; $(5, \infty) \rightarrow 5 < x$; $[5, \infty) \rightarrow 5 \leq x$; $(-\infty, 5] \rightarrow 5 \geq x$.
- Dados dos **intervalos**, su **unión** (\cup) es un conjunto de **números** reales que resulta de **juntar** ambos intervalos, y su **intersección** (\cap) es el conjunto de números reales que tienen en **común**.
- $A \cup B = (-4, 9)$; $A \cap B = [2, 7]$.
- a** $5 < x < 9$. **b** $(5, 9)$.
- a** Incorrecta. **b** Correcta. **c** Incorrecta. **d** Incorrecta.
- a** $(-\infty, -1) \cup (4, \infty)$. **b** No existe ningún número que cumpla la desigualdad.
c $(-\infty, -11/3) \cup (7/3, \infty)$. **d** $[-2, 10]$.

11.

Intervalo	Entorno	Valor absoluto
$(-3, 7)$	$E_5(2)$	$ x - 2 < 5$
$(2, 4)$	$E_1(3)$	$ x - 3 < 1$
$(1, 7)$	$E_3(4)$	$ x - 4 < 3$
$(-4, 4)$	$E_4(0)$	$ x < 4$
$(-8, -2)$	$E_3(-5)$	$ x + 5 < 3$

- a** $(-\infty, 1) \cup (5, \infty)$. **b** $(-\infty, -5) \cup (-1, \infty)$.

- $|x - 3| < 4 \rightarrow (-1, 7)$; $|x + 3| < 4 \rightarrow (-7, 1)$;
 $|x - 3| \leq 4 \rightarrow [-1, 7]$.

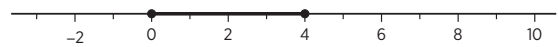
14. **a**



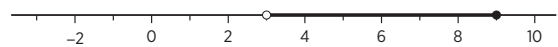
b



c



d



e



- a** $(-3, 1)$. **b** $(4, 10)$. **c** $(-10, -2)$. **d** $(-10, 0)$.

2. Funciones «democráticas»

Contextos

Páginas 10 y 11

Contexto 1

- $\frac{47007408}{248} = 189546$ habitantes/escaño.

Para conseguir 7 escaños: $7 \cdot 189546 = 1326822$ habitantes.

Para conseguir 13 escaños: $13 \cdot 189546 = 2464098$ habitantes.

Las provincias serán aquellas que tengan entre $1326822 \leq x \leq 2464098$ habitantes, es decir: Alicante, Murcia, Sevilla y Málaga.

- Madrid: $\frac{6587711}{189546} = 34,755 \rightarrow 34$ escaños;

Murcia: $\frac{1479098}{189546} = 7,803 \rightarrow 7$ escaños.

Contexto 2

- En la tabla: 1996 - 2000 - 2004 - 2008 - 2011 - 2015.

En la gráfica: 1977 - 1979 - 1982 - 1984 - 1986 - 1987 - 1989 - 1993 - 1994 - 1996 - 1999 - 2000 - 2004 - 2008 - 2009 - 2011.

No, la participación no fue nula en ningún año.

2. **a** Decrece. **b** Crece. **c** Decrece.

3. **a** $\frac{75,6 - 68,7}{4} = 1,725$. **b** $\frac{68,9 - 73,8}{3} = -1,6\hat{3}$.

Entrénate

Páginas 12, 13, 14 y 15

1. Respuesta abierta. Para que no sean funciones, para un mismo valor de x debe haber diferentes valores de y , por ejemplo:

a

x	2	1	0	2
y	4	6	8	3

b

x	-3	-1	1	-1
y	-6	-2	2	2

2. **a** Dominio: $(-\infty, \infty)$; recorrido: $(-\infty, 2,8)$.

b Dominio: $(-\infty, \infty)$; recorrido: $(-\infty, \infty)$.

3. **a** $f(5) = -2 \cdot 5^3 - 4 \cdot 5^2 - 5 \cdot 5 + 4 = -371$.

b $f(-2) = -2 \cdot (-2)^3 - 4 \cdot (-2)^2 - 5 \cdot (-2) + 4 = 14$.

4. **a** Dominio: \mathbb{R} ; por intervalos: $(-\infty, \infty)$.

b Dominio: \mathbb{R} ; por intervalos: $(-\infty, \infty)$.

c Dominio: $\mathbb{R} - \{-2\}$; por intervalos: $(-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$.

d Dominio: $\mathbb{R} - \{-3, 3\}$;

por intervalos: $(-\infty, -3) \cup (-3, 3) \cup (3, \infty)$.

5. Una **función** es una relación entre dos **variables**, de modo que a un **valor** de una de ellas le **corresponde** uno o **ninguno** de la otra.

6. Asignando los números del 1 al 4 a las diferentes expresiones, tenemos: texto-3, tabla de valores-1, gráfica-4, fórmula-2.

7. **a** Puntos de corte con el eje x : $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$;

Puntos de corte con el eje y : $f(0) = 4 \cdot 0 - 6 \rightarrow (0, -6)$.

b Puntos de corte con el eje x : $(5, 0)$ y $(2, 0)$; puntos de corte con el eje y : $g(0) = 0^2 - 7 \cdot 0 + 10 \rightarrow (0, 10)$.

8. **a** $TVM = \frac{17 - 4}{1} = 13 \rightarrow$ Crece.

b $TVM = \frac{2 - 0}{1} = 2 \rightarrow$ Crece.

c $TVM = TVM = \frac{-3 - (-2)}{1} = -1 \rightarrow$ Decrece.

9. **a** Intervalo crecimiento: $(2, 5)$; intervalo decrecimiento: $(-1, 2)$; intervalo constante: $(-4, -1)$. **b** Intervalo crecimiento: $(-2,5, -1)$; intervalo decrecimiento: $(-1, 0,4)$; intervalo constante: no hay.

3. Votamos

Contextos

Páginas 16 y 17

Contexto 1

1.

Rango de edad	Hombres	Mujeres	Total
18 a 24	63 273	98 741	162 014
25 a 34	113 253	133 126	246 379
35 a 44	128 958	124 948	253 906
45 a 54	110 194	108 724	218 918
55 a 64	91 694	106 066	197 760
65 a 74	82 767	92 176	174 943
75 y más	42 644	55 095	97 739
Total	632 783	718 876	1 351 659

2. De 35 a 44 años.

3. De 75 años y más.

Contexto 2

1. **a** $\frac{431753 + 1032867 + 1088630 + 1192842 + 1493368}{19031626 + 17866817}$

$\cdot 100 = 14,2\%$

b $\frac{1088630 + 1139958}{19031626 + 17866817} \cdot 100 = 6,04\%$

c Mujeres: $Mo = [40, 45)$. Hombres: $Mo = [40, 45)$.

d $\frac{19031626}{19031626 + 17866817} \cdot 100 = 51,58\%$

e $[30, 35)$: $\bar{x} = \frac{30 + 35}{2} = 32,5$;

$[45, 50)$: $\bar{x} = \frac{45 + 50}{2} = 47,5$;

$[70, 75)$: $\bar{x} = \frac{70 + 75}{2} = 72,5$;

$[85, 87)$: $\bar{x} = \frac{85 + 87}{2} = 86$.

Entrénate

Páginas 18, 19, 20 y 21

1. **a** Cuantitativa continua. **b** Cualitativa. **c** Cuantitativa discreta. **d** Cualitativa. **e** Cuantitativa continua. **f** Cuantitativa continua. **g** Cuantitativa discreta. **h** Cualitativa.

2. **a** $[3, 12]$. **b** $(8, 80)$. **c** $(7, \infty)$. **d** $[18, \infty)$. **e** $(8, 12]$. **f** $[18, \infty)$.

3. **a** (-7, 3). **b** $E_{2,5}$ (-4, 5). **c** (4, 10).
 4. **a** Población. **b** Muestra. **c** Población. **d** Muestra.
e Muestra. **f** Población.
 5. Total = 135 000 + 115 000 = 250 000 electores.

$$\text{Mujeres: } \frac{135000}{250000} \cdot 500 = 270;$$

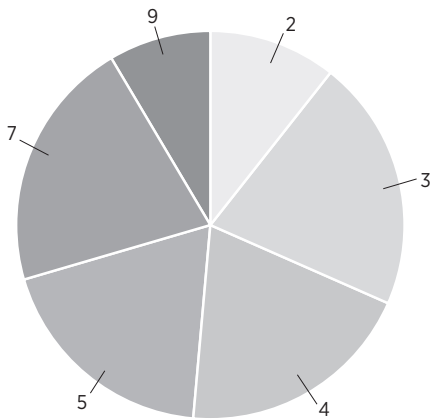
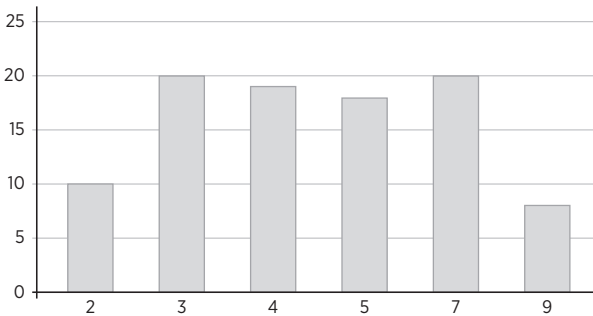
$$\text{Hombres: } \frac{115000}{250000} \cdot 500 = 230.$$

6.
$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 9 + 2 \cdot 19 + 3 \cdot 18 + 4 \cdot 17 + 5 \cdot 20 + 6 \cdot 37}{9 + 19 + 18 + 17 + 20 + 37} = 4,09.$$

7. **a** $N = 10 + 20 + 19 + 18 + 20 + 8 = 95.$

b
$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 10 + 3 \cdot 20 + 4 \cdot 19 + 5 \cdot 18 + 7 \cdot 20 + 9 \cdot 8}{95} = 4,28; Mo = 3 \text{ y } 7; Me = 4.$$

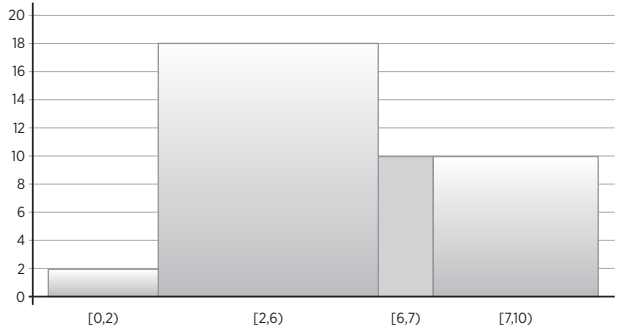
c



8. **a** [2, 6).

b
$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 1 + 18 \cdot 4 + 10 \cdot 6,5 + 10 \cdot 8,5}{40} = 5,6.$$

c



9. $Mo = [4, 6); Me = [4, 6);$

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 1 + 9 \cdot 3 + 15 \cdot 5 + 7 \cdot 7 + 5 \cdot 9}{40} = 5.$$

Mates en contexto

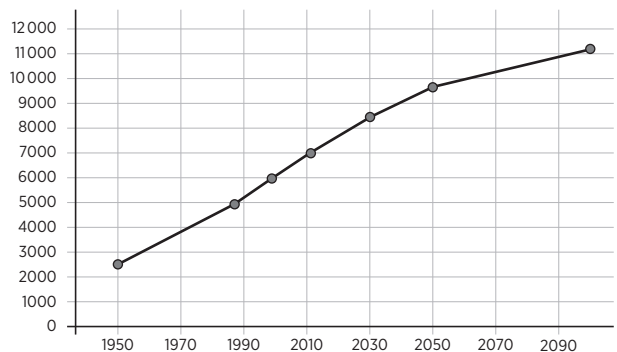
Páginas 22, 23, 24 y 25

Contexto 1

1.

Año	Población (millones hab.)
1950	2600
1987	5000
1999	6000
2011	7000
2030	8500
2050	9700
2100	11200

2.



Contexto 2

1. C's: $TVM = \frac{11 - 11}{26 - 11} = 0;$

Podemos: $TVM = \frac{30 - 38}{26 - 11} = -0,5\dot{3};$

PP: $TVM = \frac{7 - 13}{26 - 11} = -0,4;$

$$\text{PSOE: } TVM = \frac{18 - 17}{26 - 11} = 0,0\hat{6};$$

$$\text{Vox: } TVM = \frac{38 - 19}{26 - 11} = 1,2\hat{6}.$$

2. Vox.

Contexto 3

1. Dominio: $(-10, 90)$; Recorrido: $(10, 90)$.
2. Crecimiento: $(0, 5) \cup (15, 60)$.
Decrecimiento: $(5, 15) \cup (60, 80)$.
3. Una persona diabética solo tiene una fase de liberación de insulina.
4. Crecimiento: $(0, 52)$. Decrecimiento: $(52, 87)$.

Contexto 4

1. $x < 3$ años; $(0, 3)$; $E_{1,5}(1,5)$.
2. $-1000 \leq x \leq 4000$; $[-1000, 4000]$.
3. Sí, en ambos casos podría solicitar la ayuda, ya que ambos están incluidos en el intervalo.
4. $\frac{1}{4}(x+1) + \frac{1}{5}(x-4) > 359,45$.
5. Si resolvemos la inecuación del ejercicio anterior, obtenemos: $x > 800 \rightarrow (800, \infty)$. Por lo tanto, una persona que gane 700 € no podrá solicitar la ayuda. Si gana 800 € tampoco, ya que no está incluido en el intervalo.

Contexto 5

1.

	Hombres	Mujeres
15 a 24	2,84	1,73
25 a 44	2,11	1,59
45 a 65	1,74	1,62
+ 65	1,61	1,15

2. Todos los días de la semana \rightarrow Hombres: $M_0 = +65$; Mujeres: $M_0 = 45$ a 64 .
1 o 2 días a la semana \rightarrow Hombres: $M_0 = 25$ a 44 ; Mujeres: $M_0 = 15$ a 24 .

Unidad 2. Historias con números

1. El camino de las ecuaciones a través de la historia

Contextos

Páginas 26 y 27

Contexto 1

1. $x_1 = 5, x_2 = -\frac{1}{2}$;

Ecuación factorizada: $2 \cdot (x - 5) \cdot (x + \frac{1}{2}) = 0$.

2. Respuesta abierta. La ecuación tiene que ser de la forma $a \cdot (x - 3) \cdot (x + \frac{1}{3}) = 0$, donde $a \neq 0$.

Contexto 2

1. 0; x .
2. $x \cdot (x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6) = 0$.
3. La relación es que las raíces enteras de una ecuación polinómica son divisores del término independiente de esta.
Posibles raíces: $\{\pm 6, \pm 3, \pm 2, \pm 1\}$.
4. 5: no, ya que no es divisor de 6.
7: no, ya que no es divisor de 6.
5. $P(x_1) = 0$; $P(x) = x \cdot (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3) \cdot (x + 1)$.

Entrénate

Páginas 28, 29, 30 y 31

1. Respuesta abierta. La ecuación tiene que ser de la forma $a \cdot (x + 1) \cdot (x - 2) = 0$, donde $a \neq 0$. Por ejemplo: $3 \cdot (x + 1) \cdot (x - 2) = 0 \rightarrow 3x^2 - 3x - 6 = 0$.
2. a $P(-3) = 2 \cdot (-3)^3 - 4 \cdot (-3)^2 + 1 = -89$.
b $P(1) = 3 \cdot 1^3 + 6 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 = 13$.
3. a $P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 4 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + m = 3 \rightarrow m = 4$.
b $P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 4 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + m = 5 \rightarrow m = 6$.
c $P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 4 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + m = 0 \rightarrow m = 1$.
d $P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 4 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + m = 2m - 2 \rightarrow m = 1$.
4. $P(x) = (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x + 4)$; $P(x) = x^4 - x^3 - 12x^2 + 28x - 16$.
5. El **grado** de un polinomio es el **mayor** de los grados de los **monomios** que lo forman.
El valor **numérico** de un polinomio es el **resultado** de sustituir las **letras** por **números** y realizar las **operaciones**.
6. a 4. b 3. c 23.

7. a $\frac{(x-2) \cdot (x-3)}{x \cdot (x-3)} = \frac{x-2}{x}$.

b $\frac{(x+2) \cdot (x-3) \cdot (x-4)}{(x+1)^2 \cdot (x+2) \cdot (x-3)} = \frac{x-4}{(x+1)^2}$.

c $\frac{(x+1) \cdot (x+2) \cdot (x-2)}{(x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+3)^2} = \frac{x-2}{(x+3)^2}$.

8. a m. c. d. = 1; m. c. m. = $x \cdot (x-4) \cdot (x-2) \cdot (x-10)$.

b m. c. d. = $(x+2) \cdot (x-5)$; m. c. m. = $(x+2)^2 \cdot (x-5)$.

c m. c. d. = $(x+2)$; m. c. m. = $(x-1)^2 \cdot (x+2)^3$.

9. Teorema del **resto**: el resto (R) de la **división** de un polinomio $P(x)$ entre $(x - a)$ es igual al valor **numérico** del polinomio en $x = a$. Es decir, $R = P(a)$.

Teorema del **factor**: si el valor numérico del **polinomio** $P(x)$ en $x = a$ es 0, entonces, por el teorema **anterior**, el resto es 0 y $P(x) = C(x) \cdot (x - a)$, con lo que $x - a$ es un factor de **$P(x)$** .

10. a V. b F. c F.

11. a $x_1 = 0, x_2 = 4, x_3 = -4$.

b $x_1 = 0, x_2 = 3, x_3 = 4, x_4 = -4$. c $x_1 = 0, x_2 = 1$.

d $x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{4}; x_3 = \frac{1}{2}$.

e $x_1 = 2, x_2 = 3, x_3 = 7, x_4 = -12$.

12. Asignando los números del 1 al 5 a cada ecuación y las letras a-e a cada par de soluciones, tenemos: 1-b, 2-d, 3-e, 4-a, 5-c.

2. La importancia de medir ángulos

Contextos

Páginas 32 y 33

Contexto 1

1. $\text{sen}(7^\circ) = \frac{150}{d} \rightarrow d = \frac{150}{\text{sen}(7^\circ)} = 1230,83 \text{ m.}$

2. $\text{sen}(8^\circ) = \frac{150}{d} \rightarrow d = \frac{150}{\text{sen}(8^\circ)} = 1077,79 \text{ m.}$

3. Diferencia = $1230,83 - 1077,79 = 153,04 \text{ m.}$

4. $\text{tan}(7^\circ) = \frac{150}{x} \rightarrow x = \frac{150}{\text{tan}(7^\circ)} = 1221,65 \text{ m.}$

Contexto 2

1. $\text{tan}(6,34^\circ) = \frac{x}{180} \rightarrow x = 180 \cdot \text{tan}(6,34^\circ) = 20 \text{ m.}$

2. $\text{tan}(14,63^\circ) = \frac{x+20}{180} \rightarrow x = 180 \cdot \text{tan}(14,63^\circ) - 20 \text{ m} = 26,99 \text{ m}$

3. $\text{tan}(\alpha) = \frac{46+20+26,99}{180} = 0,5166 \rightarrow \alpha = \text{arctan}(0,5166) = 27,32^\circ$

Entrénate

Páginas 34, 35, 36 y 37

1. a 0,419 rad. b 0,915 rad. c 4,321 rad.

2. a 60° . b $51,43^\circ$.

3. En cualquier triángulo **rectángulo** se pueden definir **razones** de los ángulos **agudos** como razones entre las **longitudes** de los lados del **triángulo**. A estas relaciones se las conoce como **razones** trigonométricas.

4.

	0°	30°	45°	60°	90°
sen(α°)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos(α°)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan(α°)	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞

5. a $a = 9,43; \text{sen}(\alpha) = \frac{5}{9,43} = 0,53;$

$\text{cos}(\alpha) = \frac{8}{9,43} = 0,85; \text{tan}(\alpha) = \frac{5}{8} = 0,625.$

6. a $\text{cos}(\alpha^\circ) = 0,6$. b $\text{tan}(\alpha) = \frac{0,8}{0,6} = 1,3.$

7. a $\text{cos}(\alpha^\circ) = \sqrt{\frac{1}{5}} = 0,447.$

b $\text{sen}^2(\alpha^\circ) + 0,45^2 = 1 \rightarrow \text{sen}(\alpha^\circ) = 0,894.$

8. a $\alpha = 53,66^\circ$. b $\alpha = 36,34^\circ$. c $\alpha = 38,85^\circ$.

d $\text{cos}(\alpha^\circ) = 0,408 \rightarrow$

$\rightarrow \alpha = \arccos(0,408) = \text{cos}^{-1}(0,408) = 65,91^\circ.$

e $\text{tan}(\alpha) = 1,241 \rightarrow \alpha = \text{arctan}(1,241) = \text{tan}^{-1}(1,241) = 51,14^\circ.$

9. a -0,42. b -0,42. c 0,42. d 0,42.

10. a $\text{sen}(0^\circ) = 0; \text{sen}(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}; \text{sen}(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2};$

$\text{sen}(90^\circ) = 1; \text{sen}(30^\circ) = \frac{1}{2}.$

$$\mathbf{b} \cos(0^\circ) = 1; \cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}; \cos(60^\circ) = \frac{1}{2};$$

$$\cos(90^\circ) = 0; \cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\mathbf{c} \tan(0^\circ) = 0; \tan(45^\circ) = 1;$$

$$\tan(60^\circ) = \sqrt{3}; \tan(90^\circ) = \infty; \tan(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

3. Un gran paso para la geometría

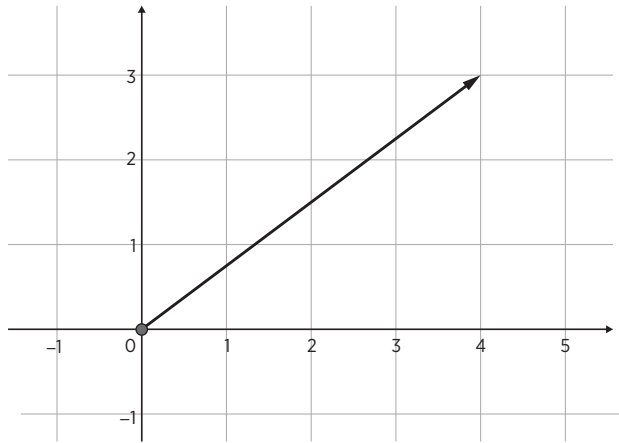
Contextos

Páginas 38 y 39

Contexto 1

1. $\overline{OB} = (4 - 0, 3 - 0) = (4, 3).$

2.



3. $|\overline{OB}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$; módulo.

4. $(2 + 4, 3 + (-5)) = (6, -2).$

Contexto 2

1. $\overline{AB} = (1, 0); \overline{BC} = (2, 1); \overline{CD} = (1, 1); \overline{DE} = (5, -1);$
 $\overline{EF} = (0, -2); \overline{FG} = (-5, 0); \overline{GH} = (-2, -1);$
 $\overline{HI} = (-2, 0).$

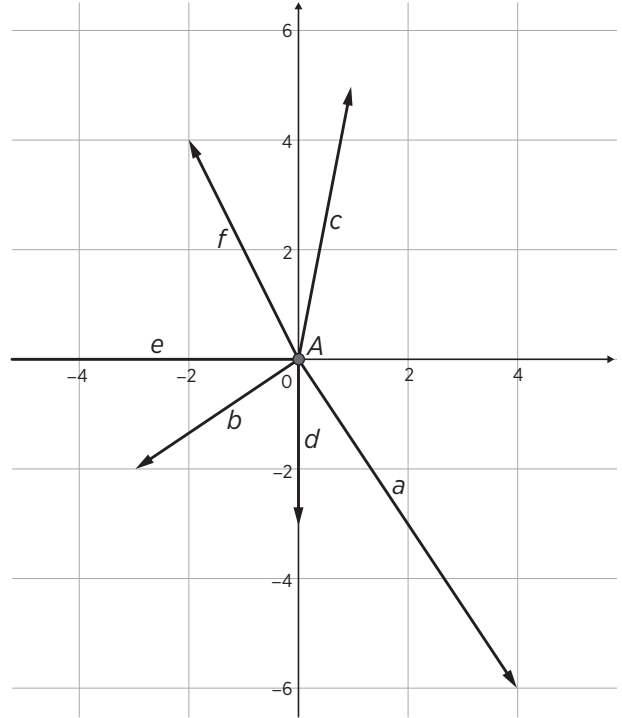
2. Los vectores \overline{FG} y \overline{HI} .

Entrénate

Páginas 40, 41, 42 y 43

1. $\vec{a} = (1, -2); \vec{b} = (3, 0); \vec{c} = (-3, 0); \vec{d} = (0, -1);$
 $\vec{e} = (0, 3); \vec{u} = (3, 2); \vec{v} = (-1, -2); \vec{w} = (-3, 2).$

2.



3. Los vectores equipolentes son:

$$\vec{g}, \vec{i}, \vec{l} \text{ y } \vec{u}. \vec{a} \text{ y } \vec{h}. \vec{f}, \vec{j}, \vec{k} \text{ y } \vec{v}.$$

$$\vec{m} \text{ y } \vec{w}. \vec{e} \text{ y } \vec{n}.$$

4. $\vec{u} + \vec{v} = (0, -1); \vec{u} - \vec{v} = (2, 3); \vec{u} + \vec{w} = (6, 1);$

$$2\vec{u} + 3\vec{v} = (-1, -4); 3\vec{v} = (-3, -6); 2\vec{u} - 3\vec{v} = (5, 8);$$

$$3\vec{u} + 2\vec{v} - \vec{w} = (-4, -1); 2\vec{v} = (-2, -4).$$

5. $\overline{AB} = (3, -4); \overline{BC} = (1, -4); \overline{AC} = (4, -8);$
 $\overline{CD} = (-10, 11).$

6. $\overline{AB} = (-2 - 1, 4 - 5) = (-3, -1) \rightarrow a = -1.$

7. $\overline{AB} = (-7 - 3, 1 - 2) = (-10, -1).$

8. **a** A: no; B: no; C: sí. **b** A: no; B: no; C: no. **c** A: no; B: sí; C: sí. **d** A: no; B: sí; C: no.

4. Agrupamos gente

Contextos

Páginas 44 y 45

Contexto 1

1. **a** 25. **b** 10. **c** 8. **d** 3. **e** 10.

2. Los que suspenden las dos asignaturas pertenecen a dos grupos a la vez.

Contexto 2

1. $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2.$

2. $S_n = \frac{1 + (2n - 1)}{2} \cdot n = n \cdot n = n^2.$

Entrénate

Páginas 46, 47, 48 y 49

- a** Respuesta abierta. Por ejemplo, que salga un número impar y que salga un número menor que 12. **b** Respuesta abierta. Por ejemplo, que salga un número par y que salga un número mayor que 8. **c** Sacar un número de dos cifras. **d** Suceso seguro.
- a** $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
b $A \cup C = \{1, 3, 5, 6\}$.
c $A - B = \{1\}$.
d $\bar{A} = \{2, 4, 6\}$.
e $A \cap B = \{1, 2, 4, 6\}$.
f $(A \cup B) - C = \{1, 2, 3, 4\}$.
- Si se tienen dos o más sucesos, también se puede operar con ellos:

 - **Unión** de sucesos: es el **suceso** formado por los sucesos elementales de **dichos** sucesos iniciales. Se escribe con el signo \cup .
 - **Intersección** de sucesos: es el suceso formado por los **sucesos** elementales **comunes** a todos los sucesos iniciales. Se escribe con el signo \cap .
 - **Resta** de sucesos: es el suceso **formado** por los sucesos elementales de A **excluidos** los elementos **posibles** de B . Se escribe con el signo $-$.
- a** $A \cup B = \{\text{obtener múltiplo de 2 o de 3}\} = \{2, 3, 4, 6\}$. **b** $A \cap B = \{\text{obtener múltiplo de 2 y de 3}\} = \{6\}$. **c** $A - B = \{\text{obtener múltiplo de 2 que no sea múltiplo de 3}\} = \{2, 4\}$.

$$P(A \cup B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}; P(A \cap B) = \frac{1}{6};$$

$$P(A - B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

- Respuesta abierta. Por ejemplo:

a Seguro: que salga un número par. Imposible: que salga un número negativo.
b Seguro: que el número de caras sea inferior a 4. Imposible: que salgan 5 caras.
c Seguro: que salga una bola blanca o negra. Imposible: que salga una bola roja.
- a** $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$. **b** $A \cap B = \{3, 5, 7\}$.
c $A - B = \{1, 9\}$. **d** $B - A = \{2\}$. **e** $A - \bar{B} = \{3, 5, 7\}$.
- $P(\bar{A}) = \frac{5}{8}$.
- $P(A \cup B) = 0,8$; $P(A \cap B) = 0$.
- a** $P(\text{roja}) = \frac{10}{29}$.
b $P(\text{no sea azul}) = \frac{20}{29}$.
c $P(\text{blanca o negra}) = \frac{10}{29}$.

$$\mathbf{d} P(\text{ni blanca ni roja}) = \frac{15}{29}.$$

$$10. \mathbf{a} P(3.^\circ \text{ de ESO}) = \frac{4}{40} = 0,1.$$

$$\mathbf{b} P(1.^\circ \text{ ciclo de ESO}) = \frac{12}{40} = 0,3.$$

$$\mathbf{c} P(\text{Secundaria}) = \frac{26}{40} = 0,65.$$

$$\mathbf{d} P(\text{no sea del 2.º ciclo de Secundaria}) = \frac{26}{40} = 0,65.$$

$$11. \mathbf{a} P(\text{par}) = 0,2 + 0,1 + 0,1 = 0,4.$$

$$\mathbf{b} P(\text{mayor de 4}) = 0,2 + 0,1 = 0,3.$$

$$\mathbf{c} P(\text{menor o igual que 2}) = 0,1 + 0,2 = 0,3.$$

$$\mathbf{d} P(\text{múltiplo de 3}) = 0,3 + 0,1 = 0,4.$$

Mates en contexto

Páginas 50, 51, 52 y 53

Contexto 1

- 3.
- 1.
- 6.
- 0.
- 4.

Contexto 2

- 4.
- No, le faltan los términos de grado 3 y 1.
- 0.
- $B(x) = -x^4 + 5x^2 - 4 = 0$.
- $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 2, x_4 = -2$.
- A 10 € o a 20 €.
- No.
- No.

Contexto 3

- Divisores de 3: $\{\pm 1, \pm 3\}$, divisores de 2: $\{\pm 1, \pm 2\}$, divisores de 1: $\{\pm 1\}$. Tal como está el producto, no es posible simplificar.
- Factorizados.
- $x^2 + x + 3; x^3 - 3x + 2 = (x - 1)^2 \cdot (x + 2);$
 $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x - 1)^3;$
 $x^3 + 2x - 3 = (x - 1) \cdot (x^2 + x + 3).$

$$4. \frac{1}{x + 2}.$$

Contexto 4

- $\frac{1}{6}$.

2. Con los dados cargados:

$$1 + 6 \rightarrow \frac{1}{21} \cdot \frac{6}{21}; 2 + 5 \rightarrow \frac{2}{21} \cdot \frac{5}{21}; 3 + 4 \rightarrow \frac{3}{21} \cdot \frac{4}{21};$$

$$4 + 3 \rightarrow \frac{4}{21} \cdot \frac{3}{21}; 5 + 2 \rightarrow \frac{5}{21} \cdot \frac{2}{21}; 6 + 1 \rightarrow \frac{6}{21} \cdot \frac{1}{21}.$$

$$P = \frac{1}{21} \cdot \frac{6}{21} + \frac{2}{21} \cdot \frac{5}{21} + \frac{3}{21} \cdot \frac{4}{21} + \frac{4}{21} \cdot \frac{3}{21} + \frac{5}{21} \cdot \frac{2}{21} + \frac{6}{21} \cdot \frac{1}{21} = \frac{56}{441} = \frac{8}{63}.$$

Con los dados normales:

$$P = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6}.$$

Unidad 3. La nueva tecnología

1. Teclas de la calculadora

Contextos

Páginas 54 y 55

Contexto 1

1. **a** 1,4142. **b** 3,1623. **c** 1,7321. **d** 3,8730. **e** 2. **f** 4,4721. **g** 2,2361. **h** 5.

2. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{10}; \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = \sqrt{4};$

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{15}; \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}.$$

Para multiplicar o dividir radicales con el mismo índice, operamos los radicandos y mantenemos el índice.

Contexto 2

1. $\frac{10^7}{10^6} = 10$ veces.

2. $\frac{10^7}{10^4} = 1000$ veces.

3. $\frac{10^{7,9}}{10^{6,7}} = 15,85$ veces.

Entrénate

Páginas 56, 57, 58 y 59

1. **a** $\sqrt[4]{16^3}$. **b** $\sqrt[7]{5}$. **c** $\sqrt[9]{25^5}$. **d** $\sqrt[9]{35^4}$. **e** $\sqrt[7]{67^2}$.

2. **a** $7^{\frac{3}{4}}$. **b** $23^{\frac{2}{5}}$. **c** $4^{\frac{5}{6}}$. **d** $8^{\frac{3}{10}}$. **e** $9^{\frac{3}{4}}$. **f** $5^{\frac{5}{7}}$. **g** $13^{\frac{5}{6}}$.

3. **a** m. c. m. $(2 \text{ y } 3) = 6 \rightarrow \sqrt[6]{2^3}$ y $\sqrt[6]{2^2}$.

b m. c. m. $(2 \text{ y } 3) = 6 \rightarrow \sqrt[6]{3^3}$ y $\sqrt[6]{5^2}$.

c m. c. m. $(3 \text{ y } 5) = 15 \rightarrow \sqrt[15]{4^5}$ y $\sqrt[15]{2^3}$.

d m. c. m. $(5 \text{ y } 7) = 35 \rightarrow \sqrt[35]{4^7}$ y $\sqrt[35]{2^5}$.

4. **a** m. c. m. $(2 \text{ y } 3) = 6 \rightarrow \sqrt[6]{2^5} \cdot \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[6]{2^5 \cdot 3^2}$.

b m. c. m. $(2 \text{ y } 5) = 10 \rightarrow \sqrt[10]{7^5} \cdot \sqrt[10]{6^2} = \sqrt[10]{7^5 \cdot 6^2}$.

c m. c. m. $(5 \text{ y } 7) = 35 \rightarrow \sqrt[35]{4^7} \cdot \sqrt[35]{10^5} = \sqrt[35]{4^7 \cdot 10^5}$.

d m. c. m. $(4 \text{ y } 10) = 20 \rightarrow \sqrt[20]{3^5} \cdot \sqrt[20]{9^2} = \sqrt[20]{3^5 \cdot 9^2}$.

5. **a** $4 \cdot \log_2 2 = 4$. **b** $8 \cdot \log_2 2 = 8$. **c** $-2 \cdot \log_2 2 = -2$.

d $5 \cdot \log_3 3 = 5$. **e** $4 \cdot \log_5 5 = 4$. **f** $-9 \cdot \log_2 2 = -9$.

g $5 \cdot \log_4 4 = 5$.

6. **a** $16 \cdot \log_2 2 = 16$. **b** $25 \cdot \log_2 2 = 25$. **c** $12 \cdot \log_2 2 = 12$.

d $15 \cdot \log_3 3 = 15$. **e** $40 \cdot \log_5 5 = 40$.

f $-27 \cdot \log_2 2 = -27$. **g** $70 \cdot \log_2 2 = 70$.

h $0,2 \cdot \log_2 2 = 0,2$.

7. **a** $0,3 + 1,3 = 1,6$. **b** $3 \cdot 0,3 + 1,3 = 2,2$.

c $0,3 + 2 \cdot 1,3 = 2,9$. **d** $\frac{1}{5} \cdot (4 \cdot 0,3 + 1,3) = 0,5$.

e $2 \cdot (0,3 + 1,3) = 3,2$. **f** $\log 100 + 0,3 = 2,3$.

8. **a** $\frac{1,653}{0,301} = 5,492$. **b** $\frac{1,362}{0,699} = 1,948$.

c $\frac{2,618}{0,845} = 3,098$. **d** $\frac{2,752}{0,778} = 3,537$.

e $\frac{2,653}{0,477} = 5,561$. **f** $\frac{2,371}{0,954} = 2,485$.

g $\frac{2,827}{0,301} = 9,392$.

2. Fracciones eléctricas

Contextos

Páginas 60 y 61

Contexto 1

1. $\frac{1}{1+1 \cdot 1} = \frac{1}{2}$.

2. **a** $\frac{s}{1+s \cdot s} = \frac{s}{1+s^2}$.

b $\frac{s}{1+\frac{s-1}{s} \cdot s} = \frac{s}{1+s-1} = 1$.

Contexto 2

- $2 \cdot x - 1$.
- $x + 4$.
- Juan: $\sqrt{2x-1}$; David: $\sqrt{x+4}$.

4. $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6$.

5. Probamos con el 4:

$$\sqrt{2 \cdot 4 - 1} + \sqrt{4 + 4} = \sqrt{7} + \sqrt{8} \neq 6 \rightarrow \text{No es solución.}$$

Probamos con el 5:

$$\sqrt{2 \cdot 5 - 1} + \sqrt{5 + 4} = \sqrt{9} + \sqrt{9} = 3 + 3 = 6 \rightarrow$$

\rightarrow Es solución.

6. $x = 5$.

Entrénate

Páginas 62, 63, 64 y 65

- a $2x - 2 \neq 12(x - 2) \rightarrow$ No son equivalentes.
 b $x(x^2 - 9x + 20) \neq (x + 5) \cdot (x^2 - 4x) \rightarrow$ No son equivalentes.
 c $2x \cdot (x - 5) = 2(x^2 - 5x) \rightarrow$ Son equivalentes.
 d $(5x - 5) \cdot (x - 1) \neq (x^2 - x) \cdot 5 \rightarrow$ No son equivalentes.
 e $(5x - 5) \cdot x = (x^2 - x) \cdot 5 \rightarrow$ Son equivalentes.

2. a $\frac{3}{x}$. b $2x + 1$.

3. a $\frac{x+2}{(x-1)(x+2)}$ y $\frac{2(x-1)}{(x-1)(x+2)}$.

b $\frac{x(2x-1)}{(x-1)(2x-1)}$ y $\frac{(2x+1)(x-1)}{(x-1)(2x-1)}$.

c $\frac{x^2-1}{(x-1)(x^2-1)}$ y $\frac{(2x-1)(x-1)}{(x-1)(x^2-1)}$.

d $\frac{(3x-2)(x^2-5x+6)}{(x+2)(x^2-5x+6)}$ y $\frac{(x+2)(2x+5)}{(x+2)(x^2-5x+6)}$.

e $\frac{(5x+1)(x-1)}{(x^2-x)(x-1)}$ y $\frac{2x \cdot (x^2-x)}{(x^2-x)(x-1)}$.

4. a $\frac{(x+2)}{(x-1)(x+2)} + \frac{2(x-1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{x+2+2x-2}{(x-1)(x+2)} = \frac{3x}{(x-1)(x+2)}$

b $\frac{(5x+1)(2x-1)}{x^2 \cdot (2x-1)} + \frac{x \cdot x^2}{x^2 \cdot (2x-1)} = \frac{(5x+1)(2x-1) + x^3}{x^2 \cdot (2x-1)}$

c $\frac{x^2-1}{(x-1)(x^2-1)} - \frac{(2x-1)(x-1)}{(x-1)(x^2-1)} = \frac{(x+1)(x-1) - (2x-1)(x-1)}{(x-1)(x^2-1)} = \frac{x+1-2x+1}{(x+1)(x-1)} = \frac{-x+2}{(x+1)(x-1)}$

d $\frac{(3x-2)(x^2-5x+6)}{(x+2)(x^2-5x+6)} - \frac{(2x+5)(x+2)}{(x+2)(x^2-5x+6)} = \frac{3x^3-15x^2+18x-2x^2+10x-12-2x^2-4x-5x-10}{(x+2)(x^2-5x+6)} = \frac{3x^3-19x^2+19x-22}{(x+2)(x-2)(x-3)}$

5. a $\frac{2x \cdot (2x-1)}{(x-1)(x+2)}$. b $\frac{(3x-1)(2x-1)}{(x-1)(x^2-1)}$.

c $\frac{3x \cdot (2x-1)}{(3x-2)(x^2-3)}$. d $\frac{(x-1)(2x+4)}{(2x-1)(x^2-5x)}$.

e $\frac{(4x-1)(2x+4)}{(2x+1)(x^2+4)}$. f $\frac{(5x+3)(x+2)}{x \cdot (x^2-3)}$.

g $\frac{(3x+2)(x+2)}{(x+1)(2x^2-5)}$.

6. a $\frac{(2x-1)(3x+2)}{(x-2)(2x+2)}$. b $\frac{(3x-1)(x^2+4)}{(x-2)(2x+1)}$.

c $\frac{(3x-1)(x^2-3)}{(3x+2)(2x-1)}$. d $\frac{(x-1)(x^2-5x)}{(2x-1)(2x+4)}$.

e $\frac{(4x+5)(x^2+4)}{(2x-3)(2x+4)}$. f $\frac{(5x+3)(x^2-3x)}{2x \cdot (2x-1)}$.

g $\frac{(3x+2)(2x^2-5)}{(2x+2)(2x+4)}$.

3. La tecnología para tomar decisiones

Contextos

Páginas 66 y 67

Contexto 1

1. $d = \sqrt{h^2 + 2Rh}$.

2. $R = 6371 \text{ km} = 6\,371\,000 \text{ m}$;

$$d = \sqrt{1^2 + 2 \cdot 6\,371\,000 \cdot 1} = 3569,59 \text{ m.}$$

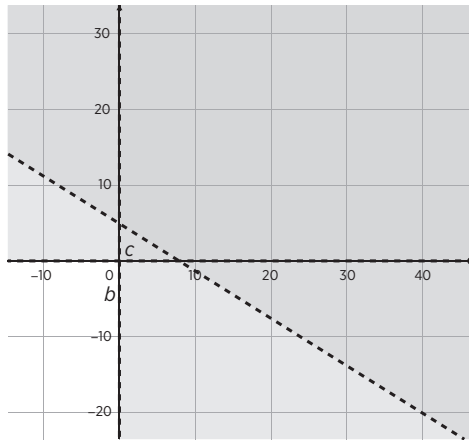
3. $R = 6371 \text{ km} = 6\,371\,000 \text{ m}$; $h = 18 + 60 = 78 \text{ m}$;

$$d = \sqrt{78^2 + 2 \cdot 6\,371\,000 \cdot 78} = 31525,90 \text{ m.}$$

4. $65^2 = h^2 + 2 \cdot 6371 \cdot h \rightarrow h^2 + 12742 \cdot h - 4225 = 0 \rightarrow h = 0,332 \text{ km.}$

Contexto 2

1. $x =$ número de ordenadores portátiles;
 $y =$ número de ordenadores de sobremesa.
2. $x \geq 0, y \geq 0, 500x + 800y \geq 4000.$
- 3.



4. Región factible.
5. $500x + 800y \geq 4000.$

Entrénate

Páginas 68, 69, 70 y 71

1. **a** $z_1 = 81; z_2 = 1 \rightarrow x_1 = 9; x_2 = -9; x_3 = 1; x_4 = -1.$
b $z_1 = 9; z_2 = 4 \rightarrow x_1 = 3; x_2 = -3; x_3 = 2; x_4 = -2.$
c $z_1 = 25; z_2 = 4 \rightarrow x_1 = 5; x_2 = -5; x_3 = 2; x_4 = -2.$
d $z_1 = 9; z_2 = -1 \rightarrow x_1 = 3; x_2 = -3.$
e $z_1 = 25; z_2 = 9 \rightarrow x_1 = 5; x_2 = -5; x_3 = 3; x_4 = -3.$
2. **a** $x_1 = 0; x_2 = 7; x_3 = -11.$ **b** $x_1 = 2; x_2 = 4; x_3 = 1.$
c $x_1 = -3; x_2 = -8; x_3 = 5.$ **d** $x_1 = 3; x_2 = -4; x_3 = -4.$
e $x_1 = 6; x_2 = 7.$ **f** $x_1 = 0; x_2 = -3; x_3 = -5.$
g $x_1 = 0; x_2 = 8; x_3 = 4.$
3. **a** $x_1 = 4; x_2 = 1.$ **b** $x_1 = 4; x_2 = -1.$

c $x_1 = 2; x_2 = \frac{1}{3}.$ **d** $x_1 = 7; x_2 = 4.$ **e** $x = 4.$

4. **a** $2x - 6 < 7 \rightarrow 2x < 13 \rightarrow x < \frac{13}{2}.$

b $5x - 2 \geq 12 \rightarrow 5x \geq 14 \rightarrow x \geq \frac{14}{5}.$

c $2 - x > \frac{5}{4} \rightarrow -x > -\frac{3}{4} \rightarrow x < \frac{3}{4}.$

d $5x + 6x \leq 7 + 7 \rightarrow 11x \leq 14 \rightarrow x \leq \frac{14}{11}.$

e $\begin{cases} 3x < 9 \rightarrow x < \frac{9}{3} = 3 \\ 3x > -9 \rightarrow x > \frac{-9}{3} = -3 \end{cases} \rightarrow -3 < x < 3.$

f $\begin{cases} 2x - 1 < 14 \rightarrow 2x < 15 \rightarrow x < \frac{15}{2} \\ 2x - 1 > -14 \rightarrow 2x > -13 \rightarrow x > \frac{-13}{2} \end{cases} \rightarrow$

$\rightarrow -\frac{13}{2} < x < \frac{15}{2}.$

g $\begin{cases} 5x - 12 < 19 \rightarrow 5x < 31 \rightarrow x < \frac{31}{5} \\ 5x - 12 > -19 \rightarrow 5x > -7 \rightarrow x > \frac{-7}{5} \end{cases} \rightarrow$

$\rightarrow -\frac{7}{5} < x < \frac{31}{5}.$

Mates en contexto

Páginas 72, 73, 74 y 75

Contexto 1

1. $C(1) = 1200 \cdot 1,02^1 = 1224 \text{ tm.}$
2. $C(10) = 1200 \cdot 1,02^{10} = 1462,79 \text{ tm.}$
3. $t = 1 \text{ siglo} = 100 \text{ años;}$
 $C(100) = 1200 \cdot 1,02^{100} = 8693,58 \text{ tm.}$
4. Total madera = $1200 + 300 = 1500 \text{ tm;}$
 $1500 = 1200 \cdot 1,02^t \rightarrow t = 11,27 \text{ años.}$
5. Total madera = $1200 + 1200 = 2400 \text{ tm;}$
 $2400 = 1200 \cdot 1,02^t \rightarrow 35 \text{ años.}$

Contexto 2

1. **a** m. c. m. $(6, 4) = 12; A = \sqrt[12]{k^2 \cdot k^3} = \sqrt[12]{k^5} \text{ m}^2.$

b m. c. m. $(6, 3) = 12; A = \sqrt[6]{k \cdot k^2} = \sqrt[6]{k^3} = \sqrt{k} \text{ m}^2.$

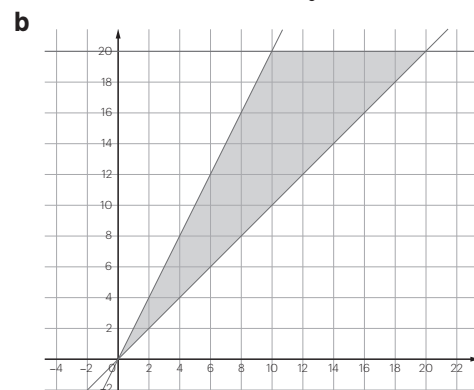
c m. c. m. $(4, 3) = 12; A = \sqrt[12]{k^3 \cdot k^4} = \sqrt[12]{k^7} \text{ m}^2.$

d m. c. m. $(6, 4, 3) = 12;$

$A = \sqrt[12]{k^2 \cdot k^3 \cdot k^4} = \sqrt[12]{k^9} = \sqrt[4]{k^3} \text{ m}^3.$

Contexto 3

1. **a** Especialistas de *software*: $0 \leq x \leq 30.$
Especialistas de *hardware*: $0 \leq y \leq 20.$
Beneficio: $B = 250x + 200y.$



Contexto 4

7. $R_{\text{total}} = 9 + 15 = 24 \Omega$.

a $\frac{1}{R_{\text{total}}} = \frac{1}{12} + \frac{1}{30} = \frac{7}{60} \rightarrow R_{\text{total}} = \frac{60}{7} \Omega$.

b $\frac{1}{R_{\text{total}}} = \frac{1}{2x} + \frac{1}{4x} = \frac{3}{4x} \rightarrow R_{\text{total}} = \frac{4x}{3} \Omega$.

c $\frac{1}{R_{\text{total}}} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{x+1}{x^2} \rightarrow R_{\text{total}} = \frac{x^2}{x+1} \Omega$.

Unidad 4. El deporte siempre es bueno... y matemático

1. Deportes individuales y colectivos

Contextos

Páginas 76 y 77

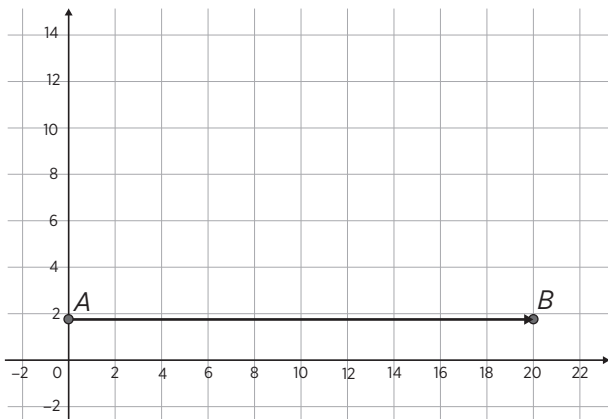
Contexto 1

- 1. 100 m: $P = 23,4347 \cdot (|11,12 - 18|)^{1,81} = 768,94$.
- Jabalina: $P = 10,14 \cdot (|63,46 - 7|)^{1,08} = 790,53$.
- Peso: $P = 51,39 \cdot (|15,33 - 1,5|)^{1,05} = 810,48$.
- Disco: $P = 12,91 \cdot (|45,83 - 4|)^{1,1} = 784,45$.

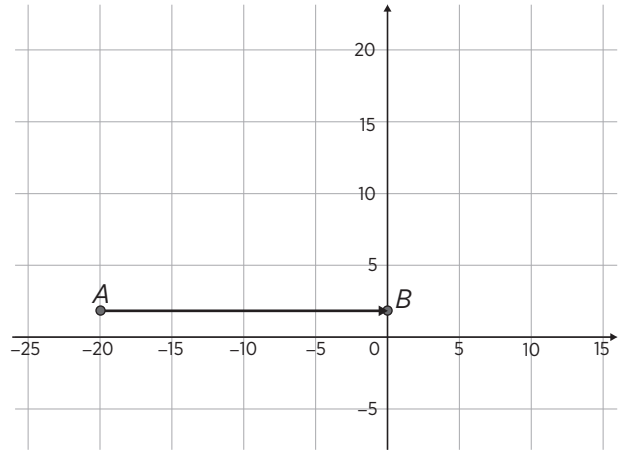
Contexto 2

- 1. Hockey y baloncesto: recta; balonmano y fútbol: curva.

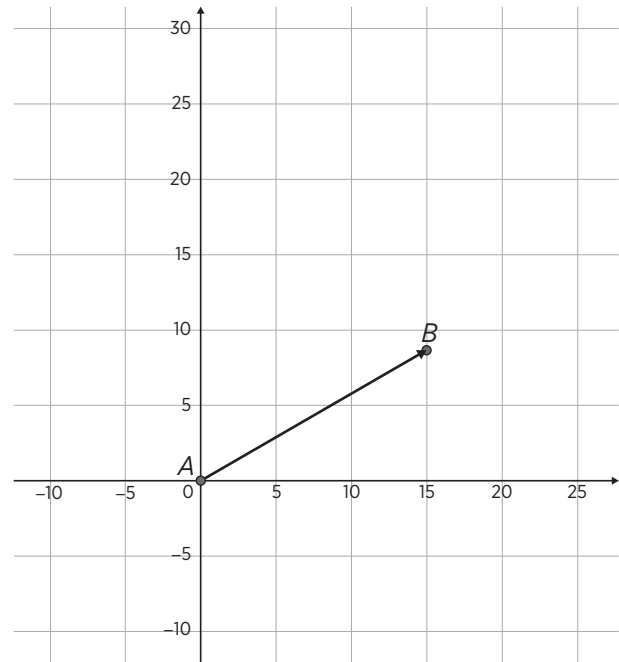
2. a



b



c



Entrénate

Páginas 78, 79, 80 y 81

1. Pendiente = $\frac{-4 - 5}{1 - (-2)} = -3$.

Ecuación: $y = -3x + n \rightarrow 5 = -3 \cdot (-2) + n \rightarrow n = -1$
 $y = -3x - 1$.

2. a $f(2) = 2 \cdot 2^3 - 5 \cdot 2 + 2 = 8$;
 $f(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 5 \cdot (-1) + 2 = 5$;
 $f(6) = 2 \cdot 6^3 - 5 \cdot 6 + 2 = 404$.

b $x = 4$. c $3x = 15 \rightarrow x = \frac{15}{3} = 5$.

d $x^2 - 10x + 16 = 0 \rightarrow x_1 = 8; x_2 = 2$.

- 3. a $(-\infty, \infty)$. b $(-\infty, \infty)$.
- c $(-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, \infty)$.

d $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, \infty)$. **e** $(-\infty, \infty)$.

f $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$. **g** $(-\infty, 3) \cup (3, 5) \cup (5, \infty)$.

h $[10, \infty)$. **i** $[-15, \infty)$.

4. **a** Polinómica. **b** Polinómica. **c** Racional. **d** Polinómica. **e** Racional. **f** Irrracional. **g** Irrracional.

5. **a** $m = \frac{-3-1}{2-1} = -4$. **b** $m = \frac{9-1}{5-3} = 4$.

c $m = \frac{2-2}{5-(-5)} = 0$. **d** $m = \frac{5-(-1)}{5-7} = -3$.

6. $-3 = m \cdot 2 + 4 \rightarrow m = -\frac{7}{2} \rightarrow$
 \rightarrow Ecuación: $y = -\frac{7}{2}x + 4$.

7. **a** Intervalo de crecimiento: $(0, \infty)$; intervalo de decrecimiento: $(-\infty, 0)$; máximos: no tiene; mínimos: $(0, -1)$. **b** Intervalo de crecimiento: $(-\infty, 0)$; intervalo de decrecimiento: $(0, \infty)$; máximos: no tiene; mínimos: no tiene. **c** Intervalo de crecimiento: $(-\infty, 0)$; intervalo de decrecimiento: $(0, \infty)$; máximos: $(0, 1)$; mínimos: no tiene. **d** Intervalo de crecimiento: $(-1,5, 0) \cup (1,5, \infty)$; intervalo de decrecimiento: $(-\infty, -1,5) \cup (0, 1,5)$; máximos: $(0, 1)$; mínimos: $(-1,5, -3)$ y $(1,5, -3)$.

2. Analizamos diferencias

Contextos

Páginas 82 y 83

Contexto 1

- Cuantitativas discretas.
- a** 14. **b** 16. **c** 5.

Contexto 2

1.

España					
Puntos	Marca de clase x_i	Frecuencia absoluta f_i	Frecuencia absoluta acumulada F_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
[0, 10)	5	0	0	0	0
[10, 20)	15	0	0	0	0
[20, 30)	25	0	0	0	0
[30, 40)	35	3	3	105	3675
[40, 50)	45	6	9	270	12 150
[50, 60)	55	7	16	385	21 175
[60, 70)	65	2	18	130	8450
[70, 80)	75	1	19	75	5625
[80, 90)	85	1	20	85	7225
[90, 100)	95	0	20	0	0

Italia					
Puntos	Marca de clase x_i	Frecuencia absoluta f_i	Frecuencia absoluta acumulada F_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
[0, 10)	5	0	0	0	0
[10, 20)	15	1	1	15	225
[20, 30)	25	1	2	25	625
[30, 40)	35	2	4	70	2450
[40, 50)	45	7	11	315	14 175
[50, 60)	55	2	13	110	6050
[60, 70)	65	5	18	325	21 125
[70, 80)	75	1	19	75	5625
[80, 90)	85	0	19	0	0
[90, 100)	95	1	20	95	9025

Inglaterra					
Puntos	Marca de clase x_i	Frecuencia absoluta f_i	Frecuencia absoluta acumulada F_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
[0, 10)	5	0	0	0	0
[10, 20)	15	1	1	15	225
[20, 30)	25	1	2	25	625
[30, 40)	35	3	5	105	3675
[40, 50)	45	4	9	180	8100
[50, 60)	55	5	14	275	15 125
[60, 70)	65	1	15	65	4225
[70, 80)	75	3	18	225	16 875
[80, 90)	85	0	18	0	0
[90, 100)	95	2	20	190	18 050

- Intervalo modal \rightarrow España: $[50, 60)$; Italia: $[40, 50)$; Inglaterra: $[50, 60)$.
 Intervalo mediano \rightarrow España: $[50, 60)$; Italia: $[40, 50)$; Inglaterra: $[50, 60)$.
- $\bar{x}_{Esp.} = 52,5$; $\bar{x}_{It.} = 51,5$; $\bar{x}_{Ing.} = 54$; $\sigma_{Esp.}^2 = 158,75$;
 $\sigma_{It.}^2 = 312,75$; $\sigma_{Ing.}^2 = 429$.

Entrénate

Páginas 84, 85, 86 y 87

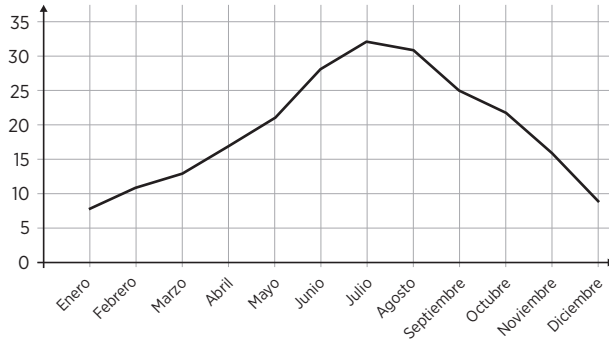
1. a $\bar{x} = \frac{0 \cdot 6 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 10 + 6 \cdot 0 + 7 \cdot 2 + 8 \cdot 2 + 9 \cdot 4}{6 + 5 + 10 + 8 + 7 + 10 + 0 + 2 + 2 + 4} = \frac{193}{54} = 3,57;$

$Mo = 2$ y 5 ; $Me = 3$.

b $\sigma^2 = \frac{6 \cdot 0^2 + 5 \cdot 1^2 + 10 \cdot 2^2 + 8 \cdot 3^2 + 7 \cdot 4^2 + 10 \cdot 5^2 + 0 \cdot 6^2 + 2 \cdot 7^2 + 2 \cdot 8^2 + 4 \cdot 9^2}{6 + 5 + 10 + 8 + 7 + 10 + 0 + 2 + 2 + 4} - 3,57^2 = 6,28.$

$\sigma = \sqrt{6,28} = 2,51.$

2.



3. a

Altura	[155, 160)	[160, 165)	[165, 170)	[175, 180)	[180, 190)
f_i	3	14	11	8	4
Marca	157,5	162,5	167,5	177,5	185
F_i	3	17	28	36	40

b intervalo modal: [160, 165); intervalo mediano: [165, 170).

4. a $\bar{x} = \frac{20 \cdot 2,5 + 14 \cdot 6 + 12 \cdot 8 + 4 \cdot 9,5}{20 + 14 + 12 + 4} = 5,36.$ b Intervalo modal: [0, 5); Intervalo mediano: [5, 7).

5. a

Duración	[25, 30)	[30, 35)	[35, 40)	[40, 45)	[45, 55)	[55, 70)
Marca	27,5	32,5	37,5	42,5	50	62,5
f_i	4	5	22	28	7	3

b $\bar{x} = \frac{4 \cdot 27,5 + 5 \cdot 32,5 + 22 \cdot 37,5 + 28 \cdot 42,5 + 7 \cdot 50 + 3 \cdot 62,5}{4 + 5 + 22 + 28 + 7 + 3} = 40,94$ horas.

c $\sigma^2 = \frac{4 \cdot 27,5^2 + 5 \cdot 32,5^2 + 22 \cdot 37,5^2 + 28 \cdot 42,5^2 + 7 \cdot 50^2 + 3 \cdot 62,5^2}{4 + 5 + 22 + 28 + 7 + 3} - 40,94^2 = 48,93 \rightarrow \sigma = \sqrt{48,93} = 6,995.$

d $CV = \frac{6,995}{40,94} = 0,171.$

6. a

Tiempo	[45, 50)	[50, 55)	[55, 60)	[60, 70)	[70, 80)	[80, 90)
N.º de alumnos	9	15	72	44	24	11
Marca	47,5	52,5	57,5	65	75	85

b $\bar{x} = \frac{9 \cdot 47,5 + 15 \cdot 52,5 + 72 \cdot 57,5 + 44 \cdot 65 + 24 \cdot 75 + 11 \cdot 85}{9 + 15 + 72 + 44 + 24 + 11} = 62,57;$

$\sigma^2 = \frac{9 \cdot 47,5^2 + 15 \cdot 52,5^2 + 72 \cdot 57,5^2 + 44 \cdot 65^2 + 24 \cdot 75^2 + 11 \cdot 85^2}{9 + 15 + 72 + 44 + 24 + 11} - 62,57^2 = 85,24 \rightarrow$

$\rightarrow \sigma = \sqrt{85,24} = 9,23.$

$CV = \frac{9,23}{62,57} = 0,148.$

3. Organizamos un torneo

Contextos

Páginas 88 y 89

Contexto 1

1. **a** A todos, es decir, 8. **b** 7. **c** $8 \cdot 7 = 56$. **d** 6.
e $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$.

Contexto 2

1. **a** $P_6 = 6! = 720$. **b** $10 \cdot C_{9,6} = 10 \cdot 84 = 840$.
 2. $C_{10,6} = 210$.
 3. **a** 2. **b** $C_{6,4} = 15$. **c** $C_{4,3} = 4$. **d** $C_{5,3} = 10$.

Entrénate

Páginas 90, 91, 92 y 93

1. **a** $V_{7,2} = \frac{7!}{(7-2)!} = 42$.
b $V_{10,5} = \frac{10!}{(10-5)!} = 30\,240$.
c $V_{9,7} = \frac{9!}{(9-7)!} = 181\,440$.
d $V_{7,6} = \frac{7!}{(7-6)!} = 5040$.
 2. **a** 6. **b** 120. **c** 479 001 600. **d** 1307 674 368 000.
 3. **a** $C_{5,2} = \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} = 10$.
b $C_{6,3} = \frac{6!}{3! \cdot (6-3)!} = 20$.
c $C_{10,4} = \frac{10!}{4! \cdot (10-4)!} = 210$.
d $C_{12,5} = \frac{12!}{5! \cdot (12-5)!} = 792$.
 4. **a** $\frac{5! \cdot 7!}{8 \cdot 7!} = \frac{5!}{8} = 15$. **b** $\frac{6! \cdot 9!}{10 \cdot 9!} = \frac{6!}{10} = 72$.
 5. $V_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$.
 6. $V_{25,2} = \frac{25!}{(25-2)!} = 600$.
 7. $V_{10,3} = \frac{10!}{(10-3)!} = 720$.

8. $V_{4,3} = \frac{4!}{(4-3)!} = 24$ que terminen en 2;

$V_{4,3} = \frac{4!}{(4-3)!} = 24$ que terminen en 4;

Total = $2 \cdot 24 = 48$.

9. $C_{12,2} = \frac{12!}{2! \cdot (12-2)!} = 66$.

10. Equipos de chicos $\rightarrow C_{14,11} = \frac{14!}{11! \cdot (14-11)!} = 364$;

Equipos de chicas $\rightarrow C_{16,11} = \frac{16!}{11! \cdot (16-11)!} = 4368$;

Equipos mixtos $\rightarrow C_{30,11} = \frac{30!}{11! \cdot (30-11)!} = 54\,627\,300$.

11. $C_{8,5} = \frac{8!}{5! \cdot (8-5)!} = 56$.

12. $PC_8 = \frac{8!}{8} = 5040$.

13. $P_4 = 4! = 24$.

14. $P_4 = 4! = 24$; $P_3 = 3! = 6$.

15. $V_{4,3} = \frac{4!}{(4-3)!} = 24$ que empiezan por 7;

$V_{4,3} = \frac{4!}{(4-3)!} = 24$ que empiezan por 9;

Total, mayores de 7000 = $2 \cdot 24 = 48$.

Mates en contexto

Páginas 94, 95, 96 y 97

Contexto 1

1. **a** $C_{4,2} = \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = 6$.

b $C_{4,2} = \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = 6$.

2. $P_4 = 4! = 24$.

3. **a** $C_{12,3} = \frac{12!}{3! \cdot (12-3)!} = 220$.

4. **b** $C_{12,5} = \frac{12!}{5! \cdot (12-5)!} = 792$.

Contexto 2

1. 780.
2. $Mo = [0, 10)$.
- 3.

Edad de fallecimiento (en años)	Número de personas	Marca	F_i
[0, 10)	780	5	780
[10, 20)	210	15	990
[20, 30)	180	25	1170
[30, 40)	300	35	1470
[40, 50)	480	45	1950
[50, 60)	600	55	2550
[60, 70)	270	65	2820
[70, 80)	150	75	2970
[80, 90)	30	85	3000

4. $\bar{x} = \frac{780 \cdot 5 + 210 \cdot 15 + 180 \cdot 25 + 300 \cdot 35 + 480 \cdot 45 + 600 \cdot 55 + 270 \cdot 65 + 150 \cdot 75 + 30 \cdot 85}{3000} = \frac{108000}{3000} = 36.$

Contexto 3

1. Parámetros de centralización →

→ media aritmética: $\begin{cases} \bar{x}_{\text{elefantes}} = 2000 \text{ kg} \\ \bar{x}_{\text{ratones}} = 0,05 \text{ kg} \end{cases}$

Parámetros de dispersión →

→ desviación típica: $\begin{cases} \sigma_{\text{elefantes}} = 100 \text{ kg} \\ \sigma_{\text{ratones}} = 0,02 \text{ kg} \end{cases}$

2. El peso de los elefantes.
3. Varianza 1 = $\sigma_{\text{elefantes}}^2 = 100^2 = 10\,000$;
varianza 2 = $\sigma_{\text{ratones}}^2 = 0,02^2 = 0,0004$.
4. $10\,000 > 0,0004 \rightarrow$ Varianza peso elefantes > Varianza peso ratones.
5. $CV_1 = \frac{100}{2000} = 0,05$; $CV_2 = \frac{0,02}{0,05} = 0,4$.
 $0,4 > 0,05 \rightarrow$ CV peso ratones > CV peso elefantes.

Contexto 4

1. Es una línea recta.
2. Las funciones lineales.
3. Tramo AB: pendiente = $\frac{56 - 0}{28 - 0} = 2$;
Tramo BC: pendiente = $\frac{64 - 56}{60 - 28} = 0,25$.
4. La velocidad.

Unidad 5. Física muy matemática

1. En movimiento

Contextos

Páginas 98 y 99

Contexto 1

1. $v = \frac{e - e_0}{t}$.

2. $t = \frac{e - e_0}{v}$.

3. $v = 20$ m/s.

4. $e = 20 \cdot 25 = 500$ m.

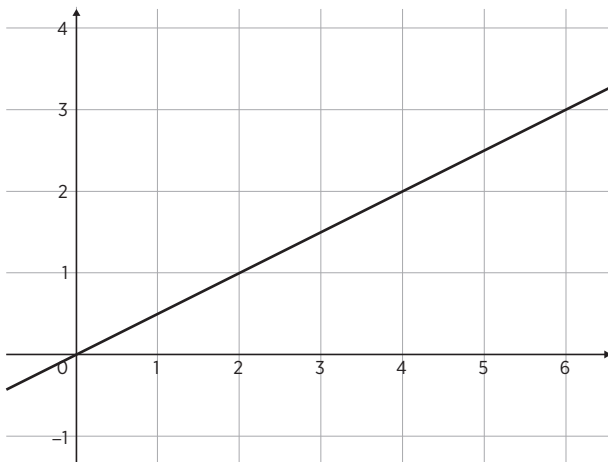
5. $t = \frac{200}{20} = 10$ s.

Contexto 2

1.

Tiempo (s)	1	2	3	4	5	6	7
Velocidad (m/s)	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5

2.



3.

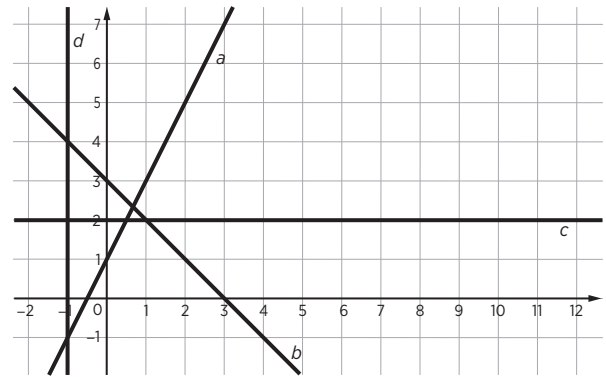
Tiempo (s)	1	2	3	4	5	6	7
Espacio (m)	0,25	1	2,25	4	6,25	9	12,25

Entrénate

Páginas 100, 101, 102 y 103

1. Respuesta abierta. Por ejemplo: **a** $A(0, 4); B(1, 5)$.
b $A(0, 2); B(2, 0)$. **c** $A(0, -2); B(1, 1)$. **d** $A(4, 1); B(-2, 1)$. **e** $A(2, 0); B(2, 3)$. **f** $A(0, -3); B(0, 3)$.

2.



3. **a** $y = mx$.

b $y = mx - 3$.

c $y = -mx + 2$.

d $y = -mx$.

e $y = 2x$.

f $y = 4$.

g $x = 2$.

4. $y = x + 7$.

5. A, B, C y D sí pertenecen; E, no.

6. a, b y f son cóncavas; c, d y e son convexas.

7. $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -4 \end{cases} \rightarrow$

\rightarrow La función es negativa en $-4 < x < 3$.

8. $x_v = \frac{-8}{2 \cdot 1} = -4 \rightarrow y_v = (-4)^2 + 8 \cdot (-4) + k = 0 \rightarrow k = 16$.

9. **a** $d = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 49 > 0 \rightarrow$ En dos.

b $d = 5^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-3) = -11 < 0 \rightarrow$ En ninguno.

c $d = (-6)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 20 > 0 \rightarrow$ En dos.

d $d = 10^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-25) = 0 \rightarrow$ En uno.

e $d = 0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -4 < 0 \rightarrow$ En ninguno.

f $d = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 1 = 4 > 0 \rightarrow$ En dos.

10.

$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-b}{2 \cdot 1} = 2 \rightarrow b = -4; y_v = 2^2 + (-4) \cdot 2 + c = 1 \rightarrow c = 5$

11. $y = k \cdot [x - (-2)] \cdot (x - 4) \rightarrow y = k \cdot (x^2 - 2x - 8)$. Hay infinitas.

2. Péndulo y gravedad

Contextos

Páginas 104 y 105

Contexto 1

$$1. f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{l}} \text{ s}^{-1}.$$

$$2. \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \text{ rad/s}.$$

$$3. T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{1}{9,8}} = 2 \text{ s}; f = \frac{1}{T} = 0,5 \text{ s}^{-1}.$$

Contexto 2

$$1. g_0 = \frac{6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6\,371\,000^2} = 9,82 \text{ m/s}^2.$$

$$2. \text{ a } g_0 = \frac{6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6\,357\,000^2} = 9,86 \text{ m/s}^2.$$

$$\text{ b } g_0 = \frac{6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6\,378\,000^2} = 9,80 \text{ m/s}^2.$$

$$3. g_{\text{Everest}} = 9,82 \cdot \left(\frac{6\,371\,000}{6\,371\,000 + 8400} \right)^2 = 9,79 \text{ m/s}^2.$$

$$4. g_{\text{Estación}} = 9,82 \cdot \left(\frac{6\,371\,000}{6\,371\,000 + 400\,000} \right)^2 = 8,69 \text{ m/s}^2.$$

Entrénate

Páginas 106, 107, 108 y 109

1. Sí.

2. Sí.

$$3. \text{ a } \sqrt{30} < \sqrt{50}. \text{ b } \sqrt{30} > \sqrt[3]{10}. \text{ c } \sqrt[4]{20} < \sqrt[4]{60}.$$

$$\text{ d } \sqrt[4]{100} = \sqrt[6]{1000}. \text{ e } \sqrt[6]{250} < \sqrt[4]{125}.$$

$$4. \text{ a } \sqrt[6]{480} > \sqrt[3]{10} > \sqrt[4]{20} > \sqrt[6]{80}.$$

$$\text{ b } \sqrt[3]{3} > \sqrt[4]{4} > \sqrt[5]{5} > \sqrt[6]{6}.$$

$$5. \text{ a } \sqrt{2^2 \cdot 2} = \sqrt{8}. \text{ b } \sqrt{5^2 \cdot 10} = \sqrt{250}.$$

$$\text{ c } \sqrt[4]{3^4 \cdot 6} = \sqrt[4]{486}.$$

$$6. \text{ a } \sqrt{2^5} = 4 \cdot \sqrt{2}. \text{ b } \sqrt{2^3 \cdot 3^2} = 6\sqrt{2}.$$

$$\text{ c } \sqrt{2^2 \cdot 5^3} = 10\sqrt{5}. \text{ d } a^4 \cdot b^3 \cdot c^2 \cdot \sqrt{a \cdot b \cdot c}.$$

$$\text{ e } a \cdot b^5 \cdot c^4 \cdot \sqrt[3]{a^2 \cdot b^2 \cdot c^2}.$$

$$\text{ f } a \cdot b^3 \cdot c = \sqrt[4]{a \cdot b^3 \cdot c^2}.$$

$$\text{ g } a \cdot b^2 \cdot c^4 \cdot \sqrt[6]{a^3 \cdot b^5 \cdot c^2}.$$

$$\text{ h } a \cdot b^3 \cdot c \cdot \sqrt[4]{a \cdot b^3 \cdot c^2}.$$

$$7. \text{ a } \sqrt{384} = \sqrt{2^7 \cdot 3} = 2^3 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = 8\sqrt{6}.$$

$$\text{ b } \sqrt{216} = \sqrt{2^3 \cdot 3^3} = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = 6\sqrt{6}.$$

$$\text{ c } \sqrt[4]{a^6 \cdot b^5} = a \cdot b \cdot \sqrt[4]{a^2 \cdot b}.$$

$$\text{ d } \sqrt[7]{a^{11} \cdot b^9} = a \cdot b \cdot \sqrt[7]{a^4 \cdot b^2}.$$

$$\text{ e } \sqrt[9]{a^{12} \cdot b^{14}} = a \cdot b \cdot \sqrt[9]{a^3 \cdot b^5}.$$

$$8. \text{ a } \frac{\sqrt{2^6 \cdot 3}}{\sqrt{2^5}} = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = 2\sqrt{6}.$$

$$\text{ b } \frac{\sqrt{2^4 \cdot 5^3}}{\sqrt{2^3}} = 5 \cdot \sqrt{2 \cdot 5} = 5\sqrt{10}.$$

$$\text{ c } \frac{\sqrt[4]{3^4 \cdot 5^2}}{\sqrt[4]{3 \cdot 5}} = \sqrt[4]{3^3 \cdot 5} = \sqrt[4]{135}. \text{ d } \sqrt[7]{a^4 \cdot b^2}.$$

$$\text{ e } \sqrt[10]{a^6 \cdot b^3}.$$

$$9. \text{ a } \sqrt{6^5} = \sqrt{2^5 \cdot 3^5} = 2^2 \cdot 3^2 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = 36\sqrt{6}.$$

$$\text{ b } \sqrt{10^7} = \sqrt{2^7 \cdot 5^7} = 2^3 \cdot 5^3 \cdot \sqrt{2 \cdot 5} = 1000\sqrt{10}.$$

$$\text{ c } \sqrt[5]{3^{12} \cdot 7^{12}} = 3^2 \cdot 7^2 \cdot \sqrt[5]{3^2 \cdot 7^2} = 441 \cdot \sqrt[5]{441}.$$

$$\text{ d } \sqrt[4]{3^9 \cdot 5^9} = 3^2 \cdot 5^2 \cdot \sqrt[4]{3 \cdot 5} = 225 \cdot \sqrt[4]{15}.$$

$$\text{ e } \sqrt[4]{1000}. \text{ f } \sqrt[15]{45}.$$

$$10. \text{ a } \sqrt{2} + 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} - 4 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} = -\sqrt{2}.$$

$$\text{ b } 3 \cdot \sqrt{3^3} + 5 \cdot \sqrt{2^2 \cdot 3} - 4 \cdot \sqrt{2^4 \cdot 3} = 3 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} + 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} - 4 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}.$$

$$\text{ c } 7 \cdot \sqrt{2^2 \cdot 5} + 5 \cdot \sqrt{3^2 \cdot 5} - 2 \cdot \sqrt{2^4 \cdot 5} = 7 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} + 5 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} - 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{5} = 21\sqrt{5}.$$

$$\text{ d } 12 \cdot \sqrt{2^5} + 3 \cdot \sqrt{2 \cdot 5^2} - 3 \cdot \sqrt{2 \cdot 7^2} = 12 \cdot 4 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} - 3 \cdot 7 \cdot \sqrt{2} = 42\sqrt{2}.$$

$$11. \text{ a } \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{ b } \frac{5}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{5(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{3})} = \frac{5(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{5 - 3} = \frac{5(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{2}.$$

$$\begin{aligned} \text{c } \frac{-1}{3 - \sqrt{7}} \cdot \frac{3 + \sqrt{7}}{3 + \sqrt{7}} &= \frac{-1(3 + \sqrt{7})}{(3 - \sqrt{7}) \cdot (3 + \sqrt{7})} = \\ &= \frac{-3 - \sqrt{7}}{3^2 - 7} = \frac{-3 - \sqrt{7}}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d } \frac{5}{2\sqrt{5} - \sqrt{8}} \cdot \frac{2\sqrt{5} + \sqrt{8}}{2\sqrt{5} + \sqrt{8}} &= \\ &= \frac{5(2\sqrt{5} + \sqrt{8})}{(2\sqrt{5} - \sqrt{8}) \cdot (2\sqrt{5} + \sqrt{8})} = \\ &= \frac{5(2\sqrt{5} + \sqrt{8})}{2^2 \cdot 5 - 8} = \frac{5(2\sqrt{5} + \sqrt{8})}{12}. \end{aligned}$$

$$\text{e } \frac{2}{\sqrt[4]{3}} \cdot \frac{\sqrt[4]{3^3}}{\sqrt[4]{3^3}} = \frac{2 \cdot \sqrt[4]{3^3}}{\sqrt[4]{3^4}} = \frac{2 \cdot \sqrt[4]{3^3}}{3}.$$

$$\text{f } \frac{4}{\sqrt[3]{5^3}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5^4}}{\sqrt[3]{5^4}} = \frac{4 \cdot \sqrt[3]{5^4}}{\sqrt[3]{5^7}} = \frac{4 \cdot \sqrt[3]{5^4}}{5}.$$

3. Mundo inclinado

Contextos

Páginas 110 y 111

Contexto 1

1. **a** ABC, ATS, GMP, GQM. **b** 65°. **c** 13,06 cm.
d 30,89 cm.

Contexto 2

1. **a** 27,93 m. **b** $\cos(4^\circ) = \frac{x}{27,93} \rightarrow x = 27,86$ m.

$$\text{c } \tan(\alpha) = \frac{15,484}{27,93} \rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{15,484}{27,93}\right) = 29^\circ.$$

Entrénate

Páginas 112 y 113

1. Hipotenusa = $\sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17$ cm.

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{8}{17} = 0,47; \quad \text{cos}(\alpha) = \frac{15}{17} = 0,88;$$

$$\text{tan}(\alpha) = \frac{8}{15} = 0,53.$$

$$\text{sen}(\beta) = \frac{15}{17} = 0,88; \quad \text{cos}(\beta) = \frac{8}{17} = 0,47;$$

$$\text{tan}(\beta) = \frac{15}{8} = 1,875.$$

2. $0,8^2 + \text{cos}^2(\alpha) = 1 \rightarrow \text{cos}^2(\alpha) = 1 - 0,63 = 0,36 \rightarrow$
 $\rightarrow \text{cos}(\alpha) = 0,6; \quad \text{tan}(\alpha) = \frac{0,8}{0,6} = 1,3.$

3. $\text{sen}^2(\alpha) + 0,4^2 = 1 \rightarrow \text{sen}^2(\alpha) = 1 - 0,16 = 0,84 \rightarrow$
 $\rightarrow \text{sen}(\alpha) = 0,92; \quad \text{tan}(\alpha) = \frac{0,92}{0,4} = 2,29.$

4. **a** $\alpha = 53,61^\circ$. **b** $\alpha = \text{cos}^{-1}(0,4225) = 65^\circ$.

c $\alpha = \text{tan}^{-1}(2,9235) = 71,12^\circ$.

d $\beta = \text{sen}^{-1}(-0,3333) = 340,53^\circ$.

5. La calculadora da error. Sí, ya que el coseno, en valor absoluto, de cualquier ángulo es menor que 1.

6. $\text{sen}^2(\alpha) + 0,3^2 = 1 \rightarrow \text{sen}^2(\alpha) = 1 - 0,09 = 0,91$
 $\rightarrow \text{sen}(\alpha) = -0,95.$

7. **a** $C = 55^\circ$; $b = 6,88$ cm; $c = 9,83$ cm.

b $B = 38^\circ$; $a = 8,88$ cm; $b = 5,47$ cm.

8. $c = \sqrt{97^2 - 72^2} = \sqrt{4225} = 65$ cm;

$$B = \text{sen}^{-1}\left(\frac{72}{97}\right) = 47,92^\circ; \quad C = 42,08^\circ.$$

9. $\text{cos}(B) = \frac{10}{26} \rightarrow B = \text{cos}^{-1}\left(\frac{10}{26}\right) = 67,38^\circ$;

$$A = 67,38^\circ; \quad 67,38 + 67,38 + C = 180^\circ \rightarrow C = 45,24^\circ.$$

4. Mucha fuerza

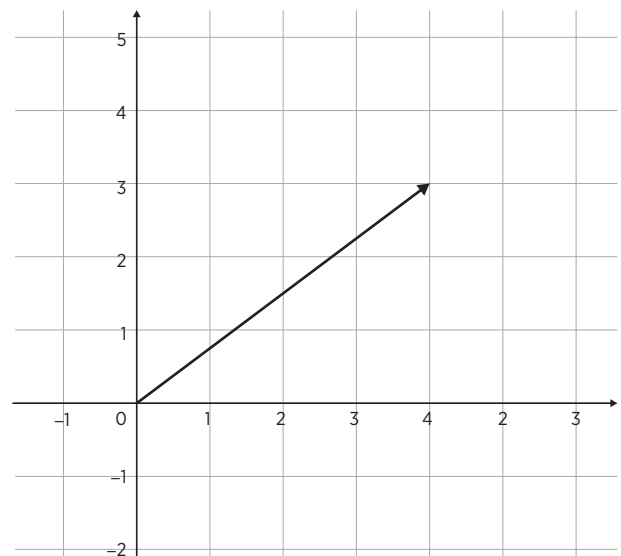
Contextos

Páginas 114 y 115

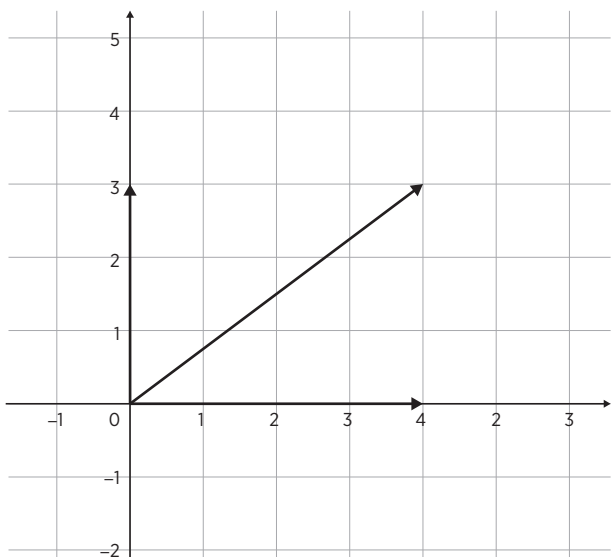
Contexto 1

1.

a

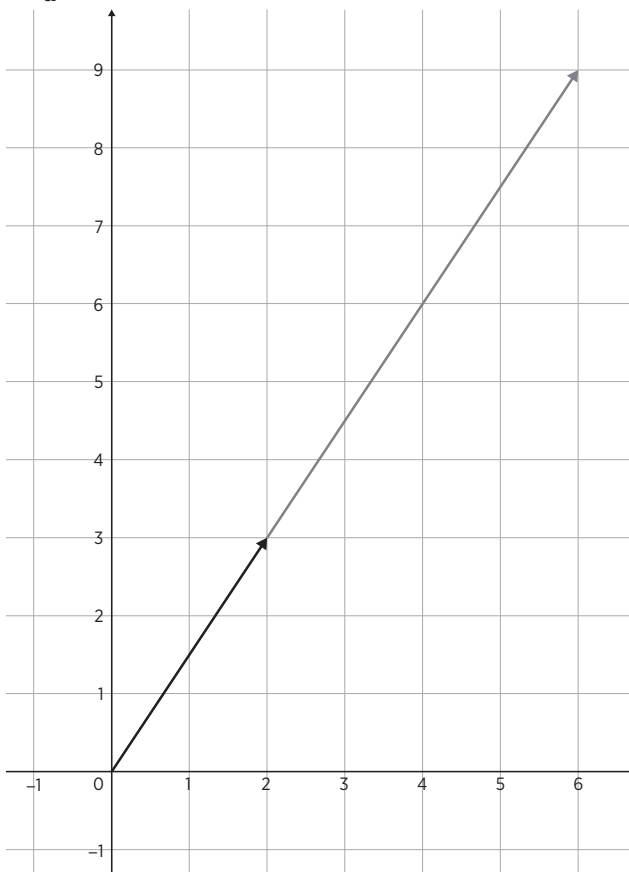


b



c (4, 3). **d** $\sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$.

d

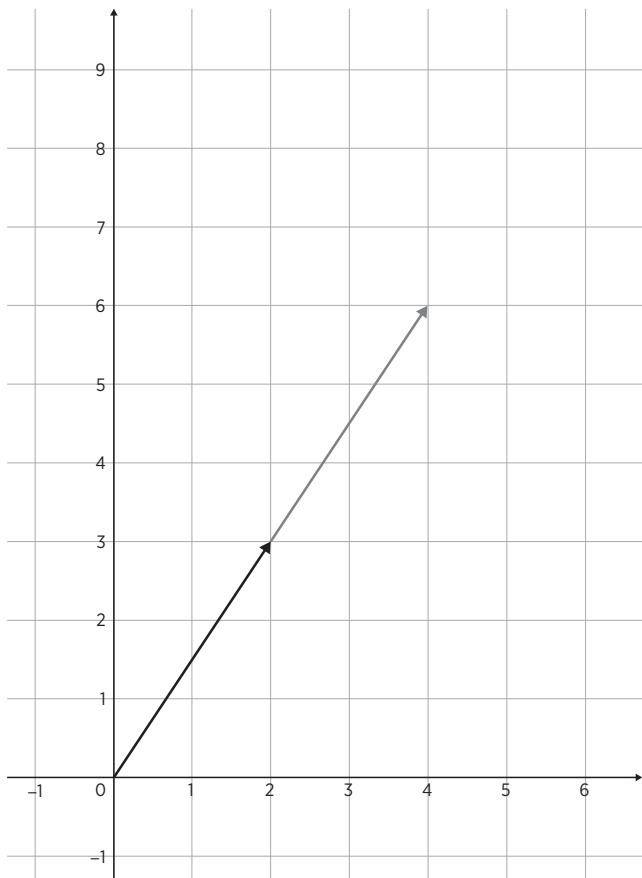


e (6, 9).

Contexto 2

1.

a



b Sí; **c** Sí.

Entrénate

Páginas 116, 117, 118 y 119

1. $\vec{a}(1, 3)$; $\vec{b}(6, -1)$; $\vec{c}(-5, 0)$; $\vec{d}(-3, -2)$;

$\vec{e}(-2, 2)$; $\vec{f}(-1, 2)$; $\vec{g}(0, 2)$.

2. **a** (-2, -1). **b** (1, 4).

3. **a** (-2, 3). **b** (6, -3). **c** (-1, -1).

4. **a** $|u| = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = \sqrt{169} = 13$.

b $|u| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$.

c $|u| = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = \sqrt{100} = 10$.

d $|u| = \sqrt{15^2 + (-6)^2} = \sqrt{261} = 16,16$.

e $|u| = \sqrt{(-12)^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$.

f $|u| = \sqrt{(-20)^2 + 15^2} = \sqrt{625} = 25$.

g $|u| = \sqrt{20^2 + (-15)^2} = \sqrt{625} = 25$.

h $|u| = \sqrt{(-20)^2 + (-15)^2} = \sqrt{625} = 25$.

5. **a** $\vec{v} = (19, 17)$. **b** $\vec{v} = (19, 43)$. **c** $\vec{v} = (-5, 1)$.

6. **a** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 12$.

b $\vec{u} \cdot \vec{v} = (-1) \cdot 5 + 2 \cdot (-2) = -9$.

c $\vec{u} \cdot \vec{v} = (-2) \cdot (-2) + 2 \cdot (-3) = -2$.

d $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5 \cdot 0 + 0 \cdot (-3) = 0$.

e $\vec{u} \cdot \vec{v} = (-3) \cdot 4 + (-2) \cdot (-3) = -6$.

7. **a** $\vec{u} \cdot \vec{v} - \vec{u} \cdot \vec{w} = ((-3) \cdot 4 + (-2) \cdot (-3)) -$
 $-((-3) \cdot 1 + (-2) \cdot (-3)) = -9$.

b $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w} = ((-3) \cdot 4 + (-2) \cdot (-3)) +$
 $+((-3) \cdot 1 + (-2) \cdot (-3)) = -3$.

c $\vec{u} \cdot \vec{w} - \vec{v} \cdot \vec{v} = ((-3) \cdot 1 + (-2) \cdot (-3)) -$
 $-(4 \cdot 4 + (-3) \cdot (-3)) = -22$.

d $\vec{u} \cdot \vec{u} - \vec{v} \cdot \vec{w} = ((-3) \cdot (-3) + (-2) \cdot (-2)) -$
 $-(4 \cdot 1 + (-3) \cdot (-3)) = 0$.

e $\vec{v} \cdot \vec{v} - \vec{u} \cdot \vec{w} = (4 \cdot 4 + (-3) \cdot (-3)) -$
 $-((-3) \cdot 1 + (-2) \cdot (-3)) = 22$.

f $\vec{v} \cdot \vec{u} - \vec{w} \cdot \vec{w} = (4 \cdot (-3) + (-3) \cdot (-2)) -$
 $-(1 \cdot 1 + (-3) \cdot (-3)) = -16$.

8. **a**
 $\cos(\alpha) = \frac{(-3) \cdot 4 + (-2) \cdot (-3)}{\sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{4^2 + (-3)^2}} = -0,333 \rightarrow$
 $\rightarrow \alpha = \cos^{-1}(-0,333) = 109,44^\circ$.

b
 $\cos(\alpha) = \frac{4 \cdot 1 + 2 \cdot (-3)}{\sqrt{4^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-3)^2}} = -0,141 \rightarrow$
 $\rightarrow \alpha = \cos^{-1}(-0,141) = 98,13^\circ$.

c
 $\cos(\alpha) = \frac{(-3) \cdot 4 + 4 \cdot (-3)}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2} \cdot \sqrt{4^2 + (-3)^2}} = -0,96 \rightarrow$
 $\rightarrow \alpha = \cos^{-1}(-0,96) = 163,74^\circ$.

d
 $\cos(\alpha) = \frac{(-6) \cdot 4 + (-8) \cdot (-3)}{\sqrt{(-6)^2 + (-8)^2} \cdot \sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow \alpha = \cos^{-1}(0) = 90^\circ$.

e
 $\cos(\alpha) = \frac{(-3) \cdot 0 + 0 \cdot (-3)}{\sqrt{(-3)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{0^2 + (-3)^2}} = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow \alpha = \cos^{-1}(0) = 90^\circ$.

9. Respuesta abierta. Por ejemplo: **a** (4, 3). **b** (-4, -3).
c (8, 6). **d** (-12, -9).

Mates en contexto

Páginas 120, 121, 122 y 123

Contexto 1

- Primer avión: $(x, y) = (-4, 7) + \lambda \cdot (1, -3)$.
 Segundo avión: $(x, y) = (4, 5) + \lambda \cdot (-3, -2)$.
 Tercer avión: $(x, y) = (10, -2) + \lambda \cdot (8 - 10, 4 - (-2)) \rightarrow$
 $\rightarrow (x, y) = (10, -2) + \lambda \cdot (-2, 6)$.
- Sí, en $P(-2, 1)$.

3. $\cos(\alpha) = \frac{(-3) \cdot (-2) + (-2) \cdot 6}{\sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + 6^2}} = -0,263 \rightarrow$
 $\rightarrow \alpha = \cos^{-1}(-0,263) = 105,26^\circ$.

Contexto 2

1. **a** 45° . **b** $a = \sqrt{x^2 + x^2} = x\sqrt{2}$. **c** $\frac{x}{x\sqrt{2}}$.

d $\frac{x}{x\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **e** Sí, $\sin(45) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

f $\cos(45) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **g** $\tan(45) = \frac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{2}/2} = 1$.

Contexto 3

- La tangente.
- $\tan(\alpha) = \frac{10}{100} = 0,1 \rightarrow \alpha = \tan^{-1}(0,1) = 5,71^\circ$.
- $\tan(\alpha) = \frac{12}{100} = 0,12 \rightarrow \alpha = \tan^{-1}(0,12) = 6,84^\circ$.
 $\sin(6,84) = \frac{h}{500} \rightarrow h = 500 \cdot \sin(6,84) = 59,57 \text{ m}$.
- $\cos(6,84) = \frac{x}{500} \rightarrow x = 500 \cdot \cos(6,84) =$
 $= 496,44 \text{ m}$.

5. **a** $\tan(\alpha) = \frac{14}{100} = 0,14 \rightarrow \alpha = \tan^{-1}(0,14) = 7,97^\circ$.

b $\sin(7,97) = \frac{h}{3400} \rightarrow h = 3400 \cdot \sin(7,97) = 471,40 \text{ m}$.

Contexto 4

1. $v_{0x} = \cos \theta \cdot v_0$; $v_{0y} = \sin \theta \cdot v_0$.

2. $x = x_0 + v_{0x} \cdot t$.

3. **a** $y = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2$.

b $y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2$.

4. $0 = v_{0y} - 9,8 \cdot t \rightarrow t = \frac{v_{0y}}{9,8}$.

Mozart:

$$\begin{cases} \text{Centro} = \frac{1756 + 1791}{2} = 1773,5 \\ \text{Radio} = \frac{1791 - 1756}{2} = 17,5 \end{cases} \rightarrow E_{17,5}(1773,5)$$

Beethoven:

$$\begin{cases} \text{Centro} = \frac{1770 + 1827}{2} = 1798,5 \\ \text{Radio} = \frac{1827 - 1770}{2} = 28,5 \end{cases} \rightarrow E_{28,5}(1798,5)$$

Brahms:

$$\begin{cases} \text{Centro} = \frac{1833 + 1897}{2} = 1865 \\ \text{Radio} = \frac{1897 - 1833}{2} = 32 \end{cases} \rightarrow E_{32}(1865)$$

Unidad 6. Números musicales

1. La música a lo largo de la historia

Contextos

Páginas 124 y 125

Contexto 1

1. **a** -50 000. **b** 2021. **c** 52 021. **d** Clasicismo; Barroco; Edad Antigua; Edad Antigua; Edad Antigua; pre-historia.

Contexto 2

1. Vivaldi: (1678, 1741); Haydn: (1732, 1809); Mozart: (1756, 1791); Beethoven: (1770, 1827); Brahms: (1833, 1897).

2.

Vivaldi:

$$\begin{cases} \text{Centro} = \frac{1678 + 1741}{2} = 1709,5 \\ \text{Radio} = \frac{1741 - 1678}{2} = 31,5 \end{cases} \rightarrow E_{31,5}(1709,5)$$

Haydn:

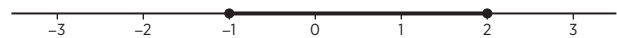
$$\begin{cases} \text{Centro} = \frac{1732 + 1809}{2} = 1770,5 \\ \text{Radio} = \frac{1809 - 1732}{2} = 38,5 \end{cases} \rightarrow E_{38,5}(1770,5)$$

Entrénate

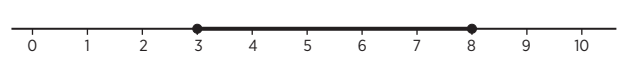
Páginas 126, 127, 128 y 129

1. **a** Real, racional, entero, negativo. **b** Real, racional, entero, natural. **c** Real, racional, fraccionario. **d** Real, racional, fraccionario. **e** Real, irracional. **f** Real, racional, entero, natural. **g** Real, irracional.
2. **a** Racional. **b** Racional. **c** Irrracional. **d** Irrracional. **e** Racional.
3. **a** Racional. **b** Racional. **c** Irrracional. **d** Racional. **e** Irrracional.
4. Sí.
- 5.

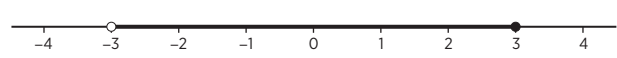
a



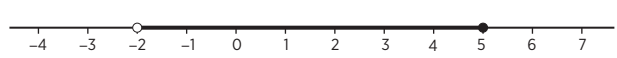
b



c



d



6. **a** $1 \leq x \leq 7$. **b** $-2 < x \leq 3$. **c** $-3 < x < 0$. **d** $2 < x < \infty$. **e** $-\infty < x \leq -7$. **f** $-4 \leq x < \infty$.
7. **a** $[-1, 2)$. **b** $[-4, 2]$. **c** $(-\infty, 2)$. **d** $(2, 10)$. **e** $[-1, +\infty)$.
8. **a** $(-2, 8)$. **b** $(3, 5)$. **c** $(3, 7)$. **d** $(-5, 3)$. **e** $(-6, 6)$.

9. a $\left\{ \begin{array}{l} \text{Centro} = \frac{2+6}{2} = 4 \\ \text{Radio} = \frac{6-2}{2} = 2 \end{array} \right. \rightarrow E_2(4).$

b $\left\{ \begin{array}{l} \text{Centro} = \frac{-1+8}{2} = 3,5 \\ \text{Radio} = \frac{8-(-1)}{2} = 4,5 \end{array} \right. \rightarrow E_{4,5}(3,5).$

c $\left\{ \begin{array}{l} \text{Centro} = \frac{-3+3}{2} = 0 \\ \text{Radio} = \frac{3-(-3)}{2} = 3 \end{array} \right. \rightarrow E_3(0).$

d $\left\{ \begin{array}{l} \text{Centro} = \frac{-4+8}{2} = 2 \\ \text{Radio} = \frac{8-(-4)}{2} = 6 \end{array} \right. \rightarrow E_6(2).$

e $\left\{ \begin{array}{l} \text{Centro} = \frac{-14+(-5)}{2} = -9,5 \\ \text{Radio} = \frac{-5-(-14)}{2} = 4,5 \end{array} \right. \rightarrow E_{4,5}(-9,5).$

f $\left\{ \begin{array}{l} \text{Centro} = \frac{0+10}{2} = 5 \\ \text{Radio} = \frac{10-0}{2} = 5 \end{array} \right. \rightarrow E_5(5).$

10. Por ejemplo, $[-10, 20]$.

11. a $[2, 6] \cap (3, 8) = (3, 6]$; $[2, 6] \cup (3, 8) = [2, 8)$.

b $[-6, 0) \cap (-3, 5] = (-3, 0)$; $[-6, 0) \cup (-3, 5] = [-6, 5]$.

c $(3, 7) \cap [4, 9] = [4, 7)$; $(3, 7) \cup [4, 9] = (3, 9]$.

12. a $(-2, 2)$. b $[-3, 3]$. c $(-4, 10)$. d $[-3, 7]$.

2. Sentidos logarítmicos

Contextos

Páginas 130 y 131

Contexto 1

1. a 66 Hz, 132 Hz, 264 Hz, 528 Hz, 1056 Hz, 2112 Hz, 4224 Hz. b 33 Hz, 66 Hz, 132 Hz, 264 Hz, 528 Hz, 1056 Hz, 2112 Hz. No.

c

Frecuencia (Hz)	Logaritmos
33	$\log_2 33$
66	$\log_2 66$
132	$\log_2 132$
264	$\log_2 264$
528	$\log_2 528$
1056	$\log_2 1056$
2112	$\log_2 2112$
4224	$\log_2 4224$

Contexto 2

1. a Sí, porque es el sonido más leve que puede percibir el oído humano, y en ese caso $I = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.
b Sí, pero son inapreciables por el oído humano, y en ese caso $I < 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

c $\beta = 10 \cdot \log\left(\frac{10^{-10}}{10^{-12}}\right) = 10 \cdot 2 = 20 \text{ dB} \rightarrow$ sonido tipo como el que hay en una biblioteca.

d $7 = \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \rightarrow 10^7 = \frac{I}{10^{-12}} \rightarrow I = 10^{-5} \text{ W/m}^2$.

Entrénate

Páginas 132, 133, 134 y 135

1. $3 = 3 \cdot 1 = 3 \cdot \log_5 5 = \log_5(5^3) = \log_5 125$.

2. $2 = 2 \cdot 1 = 2 \cdot \log_8 8 = \log_8(8^2) = \log_8 64$.

3. a $\log_2(2^5) = 5 \cdot \log_2 2 = 5 \cdot 1 = 5$.

b $\log_2(2^{10}) = 10 \cdot \log_2 2 = 10 \cdot 1 = 10$.

c $\log_3(3^5) = 5 \cdot \log_3 3 = 5 \cdot 1 = 5$.

d $\log_5(5^4) = 4 \cdot \log_5 5 = 4 \cdot 1 = 4$.

e $\log_4(4^0) = 0 \cdot \log_4 4 = 0 \cdot 1 = 0$.

f $\log_2\left(\frac{1}{2^6}\right) = \log(2^{-6}) = -6 \cdot \log_2 2 = -6 \cdot 1 = -6$.

g $\log_3\left(\frac{1}{3^6}\right) = \log(3^{-6}) = -6 \cdot \log_3 3 = -6 \cdot 1 = -6$.

h $\log_5\left(\frac{1}{5^3}\right) = \log(5^{-3}) = -3 \cdot \log_5 5 = -3 \cdot 1 = -3$.

i $\log_7\left(\frac{1}{7^2}\right) = \log(7^{-2}) = -2 \cdot \log_7 7 = -2 \cdot 1 = -2$.

j $\log_2\left(\frac{1}{2^9}\right) = \log(2^{-9}) = -9 \cdot \log_2 2 = -9 \cdot 1 = -9$.

4. **a** $2 \cdot 1,5 + 2,1 = 5,1$. **b** $2 \cdot 1,5 + 4 \cdot 2,1 = 11,4$.
c $1,5 - 2,1 = -0,6$.
d $3 \cdot \log(x) - 4 \cdot \log(y) = 3 \cdot 1,5 - 4 \cdot 2,1 = -3,9$.
e $5 \cdot \log(x) - 3 \cdot \log(y) = 5 \cdot 1,5 - 3 \cdot 2,1 = 1,2$.
- f** $\frac{1}{2} \cdot 1,5 = 0,75$. **g** $\frac{1}{5} \cdot (2 \cdot 1,5 - 2,1) = 0,18$.
h $\frac{1}{6} \cdot (3 \cdot 1,5 - 2,1) = 0,4$.
5. **a** $2 \cdot \log 2 + \log 3 = 2 \cdot 0,3010 + 0,4771 = 1,0791$.
b $0,4771 + 1 - 0,3010 = 1,1761$.
c $0,3010 + 0,4771 + 1 = 1,7781$.
d $\log 2 + 2 \cdot \log 3 = 0,3010 + 2 \cdot 0,4771 = 1,2552$.

6. **a** $x = \frac{\log 12}{\log 3} = \frac{1,0792}{0,4771} = 2,2619$.

b $x = \frac{\log 20}{\log 5} = \frac{1,3010}{0,6990} = 1,8614$.

c $x = \frac{\log 14}{\log 7} = \frac{1,1461}{0,8451} = 1,3562$.

d $x = \frac{\log 66}{\log 6} = \frac{1,8195}{0,7782} = 2,3383$.

e $x = \frac{\log 146}{\log 4} = \frac{2,1644}{0,6021} = 3,5949$.

7. **a** $4 \cdot \log x + 3 \cdot \log y$. **b** $2 \cdot \log x + 5 \cdot \log y$.
c $4 \cdot \log x - \log y$. **d** $5 \cdot \log x - 4 \cdot \log y$.

8. **a** $\frac{1}{5} \cdot \log x + \frac{1}{5} \cdot \log y$. **b** $\frac{1}{2} \cdot \ln x - \ln y$.

c $\frac{1}{2} \cdot \ln x - (\ln y + \ln z) = \frac{1}{2} \cdot \ln x - \ln y - \ln z$.

d $\frac{1}{2} \cdot (\ln x + \ln y) - 3 \cdot \ln z = \frac{1}{2} \cdot \ln x + \frac{1}{2} \cdot \ln y - 3 \cdot \ln z$.

e $\frac{1}{2} \cdot \ln x + \frac{1}{5} \cdot \ln y - 3 \cdot \ln z$.

f $\frac{1}{2} \cdot \ln x + \frac{3}{5} \cdot \ln y - 4 \cdot \ln z$.

9. **a** $\log(a \cdot b^2)$. **b** $\log a^3 + \log b^2 = \log(a^3 \cdot b^2)$.

c $\log x^{1/3} + \log y^4 = \log(\sqrt[3]{x} \cdot y^4)$.

d $\log x^{2/5} - \log y^3 = \log\left(\frac{\sqrt[5]{x^2}}{y^3}\right)$.

e $\log x^2 + \log y + \log z^5 = \log(x^2 \cdot y \cdot z^5)$.

f $\log x^{1/2} + \log y^2 = \log(\sqrt{x} \cdot y^2)$.

3. Mozart, música y matemáticas

Contextos

Páginas 136 y 137

Contexto 1

- No.
- El 7.
- El 2 y el 12.
- $2 \cdot 2 = 4$ obras distintas.

Contexto 2

- a** $16 - 2 = 14$ grupos. **b** 11^{14} obras.
c Total, sin trampas = 11^{16} ; obras más que se habrían creado = $11^{16} - 11^{14} = 4,56 \cdot 10^{16}$ obras.
d Tiempo total = $11^{14} \cdot 40 = 1,52 \cdot 10^{16}$ segundos;

$$1,52 \cdot 10^{16} \text{ segundos} \cdot$$

$$\cdot \frac{1 \text{ siglo}}{100 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ segundos}} =$$

$$= \frac{1,52 \cdot 10^{16}}{3,15 \cdot 10^9} = 4,83 \cdot 10^6 \text{ siglos};$$

$$\text{Edad del universo} = 12\,000 \text{ millones de años} = 3,78 \cdot 10^{17} \text{ segundos};$$

$$3,78 \cdot 10^{17} \text{ segundos} \cdot$$

$$\cdot \frac{1 \text{ siglo}}{100 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ segundos}} =$$

$$= \frac{3,78 \cdot 10^{17}}{3,15 \cdot 10^9} = 1,2 \cdot 10^8 \text{ siglos}$$

$$\frac{\text{Edad del universo}}{\text{Tiempo total}} = \frac{1,2 \cdot 10^8}{4,83 \cdot 10^6} = 24,8, \text{ lo que sig-}$$

nifica que la edad del universo es casi 25 veces el tiempo total que se requiere para tocar todas las composiciones.

Entrénate

Páginas 138, 139, 140 y 141

1. **a** $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = \frac{9!}{(9-5)!} = 15120$.

b $18 \cdot 17 \cdot 16 = \frac{18!}{(18-3)!} = 4896$. **c** $6^3 = 216$.

d $2^8 = 256$. **e** $\frac{7!}{4! \cdot 3!} = 35$. **f** $\frac{10!}{5! \cdot 3! \cdot 2!} = 2520$.

g $\frac{V_{9,6}}{P_6} = \frac{9!}{(9-6)! \cdot 6!} = \binom{9}{6} = 84$.

h $\frac{V_{8,4}}{P_4} = \frac{8!}{(8-4)! \cdot 4!} = \binom{8}{4} = 70$.

2. a $\frac{8!}{(8-5)! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{3!} = 56.$

b $\frac{7!}{(7-2)! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 7}{2!} = 21.$

c $\frac{7!}{(7-5)! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7}{2!} = 21.$

3. a $x = 7; y = 10.$ b $i = 16; j = 8; k = 17.$

c $a = 18.$ d $x = 9; y = 6.$

4. $VR_{9,3} = 9^3 = 729.$

5. Sin repetición $\rightarrow V_{20,3} = 20 \cdot 19 \cdot 18 = 6840.$
Con repetición $\rightarrow VR_{20,3} = 20^3 = 8000.$

6. $P_6^{1,2,3} = \frac{6!}{1! \cdot 2! \cdot 3!} = 60.$

7. $2 \cdot VR_{5,3} = 2 \cdot 5^3 = 250.$

8. $V_{9,5} = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 15120.$

9. Con las cifras impares $\rightarrow V_{5,3} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60.$
Con las cifras pares $\rightarrow V_{4,2} = 4 \cdot 3 = 12.$
Total números $\rightarrow 60 + 12 = 720.$

10. $C_{12,8} = \frac{V_{12,8}}{P_8} = \frac{12!}{(12-8)! \cdot 8!} = \binom{12}{8} = 495.$

11. $C_{6,2} - 6 = \frac{V_{6,2}}{P_2} - 6 = \frac{6!}{(6-2)! \cdot 2!} - 6 =$
 $= \binom{6}{2} - 6 = 15 - 6 = 9;$

$C_{12,2} - 12 = \frac{V_{12,2}}{P_2} - 12 = \frac{12!}{(12-2)! \cdot 2!} - 12 =$
 $= \binom{12}{2} - 12 = 66 - 12 = 54.$

12. $C_{7,1} + C_{7,2} + C_{7,3} + C_{7,4} + C_{7,5} + C_{7,6} + C_{7,7} =$
 $= \binom{7}{1} + \binom{7}{2} + \binom{7}{3} + \binom{7}{4} + \binom{7}{5} +$
 $+ \binom{7}{6} + \binom{7}{7} = 127.$

13. $P_6^{4,2} = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = 15.$

14. a $V_{7,5} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 2520.$

b $V_{5,3} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60.$

15. $C_{12,2} = \binom{12}{2} = 66.$

16. $x = 10.$

17. $n = 7.$

Mates en contexto

Páginas 142, 143, 144, 145, 146 y 147

Contexto 1

1. a -, -. b 2. c Variaciones, porque el orden importa. d $V_{2,4} = 2^4 = 16.$

Contexto 2

1. a 4. b 8. c $C_{16,2} = 120.$
2. a $C_{16,2} = 120.$ b 15. c $120/15 = 8.$
3. a $C_{16,2} = 120.$ b $C_{8,2} = 28.$

Contexto 3

1. [13, 15).
2. [13, 15) \cup [18, 20).
3. Unión.
4. Jesús: [14, 17] \cup (19, 21);
Diego: [14, 15) \cup (19, 22].
5. Ana y Jesús: [14, 15) \cup (19, 20);
Ana y Diego: [14, 15) \cup (19, 20);
Diego y Jesús: [14, 15) \cup (19, 21);
Los tres: [14, 15) \cup (19, 20).

Contexto 4

1. $C_{20,4} = \frac{V_{20,4}}{P_4} = \binom{20}{4} = 4845.$

2. $C_{19,3} = \frac{V_{19,3}}{P_3} = \binom{19}{3} = 969.$

3. $V_{8,5} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 6720.$

4. $P_{4,-1} = 3! = 6.$

5. $C_{20,4} \cdot V_{8,5} \cdot P_{4,-1} = 4845 \cdot 6720 \cdot 6 = 195\,350\,400.$

6. $C_{18,2} = \frac{V_{18,2}}{2} = \binom{18}{2} = 153.$ Hay 153 maneras de hacer los grupos de manera que Mario y Rafael estén en la misma mesa.

Contexto 5

1. 7.
2. $10^{-7}.$
3. Sustancia ácida $\rightarrow [0, 6];$
Sustancia básica $\rightarrow [8, 14].$
4. a 3. b Ácida.
5. a 10. b Básica.

Contexto 6

1. $C_f = 20\% \cdot C_0 = \frac{20}{100} \cdot C_0 = 0,2 \cdot C_0;$
 $t = \frac{5760}{-\ln 2} \cdot \ln\left(\frac{0,2 \cdot C_0}{C_0}\right) = \frac{5760}{-\ln 2} \cdot \ln 0,2 =$
 $= 13\,374,31 \text{ años.}$

2. $8000 = \frac{5760}{-\ln 2} \cdot \ln\left(\frac{C_f}{75}\right) \rightarrow 8000 = \frac{5760}{-0,693} \cdot \ln\left(\frac{C_f}{75}\right) \rightarrow$
 $\rightarrow 8000 = -8309,92 \cdot \ln\left(\frac{C_f}{75}\right) \rightarrow -\frac{8000}{8309,92} = \ln\left(\frac{C_f}{75}\right) \rightarrow$
 $\rightarrow -0,963 = \ln\left(\frac{C_f}{75}\right) \rightarrow \left(\frac{C_f}{75}\right) = e^{-0,963} \rightarrow$
 $\rightarrow C_f = e^{-0,963} \cdot 75 = 28,63 \text{ g.}$

Unidad 7. Construimos con matemáticas

1. Empezar de cero

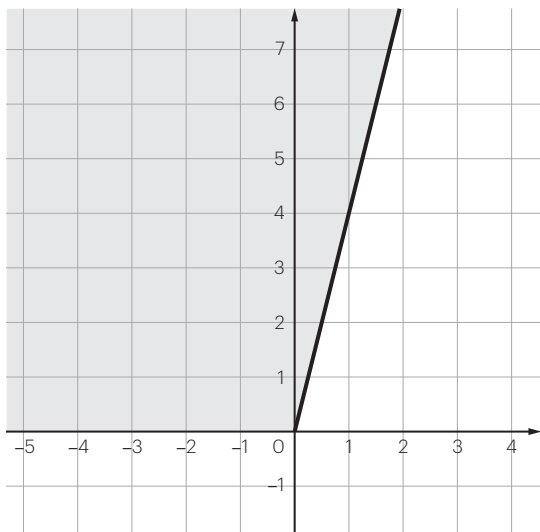
Contextos

Páginas 148 y 149

Contexto 1

1. **a** Tres, pero se pueden reducir a dos, ya que las medidas de los ingredientes B y C son iguales.
b 1.ª variable: x = cantidad del ingrediente A; 2.ª variable: y = cantidad del ingrediente B; 3.ª variable: z = cantidad del ingrediente C; $4x \leq z$.

c



Contexto 2

1. x = número de viviendas a bajo coste; y = número de viviendas a medio coste.
 2. **a** 10 . **b** $60 \leq x \leq 100$; $30 \leq y \leq 70$. **c** $x + y \leq 150$.
d $x \geq \frac{y}{2} + 50$. **e** $z \leq 2\,000\,000$.

Entrénate

Páginas 150, 151, 152 y 153

1. **a** $8x - 3 + 6x \leq 4x + 9 \rightarrow 10x \leq 12 \rightarrow x \leq \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$.
b $9(-x + 1) \leq 12(x - 2) + 2 \rightarrow$
 $\rightarrow -9x + 9 \leq 12x - 24 + 2 \rightarrow$
 $\rightarrow -21x \leq -31 \rightarrow x \geq \frac{31}{21}$.
c $15x - 1 < 9(2x - 1) - 6x \rightarrow$
 $\rightarrow 15x - 1 < 18x - 9 - 6x \rightarrow$
 $\rightarrow 15x - 18x + 6x < -9 + 1 \rightarrow 3x < -8 \rightarrow x < -\frac{8}{3}$.
d $x - 2x \leq 8 - 2x - 5 \rightarrow -x + 2x \leq 8 - 5 \rightarrow x \leq 3$.

2. **a** $x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 2 \end{cases} \rightarrow$
 $\rightarrow x \leq 2 \text{ o } x \geq 4 \rightarrow (-\infty, 2] \cup [4, +\infty)$.

b $x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 20}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} x_1 = 10 \\ x_2 = 2 \end{cases} \rightarrow$
 $\rightarrow 2 < x < 10 \rightarrow (2, 10)$.

c $x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 1 \end{cases} \rightarrow$
 $\rightarrow 1 < x < 5 \rightarrow (1, 5)$.

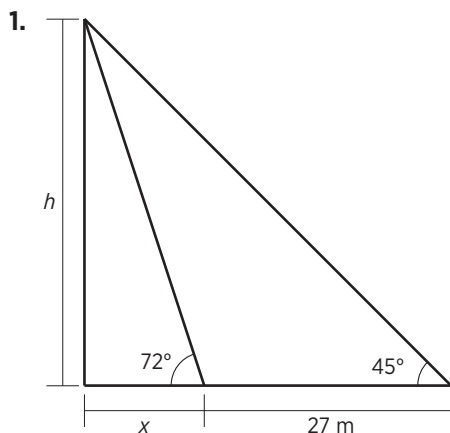
3. **a** $(-\infty, -2) \cup (3, 5)$. **b** $[-6, 1] \cup [4, +\infty)$.
 4. **a** $(-\infty, 0) \cup (0, 5)$. **b** $x = 3 \cup [7, +\infty)$.
c $[-1, 0] \cup [1, +\infty)$.

2. Trigonometría edificada

Contextos

Páginas 154 y 155

Contexto 1



Contexto 2

1. 86° .

2. $\cos(86^\circ) = \frac{x}{55,9} \rightarrow x = 3,90$ m.

3. Desde la esquina más baja del tejado.

$$\sin(86^\circ) = \frac{x}{55,9} \rightarrow x = 55,76$$
 m.

4. $\sin(86^\circ) = \frac{x}{60,2} \rightarrow x = 60,05$ m.

Entrénate

Páginas 156, 157, 158 y 159

1. $a = \sqrt{169} = 13$ cm; $\sin \alpha = \frac{5}{13}$; $\cos \alpha = \frac{12}{13}$;

$$\tan \alpha = \frac{5}{12}; \sin \beta = \frac{12}{13}; \cos \beta = \frac{5}{13}; \tan \beta = \frac{12}{5}.$$

2. $0,9^2 + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - 0,9^2} = 0,436$;

$$\tan \alpha = \frac{0,9}{0,436} = 2,065.$$

3. $\sin^2 \alpha + 0,9^2 = 1 \rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - 0,9^2} = 0,436$;

$$\tan \alpha = \frac{0,436}{0,9} = 0,484.$$

4. $\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + 2^2} = \frac{1}{5} \rightarrow \cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} = 0,447$;

$$\sin^2 \alpha + 0,447^2 = 1 \rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - 0,447^2} = 0,894.$$

5. a $\alpha_1 = 53,66^\circ$; $\alpha_2 = 180 - 53,66 = 126,34^\circ$.

b $\alpha_1 = 65^\circ$; $\alpha_2 = -65^\circ$.

c $\alpha_1 = 71,12^\circ$; $\alpha_2 = 71,12 + 180 = 251,12^\circ$.

d $\alpha_1 = -19,47^\circ$; $\alpha_2 = -180 - (-19,47) = -160,53^\circ$.

e $\alpha_1 = 151,91^\circ$; $\alpha_2 = -151,91^\circ$.

f $\alpha_1 = -50,99$; $\alpha_2 = 129,01^\circ$.

6. $\sin^2 \alpha + 0,38^2 = 1 \rightarrow \sin \alpha = -\sqrt{1 - 0,38^2} = -0,925^\circ$.

7. $\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + 1,91^2} = \frac{1}{4,6481} \rightarrow$

$$\rightarrow \cos \alpha = -\sqrt{\frac{1}{4,6481}} = -0,464;$$

$$\sin^2 \alpha + (-0,464)^2 = 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow \sin \alpha = -\sqrt{1 - (-0,464)^2} = -0,886^\circ.$$

8. $\sin^2(60^\circ) + 0,5^2 = 1 \rightarrow \sin(60^\circ) = \sqrt{1 - 0,5^2} = 0,866$;

$$\sin(120^\circ) = \sin(60^\circ) = 0,866;$$

$$\cos(120^\circ) = -\cos(60^\circ) = -0,5;$$

$$\tan(120^\circ) = \frac{0,866}{-0,5} = -1,732.$$

$$\sin(240^\circ) = -\sin(60^\circ) = -0,866;$$

$$\cos(240^\circ) = -\cos(60^\circ) = -0,5;$$

$$\tan(240^\circ) = \frac{0,866}{-0,5} = -1,732.$$

$$\sin(300^\circ) = -\sin(60^\circ) = -0,866;$$

$$\cos(300^\circ) = \cos(60^\circ) = 0,5;$$

$$\tan(300^\circ) = \frac{-0,866}{0,5} = -1,732.$$

9. $\sin^2(15^\circ) + 0,966^2 = 1 \rightarrow \sin(15^\circ) = \sqrt{1 - 0,966^2} = 0,259$;

$$\sin(75^\circ) = \cos(15^\circ) = 0,966;$$

$$\cos(75^\circ) = \sin(15^\circ) = 0,259;$$

$$\tan(75^\circ) = \frac{0,966}{0,259} = 3,732.$$

10. $\sin(24^\circ) = \frac{h}{6} \rightarrow h = 6 \cdot \sin(24^\circ) = 2,44$;

$$A = \frac{8 \cdot 2,44}{2} = 9,76 \text{ cm}^2.$$

11. Desde la orilla: $\tan(53^\circ) = \frac{h}{x} \rightarrow h = x \cdot \tan(53^\circ)$;

$$\text{Alejándose 30 m: } \tan(35^\circ) = \frac{h}{x + 30} \rightarrow$$

$$\rightarrow h = (x + 30) \cdot \tan(35^\circ);$$

Aplicando el método de igualación:

$$x \cdot \tan(53^\circ) = (x + 30) \cdot \tan(35^\circ) \rightarrow x = 33,51 \text{ m.}$$

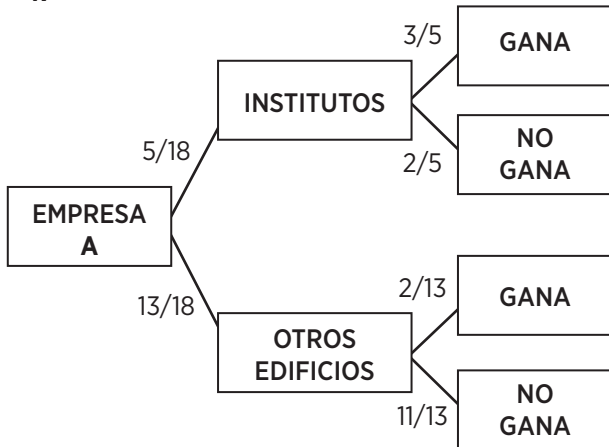
3. Elegir con garantías

Contextos

Páginas 160 y 161

Contexto 1

1. Empresa A: 18; Empresa B: 15; Empresa C: 16.
2. Institutos: 15; Otras construcciones: 34.
3. En 49.
- 4.



Contexto 2

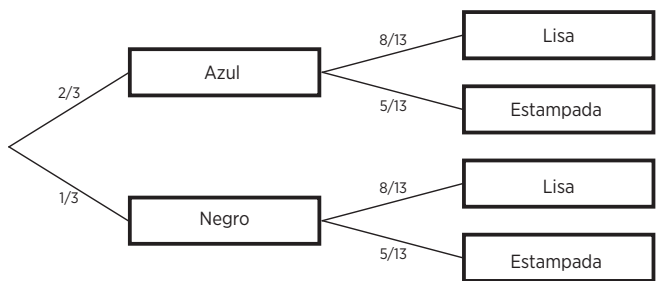
1. **a** 54 106. **b** 60 200. **c** 411 483.
2. **a** $P(\text{asalariado}) = \frac{54\ 106}{60\ 200} = 0,90$.
- b** $P(\text{no asalariado}) = \frac{60\ 200 - 54\ 106}{60\ 200} = 0,10$.

Entrénate

Páginas 162, 163, 164 y 165

1. **a** $P(A) = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} = 0,29$. **b** $P(\bar{A}) = 0,71$.
2. **a** $P(\text{biólogo}) = \frac{4}{11} = 0,3\hat{6}$.
- b** $P = \frac{3}{11} \cdot \frac{2}{10} = \frac{3}{55} = 0,05\hat{4}$.
- c** $P = \frac{2}{11} \cdot \frac{2}{10} = \frac{2}{55} = 0,03\hat{6}$.
3. $P(\text{roja y roja}) + P(\text{azul y azul}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} + \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = 0,46$.
4. $P(\text{múltiplo de 3}) = \frac{2}{6} = 0,3\hat{3}$;
 $P(\text{número primo}) = \frac{3}{6} = 0,5$.

5. a



$$\mathbf{b} P = \frac{5}{13} \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{39} = 0,26.$$

$$\mathbf{c} P = \frac{8}{13} \cdot \frac{1}{3} = \frac{8}{39} = 0,21.$$

$$\mathbf{6. a} P = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{9} = \frac{1}{18} = 0,0\hat{5}.$$

$$\mathbf{b} P = \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{9} = \frac{2}{27} = 0,07\hat{4}.$$

$$\mathbf{c} P = \frac{3}{6} \cdot \frac{5}{9} + \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{9} = \frac{4}{9} = 0,4\hat{4}.$$

$$\mathbf{d} P = \frac{3}{6} \cdot \frac{4}{9} + \frac{3}{6} \cdot \frac{6}{9} = \frac{5}{9} = 0,5\hat{5}.$$

$$\mathbf{7. a} P(A) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{7} + \frac{4}{10} \cdot \frac{2}{7} = \frac{19}{35} = 0,54.$$

$$\mathbf{b} P(\bar{A}) = 1 - 0,54 = 0,46;$$

$$P(B) = \frac{6}{10} \cdot \frac{2}{7} + \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{7} = \frac{16}{35} = 0,46.$$

$$\mathbf{c} P(C) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{7} = \frac{3}{7} = 0,43.$$

$$\mathbf{d} P(D) = \frac{4}{10} \cdot \frac{2}{7} = \frac{4}{35} = 0,11.$$

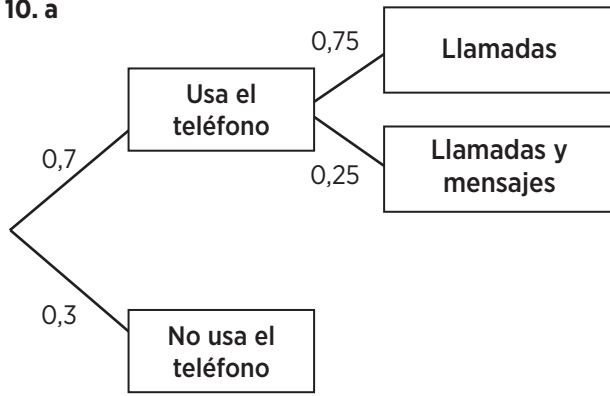
$$\mathbf{8. a} P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 0,125.$$

$$\mathbf{b} P(\bar{A}) = 1 - 0,125 = 0,875.$$

$$\mathbf{9. a} P = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{6} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{17}{30} = 0,5\hat{6}.$$

$$\mathbf{b} P = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{13}{30} = 0,4\hat{3}.$$

10. a



b $P(\text{no utilice móvil}) = 0,3$.

c $P(\text{solamente llamadas}) = 0,7 \cdot 0,75 = 0,525$.

d $P(\text{llamadas y mensajes}) = 0,7 \cdot 0,25 = 0,175$.

11. a $P(A) = \frac{10}{23} \cdot \frac{9}{22} \cdot \frac{8}{21} = 0,068$.

b $P(\bar{A}) = 1 - 0,068 = 0,932$.

Mates en contexto

Páginas 166, 167, 168 y 169

Contexto 1

1. a

	Padecen la enfermedad	No la padecen	Totales
Positivo	650	270	920
Negativo	450	1230	1680
Totales	1100	1500	2600

b 2600. c 1100.

2. a $P = \frac{920}{2600} = 0,35$. b $P = \frac{1100}{2600} = 0,42$.

Contexto 2

1. a 36. b $P = \frac{6}{36} = 0,1\hat{6}$. c $P = \frac{3}{6} = 0,5$.

Contexto 3

1. $\alpha = \frac{360^\circ}{24} = 15^\circ$.

2. $2 \cdot \alpha = 30^\circ$.

3. $9 \cdot \alpha = 135^\circ$.

4. $23 \cdot \alpha = 345^\circ$ o 15° .

5. $h = \frac{40}{2} = 20$ m.

6. $\text{sen}(65^\circ) = \frac{20}{l} \rightarrow l = \frac{20}{\text{sen}(65^\circ)} = 22,07$ m.

7. Siguiendo la numeración del dibujo del contexto: la 1 y la 11, la 2 y la 10, la 3 y la 9, la 4 y la 8, la 5 y la 7, la 12 y la 24, la 13 y la 23, la 14 y la 22, la 15 y la 21, la 16 y la 20, la 17 y la 19.

Contexto 4

1. x = Cantidad necesaria del compuesto tipo 1;

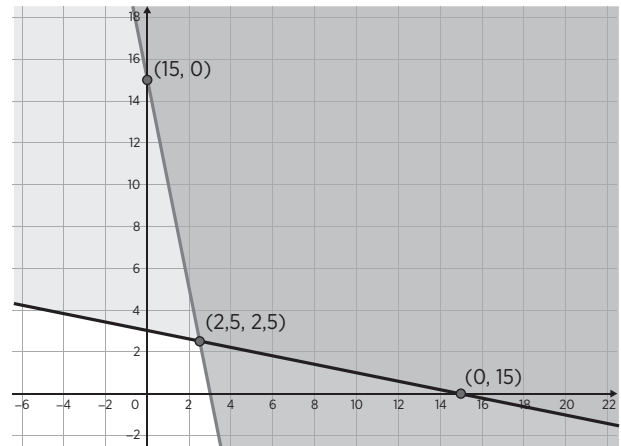
y = Cantidad necesaria del compuesto tipo 2.

2. $f(x, y) = 10x + 30y$.

3. $x + 5y \geq 15$; $5x + y \geq 15$; $x \geq 0$; $y \geq 0$.

Resolviendo el sistema $\begin{cases} x + 5y = 15 \\ 5x + y = 15 \end{cases}$ obtenemos $\begin{cases} x = 2,5 \\ y = 2,5 \end{cases}$

Han de comprar, pues, 2,5 unidades del tipo 1 y 2,5 unidades del tipo 2.



Unidad 8. Economía matemática

1. El interés de los porcentajes

Contextos

Páginas 170 y 171

Contexto 1

1. a $x = \frac{20 \cdot 450}{100} = 90$.

b $\frac{100}{15} = \frac{80}{x} \rightarrow x = \frac{15 \cdot 80}{100} = 12$ € de descuento;

Precio final = $80 - 12 = 68$ €.

c $\frac{100}{21} = \frac{3500}{x} \rightarrow x = \frac{21 \cdot 3500}{100} = 735$ € de IVA;

Precio final = $3500 + 735 = 4235$ €.

d $100 - 20 = 80\%$.

e $\frac{100}{80} = \frac{120}{x} \rightarrow x = \frac{80 \cdot 120}{100} = 96 \text{ €}$.

Contexto 2

1. a $\frac{100}{21} = \frac{1800}{x} \rightarrow x = \frac{21 \cdot 1800}{100} = 378 \text{ € de IVA};$

Precio (IVA incluido) = $1800 + 378 = 2178 \text{ €}$.

$\frac{100}{10} = \frac{2178}{x} \rightarrow x = \frac{10 \cdot 2178}{100} = 217,8 \text{ €}$.

de $\frac{20 \cdot 450}{100}$ descuento;

Precio final = $2178 - 217,8 = 1960,2 \text{ €}$.

b $\frac{100}{10} = \frac{1800}{x} \rightarrow x = \frac{10 \cdot 1800}{100} = 180 \text{ € de descuento};$

Precio (sin IVA) = $1800 - 180 = 1620 \text{ €}$.

$\frac{100}{21} = \frac{1620}{x} \rightarrow x = \frac{21 \cdot 1620}{100} = 340,2 \text{ € de IVA};$

Precio (IVA incluido) = $1620 + 340,2 = 1960,2 \text{ €}$.

c Es indiferente, ya que el orden de los porcentajes no importa.

Entrénate

Páginas 172, 173, 174, 175, 176 y 177

1. a $\frac{100}{20} = \frac{130}{x} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 130}{100} = 26 \text{ €};$

Precio = $130 + 26 = 156 \text{ €}$.

b $\frac{100}{20} = \frac{156}{x} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 156}{100} = 31,2 \text{ €};$

Precio = $156 - 31,2 = 124,8 \text{ €}$.

2. a $I = \frac{10\,000 \cdot 10 \cdot 1}{100} = 1000 \text{ € al año}$.

b $10\,000 + 1000 = 11\,000 \text{ €}$.

c $10\,000 + 2 \cdot 1000 = 12\,000 \text{ €}$.

d $10\,000 + 10 \cdot 1000 = 20\,000 \text{ €}$.

3. a $C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^1 = 11\,000$.

b $C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2 = 12\,100$.

c $C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^5 = 16\,105,10 \text{ €}$.

4. $\frac{650}{380} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{380 \cdot 100}{650} = 58,46\% \text{ infectado};$

$\frac{650}{(650 - 380)} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{270 \cdot 100}{650} = 41,54\% \text{ libre de virus}$.

5. a $\frac{20}{2} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 100}{20} = 10\%$.

b $\frac{2}{2} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 100}{2} = 100\%$.

c $\frac{5}{2} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 100}{5} = 40\%$.

6. $\frac{100}{11} = \frac{x}{10\,000} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 10\,000}{11} = 90\,909,09 \text{ €}$.

7. $\frac{100}{110} = \frac{x}{1595} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 1595}{110} = 1450 \text{ €}$.

8. $\frac{100}{20} = \frac{70}{x} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 70}{100} = 14\%$;

Total descuentos = $30 + 14 = 44\%$;

Paga al final: $100 - 44 = 56\%$ del precio inicial;

Precio inicial: $A = \frac{100 \cdot 700}{56} = 1250 \text{ €}$.

9. IVA: $x = \frac{21 \cdot 8500}{100} = 1785 \text{ €};$

Precio (IVA incluido) = $8500 + 1785 = 10\,285 \text{ €};$

Pago inicial: $\frac{100}{30} = \frac{8500 + 1785}{x} \rightarrow$

$\rightarrow x = \frac{30 \cdot 10\,285}{100} = 3085,5 \text{ €}$.

10. a $I = \frac{25\,000 \cdot 3 \cdot 5}{100} = 3750 \text{ €}$.

b $I = \frac{80\,000 \cdot 0,25 \cdot 8}{100} = 1600 \text{ €}$.

c $I = \frac{12\,500 \cdot 1,25 \cdot 6}{100} = 937,5 \text{ €}$.

d $I = \frac{42\,000 \cdot 0,75 \cdot 7}{100} = 2205 \text{ €}$.

11. $\frac{40\,000}{50\,000} = \frac{2500}{x} \rightarrow x = \frac{50\,000 \cdot 2500}{40\,000} = 3125 \text{ €}$.

12. $2000 = \frac{x \cdot 5 \cdot 20}{100} \rightarrow x = \frac{2000 \cdot 100}{5 \cdot 20} = 2000 \text{ €}.$

13. $I = 2C - C = C; C = \frac{C \cdot x \cdot 20}{100} \rightarrow x = \frac{C \cdot 100}{C \cdot 20} = 5\%.$

14. $C = \frac{C \cdot 4 \cdot x}{100} \rightarrow x = \frac{C \cdot 100}{C \cdot 4} = 25 \text{ años}.$

15. a $C_{\text{final}} = 25\,000 \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)^5 = 28\,981,85 \text{ €};$

$I = 28\,981,85 - 25\,000 = 3\,981,85 \text{ €}.$

b $C_{\text{final}} = 80\,000 \cdot \left(1 + \frac{1,3}{100}\right)^7 = 87\,570,15 \text{ €};$

$I = 87\,570,15 - 80\,000 = 7\,570,15 \text{ €}.$

c $C_{\text{final}} = 23\,000 \cdot \left(1 + \frac{1,75}{100}\right)^{14} = 29\,323,09 \text{ €};$

$I = 29\,323,09 - 23\,000 = 6\,323,09 \text{ €}.$

d $C_{\text{final}} = 12\,300 \cdot \left(1 + \frac{0,4}{100}\right)^8 = 12\,699,15 \text{ €};$

$I = 12\,699,15 - 12\,300 = 399,15 \text{ €}.$

e $C_{\text{final}} = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{2,13}{100}\right)^{10} = 123\,462 \text{ €};$

$I = 123\,462 - 100\,000 = 23\,462 \text{ €}.$

16. a 5 años = $5 \cdot 12 = 60$ meses;

$C_{\text{final}} = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{2}{1200}\right)^{60} = 110\,507,89 \text{ €}.$

b $C_{\text{final}} = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)^5 = 110\,408,08 \text{ €}.$

17. a 8 años = $8 \cdot 12 = 96$ meses;

$C_{\text{final}} = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{1200}\right)^{96} = 122\,114,87 \text{ €}.$

b 8 años = $8 \cdot 4 = 32$ trimestres;

$C_{\text{final}} = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{400}\right)^{32} = 122\,064,28 \text{ €}.$

c $C_{\text{final}} = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{100}\right)^8 = 121\,840,29 \text{ €}.$

18. a 4 años = $4 \cdot 365 = 1460$ días;

$C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{3,25}{36\,000}\right)^{1460} = 11\,408,80 \text{ €}.$

b 4 años = $4 \cdot 12 = 48$ meses;

$C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{3,25}{1200}\right)^{48} = 11\,386,28 \text{ €}.$

c 4 años = $4 \cdot 4 = 16$ trimestres;

$C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{3,25}{400}\right)^{16} = 11\,382,30 \text{ €}.$

d $C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{3,25}{100}\right)^4 = 11\,364,76 \text{ €}.$

2. Sistemas económicos

Contextos

Páginas 178 y 179

Contexto 1

1. a x = toneladas de acero que se producen anualmente; y = número de automóviles que se producen anualmente. b 360 000 toneladas.

c $\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y$. d $\frac{1}{12}x + \frac{1}{9}y$.

e $360\,000 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y = x$.

f $110\,000 + \frac{1}{12}x + \frac{1}{9}y = y$.

g
$$\begin{cases} 360\,000 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y = x \\ 110\,000 + \frac{1}{12}x + \frac{1}{9}y = y \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 1\,440\,000 \\ -3x + 32y = 3\,960\,000 \end{cases}$$

h
$$\begin{cases} 3x - 2y = 1\,440\,000 \\ -3x + 32y = 3\,960\,000 \end{cases} \rightarrow 30y = 5\,400\,000 \rightarrow$$

$$\rightarrow y = \frac{5\,400\,000}{30} = 180\,000.$$

Por tanto: $3x - 2 \cdot 180\,000 = 1\,440\,000 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{1\,440\,000 + 2 \cdot 180\,000}{3} = 600\,000.$$

Entrénate

Páginas 180, 181, 182 y 183

1. a $y = 2x - 4; 4x + 3(2x - 4) = -7 \rightarrow 4x + 6x - 12 = -7 \rightarrow 10x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{10} = 0,5;$

Por tanto: $y = 2 \cdot 0,5 - 4 = -3.$

b $x = 2y + 1$; $(2y + 1) + 3y = 4 \rightarrow 2y + 1 + 3y = 4 \rightarrow$
 $\rightarrow 5y = 3 \rightarrow y = \frac{3}{5} = 0,6$;

Por tanto: $x = 2 \cdot 0,6 + 1 = 2,2$.

c $x = -2y + 5$; $4 \cdot (-2y + 5) + 3y = 10 \rightarrow -8y + 20 +$
 $+ 3y = 10 \rightarrow 5y = 10 \rightarrow y = \frac{10}{5} = 2$;

Por tanto: $x = -2 \cdot 2 + 5 = 1$.

2.
$$\begin{cases} x = 2y + 1 \\ x = 4 - 3y \end{cases}$$

Igualando: $2y + 1 = 4 - 3y \rightarrow 5y = 3 \rightarrow y = \frac{3}{5} = 0,6$;

Por tanto: $x = 2 \cdot 0,6 + 1 = 2,2$.

3. **a**
$$\begin{cases} x - 5y = -3 \\ 2x - 7y = -2 \end{cases} \rightarrow x = \frac{11}{3}; y = \frac{4}{3}$$

b
$$\begin{cases} x - 3y = 2 \\ -7x + 8y = -1 \end{cases} \rightarrow x = -1; y = -1$$

c
$$\begin{cases} 3x - 2y = 3 \cdot 6 \\ -x - 2y = 4y - 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 18 \\ -x - 6y = -8 \end{cases} \rightarrow$$

 $\rightarrow x = 6,2; y = 0,3$.

4. **a** Sistema incompatible. **b** Sistema compatible determinado. **c** Sistema incompatible. **d** Sistema compatible determinado. **e** Sistema compatible indeterminado. **f** Sistema compatible determinado.

5. Respuesta abierta. Por ejemplo:

a

x	-1	0	1	2	3
y	-3	-2	-1	0	1

b

x	-3	-1	0	2	4
y	14	10	8	4	0

6. Respuesta abierta. Por ejemplo: **a** $3x + y = 0$. Para que el sistema sea compatible determinado, m_2 debe ser distinta a m_1 , es decir, $m_2 \neq \frac{2}{3}$.

b $4x - 6y = 4$. Para que el sistema sea compatible indeterminado, m_2 debe ser igual a m_1 y n_2 igual a n_1 , es decir, $m_2 = \frac{2}{3}$ y $n_2 = -\frac{2}{3}$.

c $2x - 3y = 4$. Para que el sistema sea incompatible, m_2 debe ser igual a m_1 y n_2 distinta a n_1 , es decir, $m_2 = \frac{2}{3}$ y $n_2 \neq -\frac{2}{3}$.

7. Respuesta abierta. Por ejemplo: **a** $4x + y = 1$. Para que el sistema sea compatible determinado, m_2 debe ser distinta a m_1 , es decir, $m_2 \neq -2$.

b $6x + 3y = 15$. Para que el sistema sea compatible indeterminado, m_2 debe ser igual a m_1 y n_2 igual a n_1 , es decir, $m_2 = -2$ y $n_2 = 5$.

c $2x + y = 4$. Para que el sistema sea incompatible, m_2 debe ser igual a m_1 y n_2 distinta a n_1 , es decir, $m_2 = -2$ y $n_2 \neq 5$.

3. El interés más conveniente

Contextos

Páginas 184 y 185

Contexto 1

1. $I = 10\,000 \cdot 0,045 \cdot 10 = 4500 \text{ €}$.

2. 5 años = $5 \cdot 4 = 20$ trimestres;

$$C_f = 2000 \cdot \left(1 + \frac{0,3}{400}\right)^{20} = 2030,21 \text{ €}$$

Contexto 2

1. **a** $C_f = 12\,000 \cdot \left(1 + \frac{1,31}{100}\right)^2 = 12\,316,46 \text{ €}$.

b $C_f = 12\,000 \cdot \left(1 + \frac{1,31}{100}\right)^5 = 12\,806,86 \text{ €}$.

c $C_f = 12\,000 \cdot \left(1 + \frac{1,31}{100}\right)^{10} = 13\,667,98 \text{ €}$.

d $C_f = 12\,000 \cdot \left(1 + \frac{1,31}{100}\right)^{20} = 15\,567,81 \text{ €}$.

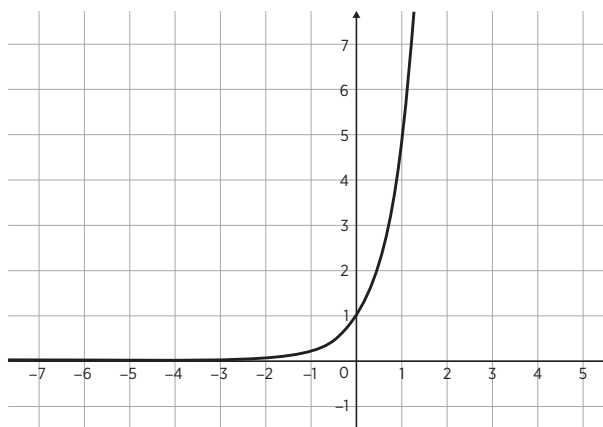
2. $1,5 \cdot C = C \cdot \left(1 + \frac{1,31}{100}\right)^t \rightarrow 1,5 = \left(1 + \frac{1,31}{100}\right)^t \rightarrow$
 $\rightarrow \log_{\left(1 + \frac{1,31}{100}\right)} 1,5 = t \rightarrow t = 31,5 \text{ años}$.

Entrénate

Páginas 186, 186, 188 y 189

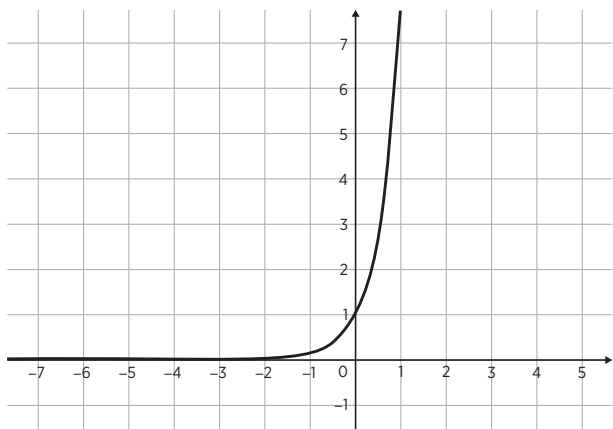
1. **a**

x	-1	0	1	2
y	0,2	1	5	25



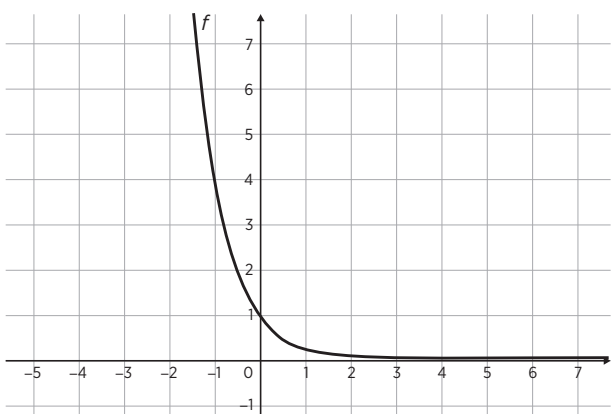
b

x	-1	0	1	2
y	0,125	1	8	64



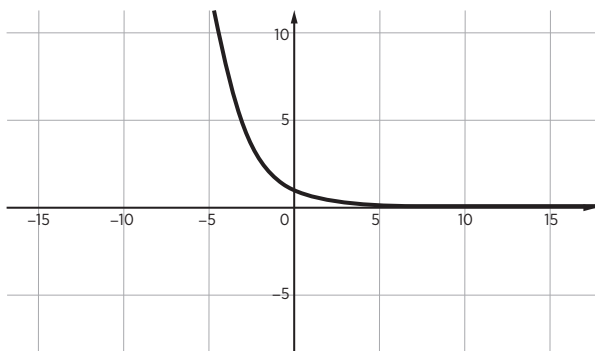
c

x	-1	0	1	2
y	4	1	0,25	0,0625



d

x	-1	0	1	2
y	1,6	1	0,6	0,36



2. a Creciente. **b** Decreciente. **c** Decreciente.
d Decreciente. **e** Creciente.

3. Respuesta abierta. Crecientes son todas aquellas con base mayor que 1 y decrecientes aquellas con base menor que 1. Por ejemplo:
Crecientes: $y = 2^x$, $y = 5^x$;

Decrecientes: $y = 0,5^x$, $y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$.

4. a \mathbb{R} . **b** \mathbb{R} . **c** $[0, +\infty)$. **d** $\mathbb{R} - \{0\}$.

5. a $x = \frac{\log 6}{\log 4} = 1,29 \rightarrow$ Punto de corte $(1,29, 0)$.

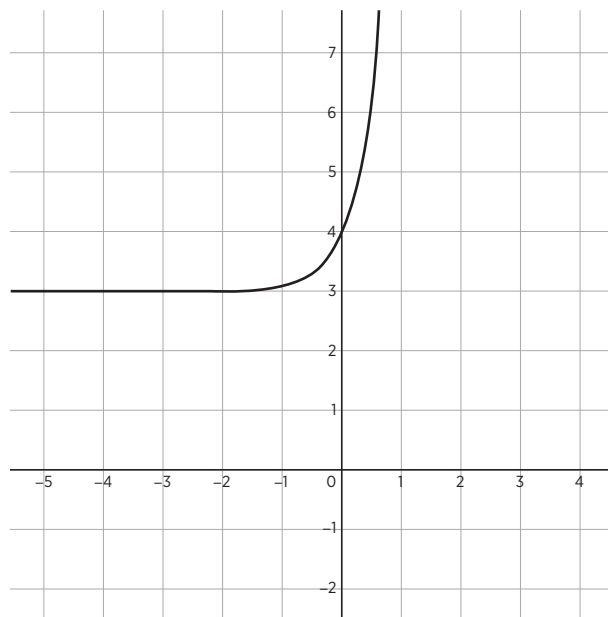
b $x = \frac{\log 8}{\log 2} = 3 \rightarrow$ Punto de corte $(3, 0)$.

c No corta el eje de abscisas.

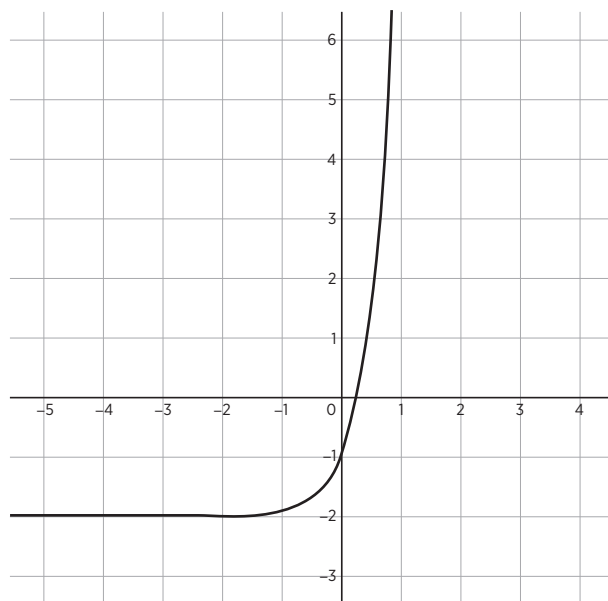
d $x = \frac{\log 7}{\log 3} = 1,77 \rightarrow$ Punto de corte $(1,77, 0)$.

e $x = \frac{\log 7}{\log 7} = 1 \rightarrow$ Punto de corte $(1, 0)$.

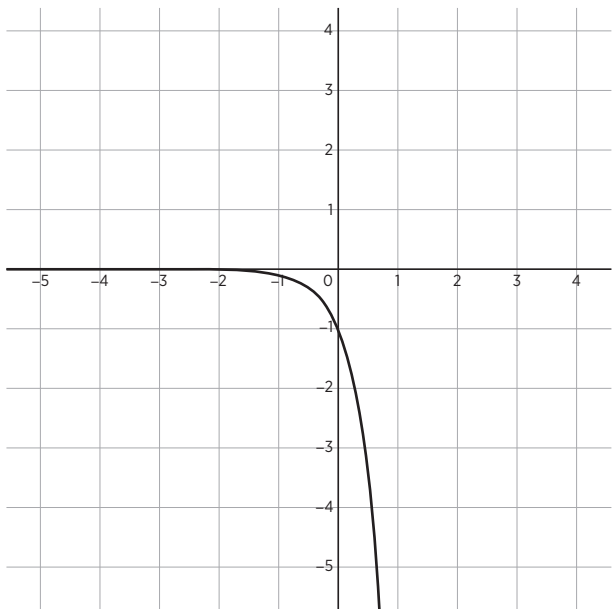
6. a La función se desplaza tres unidades hacia arriba.



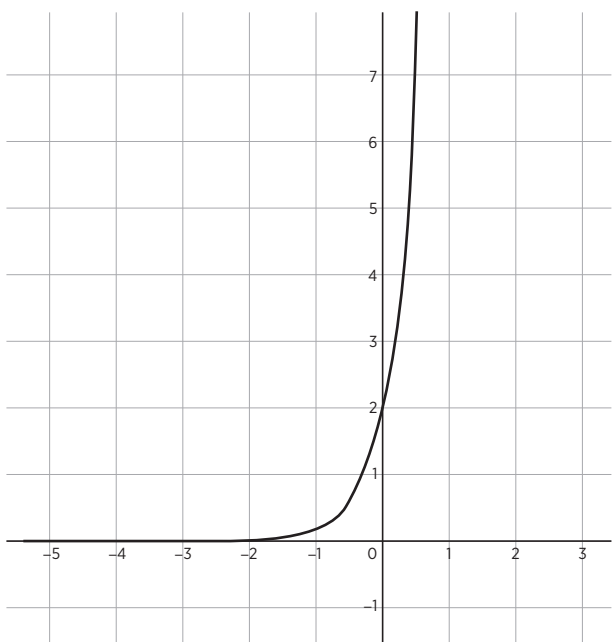
b La función se desplaza dos unidades hacia abajo.



c Es simétrica respecto del eje de abscisas.



d Los valores se duplican.



7. Sí, $y = 12^x - 2$.

8. a $y = -5^x$. b $y = 3^x$. c $y = -\left(\frac{1}{3}\right)^x$.

d $y = -\left(\frac{2}{5}\right)^x$. e $y = -\left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$.

9. a $y = 5^{-x}$. b $y = -3^{-x}$. c $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$. d $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$.

4. Oferta y demanda

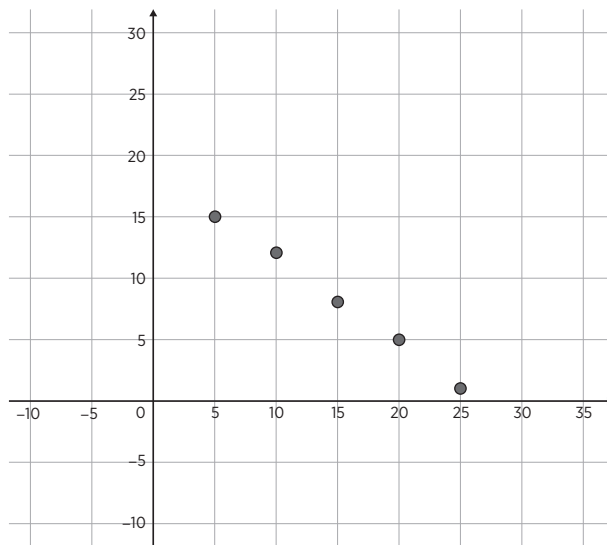
Contextos

Páginas 190 y 191

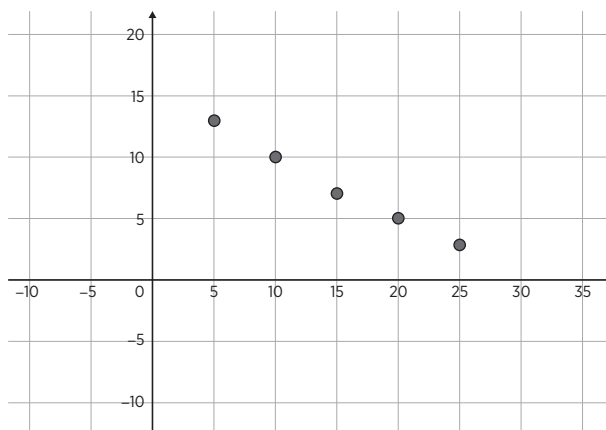
Contexto 1

1. a 124. b 1410 €.

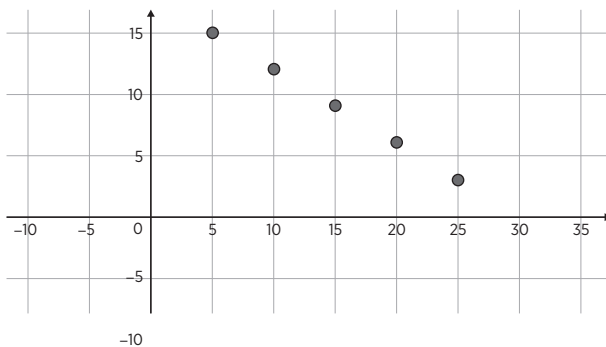
2. 4.º A:



4.º B:

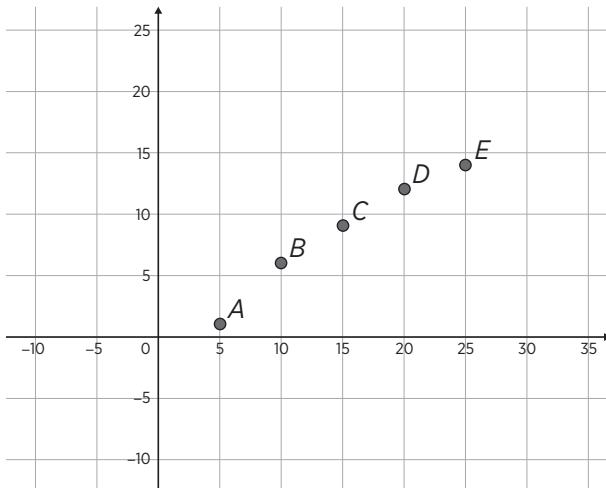


4.º C:

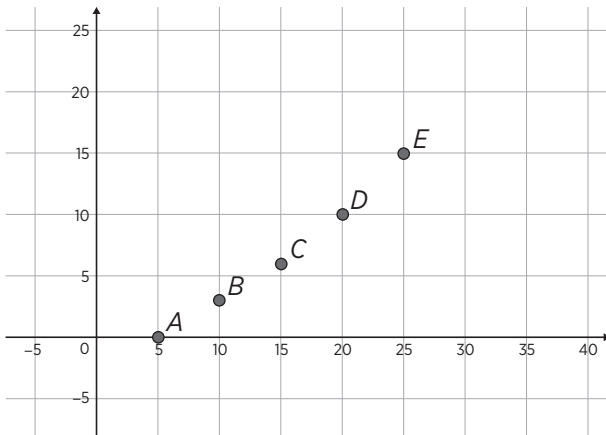


Contexto 2

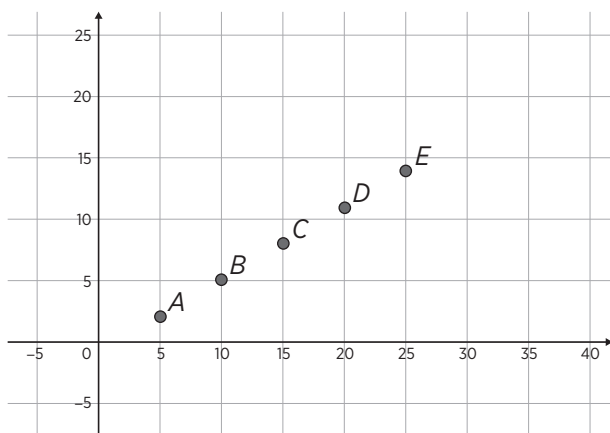
1. Plataforma X:



Plataforma Y:

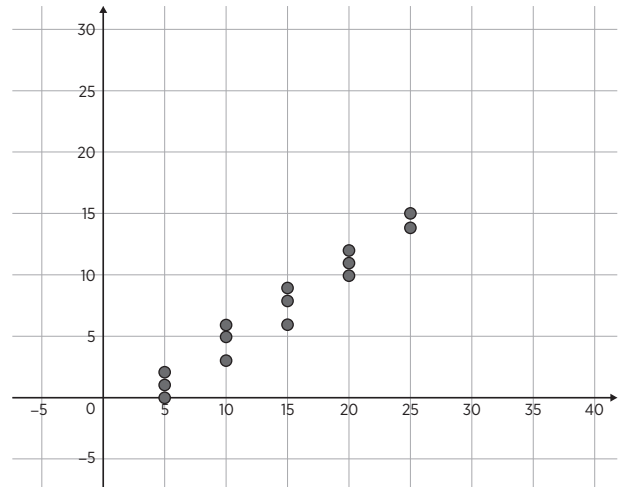


Plataforma Z:



Los puntos están alineados.

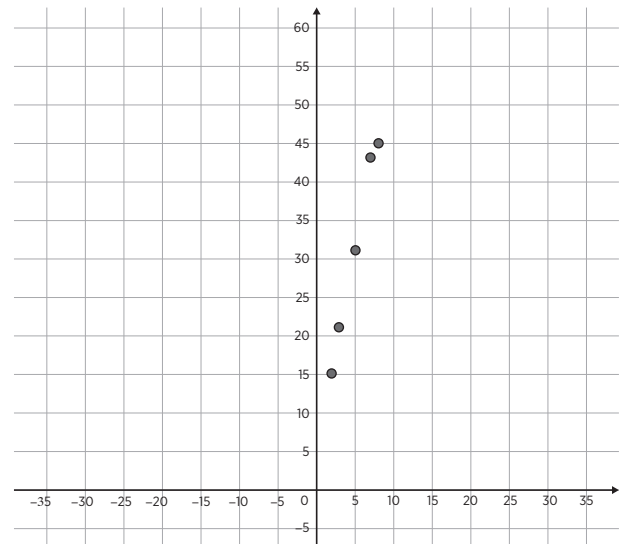
2. Ahora es una nube de puntos.



Entrénate

Páginas 192, 193, 194 y 195

1.



a Fuerte. **b** Positiva. **c** $\bar{x} = \frac{25}{5} = 5$; $\bar{y} = \frac{155}{5} = 31$;

$\sigma^2_x = \frac{151}{5} - 25 = 5,2$; $\sigma^2_y = \frac{5501}{5} - 961 = 139,2$.

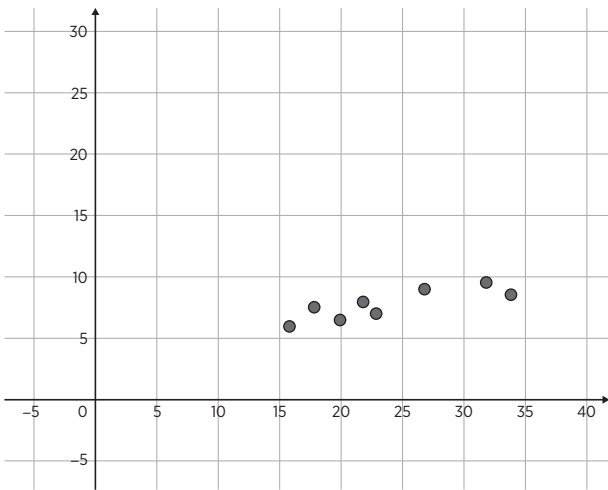
d $\sigma_{xy} = \frac{909}{5} - 5 \cdot 31 = 26,8$;

$r = \frac{26,8}{\sqrt{5,2} \cdot \sqrt{139,2}} = 0,996$.

e $y - 31 = \frac{26,8}{5,2} \cdot (x - 5)$.

f $y - 31 = \frac{26,8}{5,2} \cdot (10 - 5) \rightarrow y = 56,77 \text{ kg}$.

2. a



b Fuerte y positiva.

$$c \bar{x} = \frac{192}{8} = 24; \bar{y} = \frac{62}{8} = 7,75;$$

$$\sigma_x^2 = \frac{4902}{8} - 576 = 36,75;$$

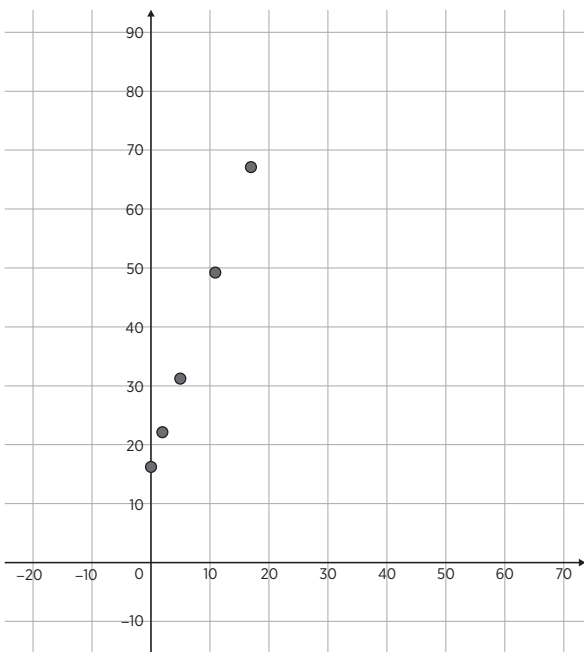
$$\sigma_y^2 = \frac{491}{8} - 60,063 = 1,312.$$

$$d \sigma_{xy} = \frac{1534}{8} - 24 \cdot 7,75 = 5,75;$$

$$r = \frac{5,75}{\sqrt{36,75} \cdot \sqrt{1,312}} = 0,828.$$

$$e y - 7,75 = \frac{5,75}{36,75} \cdot (x - 24).$$

3. a Los puntos están alineados.



b A que el peso que se le coloca en el resorte y el alargamiento de este son proporcionales.

$$c 1. d \bar{x} = \frac{35}{5} = 7; \bar{y} = \frac{185}{5} = 37;$$

$$\sigma_x^2 = \frac{439}{5} - 49 = 38,8; \sigma_y^2 = \frac{8591}{5} - 1369 = 349,2;$$

$$\sigma_{xy} = \frac{1877}{5} - 7 \cdot 37 = 116,4;$$

$r = \frac{116,4}{\sqrt{38,8} \cdot \sqrt{349,2}} = 1$. Se comprueba que el alargamiento y el peso son proporcionales.

$$e y - 37 = \frac{116,4}{38,8} \cdot (x - 7).$$

$$4. a \bar{x} = \frac{2 + 4 + a + 3 + 5}{5} = 3 \rightarrow a = 1.$$

$$b \bar{y} = \frac{8}{5} = 1,6; \sigma_x^2 = \frac{55}{5} - 9 = 2;$$

$$\sigma_y^2 = \frac{16}{5} - 2,56 = 0,64; \sigma_{xy} = \frac{29}{5} - 3 \cdot 1,6 = 1;$$

$$r = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{0,64}} = 0,884.$$

$$c y - 1,6 = \frac{1}{2} \cdot (x - 3).$$

$$5. 0,84 = \frac{\sigma_{xy}}{5 \cdot 10} \rightarrow \sigma_{xy} = 42.$$

Mates en contexto

Páginas 196, 197, 198 y 199

Contexto 1

1.

	Opción 1	Opción 2	Opción 3
Precio inicial	299 €	255,56 €	315 €
Descuento	15 %	10 %	25 %
Precio final	254,15 €	230 €	236,25 €
Gastos de envío	0 €	20 €	25 €
Total a pagar	254,15 €	250 €	261,25 €

La opción 2 es la más económica.

2. Pantalón + camisa →

$$\rightarrow \frac{100}{20} = \frac{(30 + 25)}{x} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 55}{100} = 11 \text{ € de descuento} \rightarrow (30 + 25) - 11 = 44 \text{ €}.$$

$$\text{Abrigo} \rightarrow \frac{100}{30} = \frac{50}{x} \rightarrow x = \frac{50 \cdot 30}{100} = 15 \text{ € de descuento} \rightarrow 50 - 15 = 35 \text{ €}.$$

$$\text{Pantalón + camisa + abrigo} = 44 + 35 = 79 \text{ €}.$$

Descuento del centro comercial:

$$\frac{100}{5} = \frac{79}{x} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 79}{100} = 3,95 \text{ €}.$$

$$\text{Total a pagar} = 79 - 3,95 = 75,05 \text{ €}.$$

Contexto 2

1. 6900 millones de habitantes.

$$2. (1+r)^3 = \frac{7130}{6900} = 1,03 \rightarrow 1+r = \sqrt[3]{1,03} = 1,011 \rightarrow r = 1,011 - 1 = 0,011.$$

$$3. P_t = 6900 \cdot (1+0,011)^n \text{ millones de habitantes.}$$

4. Creciente, ya que $1+r$ es mayor que 1.

$$5. P_{2050} = 6900 \cdot (1+0,011)^n = 10,57 \cdot 10^3 \text{ millones de habitantes.}$$

Contexto 3

1. Almohadas: x ; Mantas: y ; Edredones: z .

$$2. x + y + z = 200.$$

$$16x + 50y + 80z = 7500;$$

$$\text{m. c. d. } (16, 50, 80) = 2 \rightarrow 8x + 25y + 40z = 3750.$$

$$3. x = y + z.$$

$$4. x - y - z = 0.$$

Contexto 4

1. a 2. x = núm. de personas; y = núm. de días.

$$2. y = \frac{70}{x}.$$

$$3. x^2 + y^2 = 221; \begin{cases} x^2 + y^2 = 221 \\ y = \frac{70}{x} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 14; & y_1 = 5 \\ x_2 = -14; & y_2 = -5 \\ x_3 = 5; & y_3 = 14 \\ x_4 = -5; & y_4 = -14 \end{cases}$$

Se obtienen 4 soluciones. Las soluciones negativas no son válidas porque las incógnitas son personas y horas, y además está la condición de que no les interesa contratar a más de cinco personas. La única solución válida es $x = 5, y = 14$.

Unidad 9. Naturaleza y salud

1. Los «invisibles» al ojo humano

Contextos

Páginas 200 y 201

Contexto 1

1.

Decimal	Fracción	10^n	Prefijo	Símbolo
0,000001	$\frac{1}{1000000}$	10^{-6}	micro	μ
0,000000001	$\frac{1}{10^9}$	10^{-9}	nano	n
0,000000000001	$\frac{1}{10^{12}}$	10^{-12}	pico	p
0,000000000000001	$\frac{1}{10^{15}}$	10^{-15}	femto	f
0,000000000000000001	$\frac{1}{10^{18}}$	10^{-18}	atto	a
0,00000000000000000001	$\frac{1}{10^{21}}$	10^{-21}	zepto	z
0,0000000000000000000001	$\frac{1}{10^{24}}$	10^{-24}	yocto	y

- Penicillium chrysogenum*: entre 217500 y 328000 nm.
Lactobacillus casei: entre 1650 y 600 nm.
Virus de la gripe: entre 80 y 120 nm.
- Virus de la gripe < *Lactobacillus casei* < *Penicillium chrysogenum*.
- Penicillium chrysogenum* y *Lactobacillus casei*.
- Para el virus de la gripe.

Contexto 2

- $\frac{5 + 50}{2} = 27,5 \mu\text{m} = 27,5 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 0,00275 \text{ cm}$.
- $27,5 \cdot 10^{-4} \cdot 100 = 0,275 \text{ cm} = 0,275 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 0,00275 \text{ m}$.
- $x = \sqrt{10^{-12}} = 10^{-6} \text{ m}$.
- $L = 10^{-1} \cdot 10^{-6} \text{ m} = 10^{-7} \text{ m}$;
Área arquea = $(10^{-7})^2 = 10^{-14} \text{ m}^2$; $10^{-12} = n \cdot 10^{-14} \rightarrow$
 $\rightarrow n = \frac{10^{-12}}{10^{-14}} = 100 \text{ arqueas}$.
- $\frac{100}{5} = \frac{14 \cdot 10^6}{x} \rightarrow x = \frac{14 \cdot 5 \cdot 10^6}{100} = 700\,000 \text{ km}^2 = 700\,000 \cdot 10^6 \text{ m}^2 = 7 \cdot 10^{11} \text{ m}^2$.

Entrénate

Páginas 203, 204, 204 y 205

- a** $\frac{1}{81}$. **b** $\frac{1}{81}$. **c** $-\frac{1}{125}$. **d** $\frac{1}{125}$. **e** $\frac{7}{4}$.
f $\frac{49}{16}$. **g** -1. **h** -1. **i** $\frac{81}{625}$. **j** $\frac{81}{625}$.
- a** 4^{-3} . **b** 2^{13} . **c** 3^{-39} . **d** 10^{11} . **e** $2^{-20} \cdot 3^{-12}$. **f** 2^{-40} .
- Varias respuestas posibles. Por ejemplo:
a $5^{-6} = 5^{-2} \cdot 5^{-4} = \frac{5^4}{5^{10}} = (5^2)^{-3}$.
b $(-2)^{15} = (-2)^6 \cdot (-2)^9 = \frac{(-2)^7}{(-2)^{-8}} = ((-2)^3)^5$.
c $3^{-12} = 3^{-5} \cdot 3^{-7} = \frac{3^{-8}}{3^4} = (3^{-6})^2$.
d $(-2)^{-14} = (-2)^{-3} \cdot (-2)^{-11} = \frac{(-2)^{-4}}{(-2)^{10}} = ((-2)^{-2})^7$.
e $(-5)^{-21} = (-5)^{-10} \cdot (-5)^{-11} = \frac{(-5)^{-10}}{(-5)^{11}} = ((-5)^{-3})^7$.

$$\mathbf{f} \ 9^{12} = 9^2 \cdot 9^{10} = \frac{9^{15}}{9^3} = (9^2)^6.$$

$$\mathbf{4. a} \ 25^{10} = 25^2 \cdot 25^8 = \frac{25^4}{25^{-6}}.$$

$$\mathbf{b} \ 25^{-10} = 25^{-2} \cdot 25^{-8} = \frac{25^{-4}}{25^6}.$$

$$\mathbf{c} \ (-3)^{21} = (-3)^{15} \cdot (-3)^6 = \frac{(-3)^{12}}{(-3)^{-9}}.$$

$$\mathbf{d} \ 4^3 = 4^{-2} \cdot 4^5 = \frac{4^6}{4^3}.$$

$$\mathbf{e} \ 12^{23} = 12^{20} \cdot 12^3 = \frac{12^{50}}{12^{27}}.$$

$$\mathbf{5. a} \ 5^{-4}. \mathbf{b} \ 2^{-3}. \mathbf{c} \ 7^{-4}. \mathbf{d} \ 2^{-4} \cdot 3^2. \mathbf{e} \ 5^{-3} \cdot 7^{-4}. \mathbf{f} \ 2^3 \cdot 3^5.$$

$$\mathbf{6. a} \ \frac{3^{-4}}{1}. \mathbf{b} \ \frac{9^{10}}{1}. \mathbf{c} \ \frac{3}{4^2}. \mathbf{d} \ \frac{2^3}{5}. \mathbf{e} \ \frac{3}{7^{-4}}. \mathbf{f} \ \frac{7}{5^4}.$$

$$\mathbf{7. a} \ 3, 4 \cdot 10^{-6}. \mathbf{b.} \ 2,34 \cdot 10^{-5}. \mathbf{c} \ 2,345\,534\,12 \cdot 10^6. \mathbf{d} \ 2,13 \cdot 10^{10}. \mathbf{e} \ 5,4312 \cdot 10^2. \mathbf{f} \ 1,234\,567\,8 \cdot 10^8. \mathbf{g} \ 5 \cdot 10^{-9}.$$

$$\mathbf{8. a} \ \frac{1}{3} + \frac{1}{2^2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}.$$

$$\mathbf{b} \ \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{2^2} = \frac{7}{20}. \mathbf{c} \ \frac{9}{5} + \frac{1}{2^2} = \frac{9}{5} + \frac{1}{4} = \frac{36}{20} + \frac{5}{20} = \frac{41}{20}.$$

2. Cómo medir distancias inaccesibles

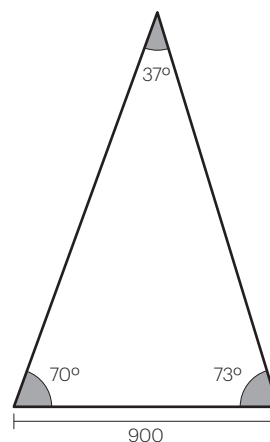
Contextos

Páginas 206 y 207

Contexto 1

$$\mathbf{1. a} \ \widehat{ACB} + 73^\circ + 70^\circ = 180^\circ \rightarrow \widehat{ACB} = 37^\circ.$$

b



Contexto 2

1. **a** $\tan(\widehat{CAB}) = \frac{h}{900-x}$. **b** $\tan(\widehat{ABC}) = \frac{h}{x}$.

c $\tan(70^\circ) = 2,7475$; $\tan(73^\circ) = 3,2709$.

d Sí. $\begin{cases} 2,7475 = \frac{h}{900-x} \\ 3,2709 = \frac{h}{x} \end{cases}$

Resolvemos el sistema por el método de igualación:

$$\begin{cases} h = 2,7475 \cdot (900 - x) \\ h = 3,2709 \cdot x \end{cases}$$

$$2,7475 \cdot (900 - x) = 3,2709 \cdot x \rightarrow \\ \rightarrow 2472,75 - 2,7475x = 3,2709x \rightarrow x = 410,87$$

Luego: $h = 3,2709 \cdot 410,87 = 1343,90$ m.

El cateto que falta mide:

$$900 - x = 900 - 410,87 = 489,13 \text{ m.}$$

Entrénate

Páginas 208, 209, 210 y 211

1. **a** $21^\circ + \hat{C} = 90^\circ \rightarrow \hat{C} = 69^\circ$; $a = 19,55$ cm;
 $19,55^2 = 7^2 + c^2 \rightarrow c = 18,25$ cm.

b $62^\circ + \hat{C} = 90^\circ \rightarrow \hat{C} = 28^\circ$; $a = 15,91$ cm;
 $15,91^2 = 14^2 + c^2 \rightarrow c = 7,56$ cm.

2. **a** $C = 55^\circ$; $0,574 = \frac{b}{12} \rightarrow b = 6,88$ cm;

$$0,819 = \frac{c}{12} \rightarrow c = 9,83 \text{ cm.}$$

b $B = 68^\circ$; $2,475 = \frac{b}{11} \rightarrow b = 27,23$ cm;

$$27,23^2 + 11^2 = a^2 \rightarrow a = \sqrt{862,47} = 29,37 \text{ cm.}$$

3. No, en un triángulo rectángulo tenemos un ángulo de 90° , por lo que entre los otros dos ángulos tienen que sumar otros 90° . Por lo tanto, es imposible construir un triángulo rectángulo con un ángulo mayor de 90° .

4. $\tan \alpha = \frac{6}{8} = 0,75 \rightarrow \alpha = \arctan(0,75) = 36,87^\circ$;

$$\beta = 2 \cdot 36,87^\circ = 73,74^\circ.$$

El otro ángulo que se forma medirá:

$$180^\circ - 73,74^\circ = 106,26^\circ.$$

5. $\cos \alpha = \frac{10}{26} = 0,385 \rightarrow \alpha = \arccos(0,385) = 67,38^\circ$

$$67,38^\circ + 67,38^\circ + \beta = 180^\circ \rightarrow \beta = 45,24^\circ.$$

6. $h = \sqrt{64} = 8$ cm; $B = \sqrt{15^2 - 8^2} = 12,69$ cm;
 $S = \frac{12,69 + 6}{2} \cdot 8 = 74,75$ cm².

7. $\alpha = 36^\circ$; $\beta = \frac{36}{2} = 18^\circ$; $x = 1,24$ cm;
 $l = 2 \cdot 1,24 = 2,48$ cm; $P = 10 \cdot 2,48 = 24,8$ cm.

8. $\alpha = 45^\circ$; $\beta = \frac{45}{2} = 22,5^\circ$; $x = 1,33$ cm;
 $l = 2 \cdot 1,33 = 2,66$ cm; $P = 8 \cdot 2,66 = 21,28$ cm.

9. $a = 2,54$ cm; $0,906 = \frac{b}{6} \rightarrow b = 5,44$ cm;
 $P = 2 \cdot 2,54 + 2 \cdot 5,44 = 15,95$ cm;
 $A = 2,54 \cdot 5,44 = 13,79$ cm².

10. $\tan\left(\frac{84}{2}\right) = 0,869 = \frac{3}{h} \rightarrow h = 3,45$ cm;

$$A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3,45 = 10,35 \text{ cm}^2.$$

11. **a** $0,407 = \frac{h}{6} \rightarrow h = 2,44$ cm;

$$A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2,44 = 9,76 \text{ cm}^2.$$

b $\sin(180^\circ - 120^\circ) = 0,866 = \frac{h}{5} \rightarrow h = 4,33$ cm;

$$A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4,33 = 17,32 \text{ cm}^2.$$

12. $0,588 = \frac{h}{32} \rightarrow h = 18,81$ m.

13. $0,675 = \frac{300}{d} \rightarrow d = 444,77$ m.

14. $\tan(44^\circ) = \frac{h}{x} = 0,966 \rightarrow h = 0,966 \cdot x$;

$$\tan(29^\circ) = \frac{h}{400-x} = 0,554 \rightarrow h = 0,554 \cdot (400-x)$$

Igualando tenemos:

$$0,966x = 0,554(400-x) \rightarrow$$

$$\rightarrow (0,966 + 0,554)x = 0,554 \cdot 400 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{0,554 \cdot 400}{0,966 + 0,554} = 145,87 \text{ m.}$$

Entonces: $h = 0,966 \cdot 145,87 = 140,87$ m.

3. ¿Estoy enfermo?

Contextos

Páginas 212 y 213

Contexto 1

1. a A 5000. b 100. c 4900.

Contexto 2

1. a $\frac{83}{100} = 0,83$. b $\frac{4827}{4900} = 0,985$.

2. a $\frac{83}{156} = 0,532$. b $\frac{4827}{4844} = 0,996$.

Entrénate

Páginas 214, 215, 216 y 217

1. Casos favorables = 13; casos posibles = 40;

$$P = \frac{13}{40} = 0,325.$$

2. Casos favorables = x ; casos posibles = $2x$;

$$P = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

3. a Casos favorables = 0; casos posibles = 36;

$$P = \frac{0}{36} = 0.$$

- b Casos favorables = 1; casos posibles = 36;

$$P = \frac{1}{36} = 0,2\hat{7}.$$

- c Casos favorables = 6; casos posibles = 36;

$$P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} = 0,1\hat{6}.$$

- d Casos favorables = 5; casos posibles = 36;

$$P = \frac{5}{36} = 0,13\hat{8}.$$

4. No, porque $P(E)$ tiene que ser 1.

5. Casos favorables = $3x$; casos posibles = $4x$;

$$P = \frac{3x}{4x} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

6. Casos favorables = 12; casos posibles = 30;

$$P = \frac{12}{30} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

7. Casos favorables = 6; casos posibles = 6;

$$P = \frac{6}{6} = 1.$$

8. $P(\text{Informática y Matemáticas}) = 0,9 \cdot 0,8 = 0,72$.

9. $P(\text{dos figuras}) = \frac{12}{40} \cdot \frac{11}{39} = \frac{11}{130} = 0,085$.

10. Casos favorables = 4; casos posibles = 1;

$$P = \frac{1}{4} = 0,25.$$

11. a $P(51) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{20} = 0,05$.

b $P(<30) = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{4} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5} = 0,4$.

c $P(2 \text{ bolas pares}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$;

$$P(2 \text{ bolas impares}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$
;

$$P(\text{suma par}) = \frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

12. a $P(51) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{25} = 0,04$.

b $P(<30) = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{5} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} = 0,4$.

c $P(2 \text{ bolas pares}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25} = 0,16$;

$$P(2 \text{ bolas impares}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25} = 0,36$$
;

$$P(\text{suma par}) = \frac{4}{25} + \frac{9}{25} = \frac{13}{25} = 0,52.$$

13. $P(\text{espadas}) = \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{40} = \frac{1000}{64\ 000} = \frac{1}{64} = 0,0156$;

$$P(\text{mismo palo}) = 4 \cdot \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{40} = \frac{4000}{64\ 000} = \frac{1}{16} = 0,0625.$$

14. $P(\text{espadas}) = \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} \cdot \frac{8}{38} = \frac{720}{59\ 280} = \frac{3}{247} = 0,0121$;

$$P(\text{mismo palo}) = 4 \cdot \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} \cdot \frac{8}{38} = \frac{2880}{59\ 280} = \frac{12}{247} = 0,0486.$$

15. $P(\text{Pilar}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$; $P(\text{Salva}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$;

ambos tienen la misma probabilidad de ganar.

16. Casos favorables = 4; casos posibles = 12;

$$P = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} = 0,3\hat{3}.$$

17. $P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \rightarrow$

$$\rightarrow 0,3 + 0,1 + 0,2 + 0,1 + a + b = 1;$$

$$0,3 + 0,1 + 0,2 + 0,1 + 2b + b = 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow b = 0,1 \rightarrow a = 2 \cdot 0,1 = 0,2;$$

$$P(\text{par}) = 0,1 + 0,1 + 0,1 = 0,3.$$

Mates en contexto

Páginas 218, 219, 220 y 221

Contexto 1

1. Electrón < Neutrón < Protón.

2. $\frac{1,64 \cdot 10^{-27}}{9,11 \cdot 10^{-31}} = 1800,3.$

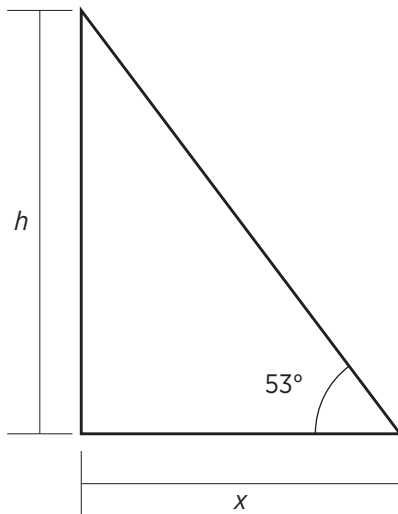
3. $1 \text{ uma} = 1,67 \cdot 10^{-24} \text{ g} = 1,67 \cdot 10^{-24} \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$

4. **a** $m_{\text{cromo}} = 24 \cdot 1,672 \cdot 10^{-27} + 24 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} + 28 \cdot 1,64 \cdot 10^{-27} = 8,61 \cdot 10^{-26} \text{ kg}.$

b $m_{\text{mercurio}} = 80 \cdot 1,672 \cdot 10^{-27} + 80 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} + 121 \cdot 1,64 \cdot 10^{-27} = 3,32 \cdot 10^{-25} \text{ kg}.$

Contexto 2

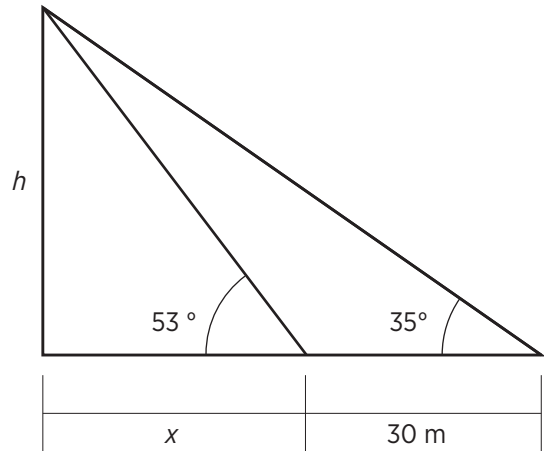
1.



a No, se necesitan como mínimo tres datos para resolver un triángulo, y solo conocemos dos ángulos.

b Sí. $\tan(53^\circ) = \frac{30}{x} \rightarrow x = \frac{30}{1,327} = 22,61 \text{ m}.$

2. Dos.



Contexto 3

1. **a** Casos favorables = 50; casos posibles = 350;

$$P = \frac{50}{350} = 0,1429.$$

b Casos favorables = 90; casos posibles = 350;

$$P = \frac{90}{350} = 0,2571.$$

c Casos favorables (moto y no ir a clase) = 10;

casos posibles = 350; $P(\text{moto y no ir a clase}) =$

$$= \frac{10}{350} \quad P(\text{moto, no ir a clase y aprobar}) =$$

$$= \frac{10}{350} \cdot \frac{20}{100} = \frac{1}{175} = 0,0057.$$

d $P(\text{no ir a clase}) = \frac{90}{350} + \frac{10}{350} = \frac{2}{7} = 0,2857.$

e $P = \frac{210}{350} \cdot (100 - 80) \% + \frac{40}{350} \cdot (100 - 70) \% =$
 $= \frac{210}{350} \cdot \frac{20}{100} + \frac{40}{350} \cdot \frac{30}{100} = \frac{3}{25} + \frac{6}{175} = \frac{27}{175} = 0,1543.$

f $P = \frac{210}{350} \cdot 80 \% + \frac{90}{350} \cdot 15 \% + \frac{40}{350} \cdot 70 \% +$
 $+\frac{10}{350} \cdot 20 \% = \frac{210}{350} \cdot \frac{80}{100} + \frac{90}{350} \cdot \frac{15}{100} +$
 $\frac{40}{350} \cdot \frac{70}{100} + \frac{10}{350} \cdot \frac{20}{100} \rightarrow$

$$P = \frac{12}{25} + \frac{27}{700} + \frac{2}{25} + \frac{1}{175} = \frac{423}{700} = 0,6043.$$

Contexto 4

1. Los alumnos dan su opinión.
2. Los alumnos dan su opinión.
3. Los alumnos dan su opinión.

4. **a** $P(\text{no coincidan}) = \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} = 0,9918;$

$$P(\text{coincidan}) = 1 - 0,9918 = 0,0082.$$

b $P(\text{no coincidan}) = \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \frac{362}{365} = 0,9836;$

$$P(\text{coincidan}) = 1 - 0,9836 = 0,0164.$$

c $P(\text{no coincidan}) = \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \dots \cdot \frac{306}{365} \approx 0;$

$$P(\text{coincidan}) = 1 - 0 = 1.$$