

Solucionari

Unitat 1. Matemàtiques per a la democràcia

1. Funcions «democràtiques»

Context

Pàgines 4 i 5

Context 1

1. $350 - 2 \cdot 50 - 1 \cdot 2 = 248$ escons
2. $a \ 0 \leq x \leq 249$. $b \ 2 \leq x \leq 4$. $c \ 5 \leq x \leq 13$.

Context 2

1. $\frac{47\ 007\ 408}{248} = 189\ 546$ habitants/escó.

Per aconseguir 7 escons: $7 \cdot 189\ 546 = 1\ 326\ 822$ habitants.

Per aconseguir 13 escons: $13 \cdot 189\ 546 = 2\ 464\ 098$ habitants.

Les províncies seran aquelles que tinguin $1\ 326\ 822 \leq x \leq 2\ 464\ 098$ habitants, és a dir: Alacant, Múrcia, Sevilla i Màlaga.

2. Madrid: $\frac{6\ 587\ 711}{189\ 546} = 34,755 \rightarrow 34$ escons;
Múrcia: $\frac{1\ 479\ 098}{189\ 546} = 7,803 \rightarrow 7$ escons.

Entrena't

Pàgines 6, 7, 8, 9 i 10

1. a



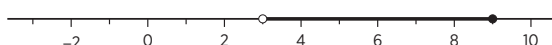
b



c



d



e



2. $(-\infty, 5) \rightarrow 5 > x$; $(5, \infty) \rightarrow 5 < x$; $[5, \infty) \rightarrow 5 \leq x$; $(-\infty, 5] \rightarrow 5 \geq x$.

3. Donats dos **interval**s, la seva **unió** (\cup) és un conjunt de **nombres** reals que resulta d'**ajuntar** tots dos intervals, i la seva **intersecció** (\cap). És el conjunt de nombres reals que tenen en **comú**.

4. $A \cup B = (-4, 9)$; $A \cap B = [2, 7]$.

5. **a** $2 \leq x \leq 11$. **b** $-5 < x \leq 8$. **c** $-4 < x < 0$. **d** $x > 4$.
e $-3 \leq x < 3$. **f** $x \leq -6$.

6. **a** $[-5, 8)$. **b** $(-7, -1]$. **c** $(-2, 6)$. **d** $(3, \infty)$. **e** $[-5, 4]$.
f $[0, \infty)$.

7. **a** $(3, 4]$. **b** $(-2, 0)$.

8.

Interval	Desigualtat	Gràfic
$(-3, 7)$	$-3 < x < 7$	
$(-2, 3]$	$-2 < x \leq 3$	
$(-\infty, -1)$	$x < -1$	
$(-4, 4)$	$-4 < x < 4$	
$[7, \infty)$	$x \geq 7$	

9. **a** Domini: $(-\infty, \infty)$; recorregut: $(-\infty, 2,8)$.

b Domini: $(-\infty, \infty)$; recorregut: $(-\infty, \infty)$.

10. Resposta oberta. Perquè no siguin funcions, per a un mateix valor de x hi ha d'haver diferents valors de y , per exemple:

a

x	2	1	0	2
y	4	6	8	3

b

x	-3	-1	1	-1
y	-6	-2	2	2

11. **a** Màxim relatiu en $(-0,4, 2,8)$. **b** Màxim relatiu en $(-1,1, 1,1)$ i mínim relatiu en $(0,1, -1,1)$.

12. En tallar l'eix d'abscisses en $y = 0$. Per trobar els punts de tall, igualem la funció a 0:
 $7x + 14 = 0 \rightarrow x = \frac{-14}{7} = -2 \rightarrow$ Talla l'eix X en $(-2, 0)$.

En tallar l'eix d'ordenades en $x = 0$. Per trobar els punts de tall, substituïm x per 0:
 $f(x) = 7 \cdot 0 + 14 = 14 \rightarrow$ Talla l'eix Y en $(0, 14)$.

b En tallar l'eix d'abscisses en $y = 0$. Per trobar els punts de tall, igualem la funció a 0:

$$2x^2 + x - 15 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-15)}}{2 \cdot 2} =$$

$$= \frac{-1 \pm 11}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-1 + 11}{4} = \frac{5}{2} \\ x_2 = \frac{-1 - 11}{4} = -3 \end{cases} \rightarrow$$

\rightarrow Talla l'eix X en $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$ i en $(-3, 0)$.

En tallar l'eix d'ordenades en $x = 0$. Per trobar els punts de tall, substituïm x per 0: $f(x) = 2 \cdot 0^2 + 0 - 15 = -15 \rightarrow$ Talla l'eix Y en $(0, -15)$.

c En tallar l'eix d'abscisses en $y = 0$. Per trobar els punts de tall, igualem la funció a 0:

$$\frac{x+4}{2x} = 0 \rightarrow x+4=0 \rightarrow x=-4 \rightarrow \text{Talla l'eix } X \text{ en } (-4, 0).$$

En tallar l'eix d'ordenades en $x = 0$. Per trobar els punts de tall, substituïm x per 0: $f(x) = \frac{0+4}{2 \cdot 0} \rightarrow$

No hi ha solucions reals de y per a $x = 0$, és a dir, no talla l'eix Y .

d En tallar l'eix d'abscisses en $y = 0$. Per trobar els punts de tall, igualem la funció a 0:

$$\frac{1-x^2}{x+3} = 0 \rightarrow 1-x^2=0 \rightarrow x=\sqrt{1} \rightarrow \begin{cases} x_1=1 \\ x_2=-1 \end{cases} \rightarrow$$

Talla l'eix X en $(1, 0)$ i en $(-1, 0)$.

En tallar l'eix d'ordenades en $x = 0$. Per trobar els punts de tall, substituïm x per 0:

$$f(x) = \frac{1-0^2}{0+3} = \frac{1}{3} \rightarrow \text{Talla l'eix } Y \text{ en } \left(0, \frac{1}{3}\right).$$

13. a Els valors són -2 i 2 .

b No són nombres reals, ja que s'obté un quocient amb denominador 0.

c No.

d Tots menys -2 i 2 .

e $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$.

14. a No és un quocient; per tant, $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$.

b No és un quocient; per tant, $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$.

c Els valors de x per als quals el denominador és 0 no formen part del domini. Per tant: $x-5=0 \rightarrow x=5 \rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{5\}$.

d Els valors de x per als quals el denominador és 0 no formen part del domini. Per tant:

$$x^2 + 32x = 0 \rightarrow x(x+32) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ x+32=0 \rightarrow x_2=-32 \end{cases} \rightarrow$$

$\rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-32, 0\}$.

15. a No és un quocient; per tant, $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$.

b No és un quocient; per tant, $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$.

c Els valors de x per als quals el denominador és 0 no formen part del domini. Per tant:

d Els valors de x per als quals el denominador és 0 no formen part del domini. Per tant:

$$3x+6=0 \rightarrow x=\frac{-6}{3}=-2 \rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-2\}.$$

e Els valors de x per als quals el denominador és 0 no formen part del domini. Per tant:

$$x^2-1=0 \rightarrow x=\sqrt{1}=\pm 1 \rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-1, 1\}.$$

f Els valors de x per als quals el denominador és 0 no formen part del domini. Per tant:

$$3x^2-6x=0 \rightarrow x(3x-6)=0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ 3x-6=0 \rightarrow x_2=2 \end{cases} \rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0, 2\}.$$

$$16. \text{ a } \text{TVM} = \frac{17-4}{2-1} = 13 \rightarrow \text{Creix.}$$

$$\text{b } \text{TVM} = \frac{1-0}{1-0} = 1 \rightarrow \text{Creix.}$$

$$\text{c } \text{TVM} = \frac{4-(-6)}{1-(-1)} = 5 \rightarrow \text{Creix.}$$

$$\text{d } \text{TVM} = \frac{17-4}{2-1} = 13 \rightarrow \text{Creix.}$$

2. Votem

Context

Pàgines 11 i 12

Context 1

1.

Rang d'edat	Homes	Dones	Total
18 a 24	63 273	98 741	162 014
25 a 34	113 253	133 126	246 379
35 a 44	128 958	124 948	253 906
45 a 54	110 194	108 724	218 918
55 a 64	91 694	106 066	197 760
65 a 74	82 767	92 176	174 943
75 i més	42 644	55 095	97 739
Total	632 783	718 876	1 351 659

2. De 35 a 44 anys.

3. De 75 anys i més.

Context 2

1. a

$$\frac{431\,753 + 1\,032\,867 + 1\,088\,630 + 1\,192\,842 + 1\,493\,368}{19\,031\,626 + 17\,866\,817} \cdot 100 = 14,2\%$$

$$\cdot 100 = 14,2\%$$

$$\text{b } \frac{1\,088\,630 + 1\,139\,958}{19\,031\,626 + 17\,866\,817} \cdot 100 = 6,04\%.$$

c Dones: $Mo = [40, 45)$. Homes: $Mo = [40, 45)$.

$$\text{d } \frac{19\,031\,626}{19\,031\,626 + 17\,866\,817} \cdot 100 = 51,58\%.$$

$$\mathbf{e} \ [30, 35): \bar{x} = \frac{30 + 35}{2} = 32,5; [45, 50):$$

$$\bar{x} = \frac{45 + 50}{2} = 47,5; [70, 75):$$

$$\bar{x} = \frac{70 + 75}{2} = 72,5; [85, 87): \bar{x} = \frac{85 + 87}{2} = 86.$$

Entrena't








Pàgines 13, 14, 15 i 16

1. **a** Quantitativa contínua. **b** Qualitativa. **c** Quantitativa discreta. **d** Qualitativa. **e** Quantitativa contínua. **f** Quantitativa contínua. **g** Quantitativa discreta. **h** Qualitativa.

2. **a**

x_i	f_i
0	11
1	6
2	6
3	2
4	2
5	2
6	1

b

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

3. **a** Població. **b** Mostra. **c** Població. **d** Mostra. **e** Mostra. **f** Població.

4. Total = 135 000 + 115 000 = 250 000 electors.

$$\text{Dones: } \frac{135\,000}{250\,000} \cdot 500 = 270;$$

$$\text{Homes: } \frac{115\,000}{250\,000} \cdot 500 = 230.$$

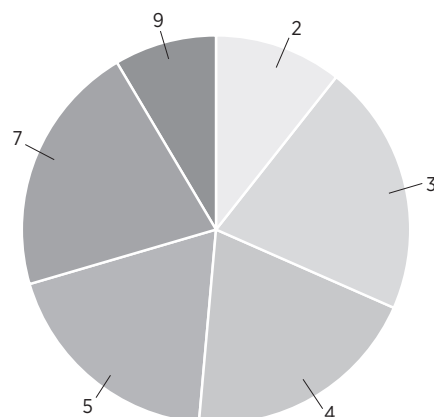
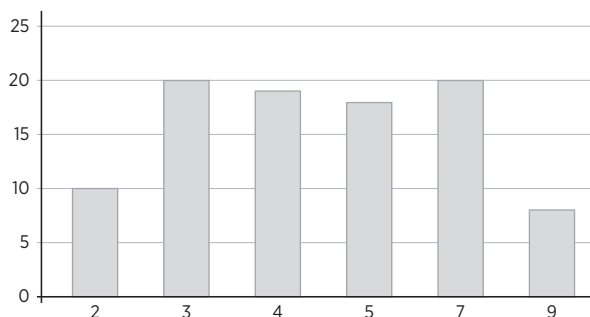
$$\mathbf{5.} \quad \bar{x} = \frac{1 \cdot 9 + 2 \cdot 19 + 3 \cdot 18 + 4 \cdot 17 + 5 \cdot 20 + 6 \cdot 37}{9 + 19 + 18 + 17 + 20 + 37} = 4,09.$$

$$\mathbf{6.} \quad \mathbf{a} \ N = 10 + 20 + 19 + 18 + 20 + 8 = 95.$$

b

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 10 + 3 \cdot 20 + 4 \cdot 19 + 5 \cdot 18 + 7 \cdot 20 + 9 \cdot 8}{95} = 4,82; Mo = 3 \text{ y } 7; Me = 4.$$

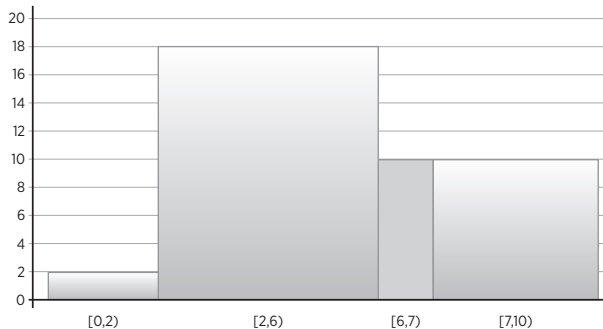
c



7. **a** [2, 6).

$$\mathbf{b} \quad \bar{x} = \frac{2 \cdot 1 + 18 \cdot 4 + 10 \cdot 6,5 + 10 \cdot 8,5}{40} = 5,6.$$

c



8. $Mo = [4, 6); Me = [4, 6);$

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 1 + 9 \cdot 3 + 15 \cdot 5 + 7 \cdot 7 + 5 \cdot 9}{40} = 5.$$

Mates en context

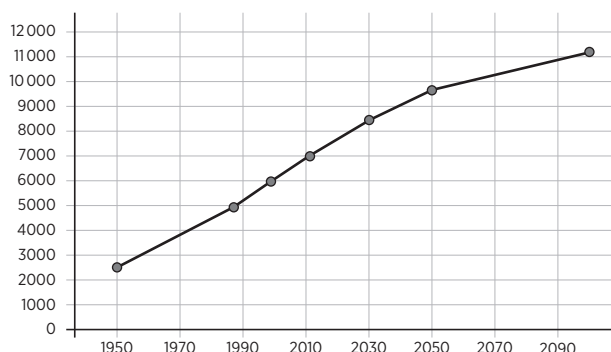
Pàgines 17, 18 i 19

Context 1

1.

Any	Població (milions hab.)
1950	2600
1987	5000
1999	6000
2011	7000
2030	8500
2050	9700
2100	11200

2.



Context 2

1. C's: $TVM = \frac{11 - 11}{26 - 11} = 0$

Podemos: $TVM = \frac{30 - 38}{26 - 11} = -0,5\hat{2}$

PP: $TVM = \frac{7 - 13}{26 - 11} = -0,4$

PSOE: $TVM = \frac{18 - 17}{26 - 11} = 0,0\hat{6}$

Vox: $TVM = \frac{38 - 19}{26 - 11} = 1,2\hat{6}$

2. Vox.

Context 3

- Domini: $(-10, 90)$; Recorregut: $(10, 90)$.
- Creixement: $(0, 5) \cup (15, 60)$.
Decreixement: $(5, 15) \cup (60, 80)$.
- Una persona diabètica només té una fase d'alliberament d'insulina.
- Creixement: $(0, 52)$. Decreixement: $(52, 87)$.

Context 4

1.

	Homes	Dones
15 a 24	2,84	1,73
25 a 44	2,11	1,59
45 a 65	1,74	1,62
+ 65	1,61	1,15

2. Cada dia de la setmana \rightarrow Homes: $Mo = +65$; Dones: $Mo = 45$ a 64 .

Un o dos dies a la setmana \rightarrow Homes: $Mo = 25$ a 44 ; Dones: $Mo = 15$ a 24 .

Unitat 2. Històries amb nombres

1. El camí de les equacions a través de la història

Contextos

Pàgines 20 i 21

Context 1

1. $x_1 = 5, x_2 = -\frac{1}{2}$

Equació factoritzada: $2 \cdot (x - 5) \cdot (x + \frac{1}{2}) = 0$

2. Resposta oberta. L'equació ha de ser de la forma

$a \cdot (x - 3) \cdot (x + \frac{1}{3}) = 0$, en què $a \neq 0$.

Context 2

- 0; x .
- $x \cdot (x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6) = 0$
- La relació és que les arrels enteres d'una equació polinòmica són divisors del seu terme independent.
Possibles arrels: $\{\pm 6, \pm 3, \pm 2, \pm 1\}$.
- 5: no, atès que no és divisor de 6.
7: no, atès que no és divisor de 6.
- $P(x_1) = 0$; $P(x) = x \cdot (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3) \cdot (x + 1)$.

Entrena't

Pàgines 22, 23, 24 i 25

- Resposta oberta. L'equació ha de ser de la forma $a \cdot (x + 1) \cdot (x - 2) = 0$, en què $a \neq 0$. Per exemple: $3 \cdot (x + 1) \cdot (x - 2) = 0 \rightarrow 3x^2 - 3x - 6 = 0$.
- a** $P(-3) = 2 \cdot (-3)^3 - 4 \cdot (-3)^2 + 1 = -89$.
b $P(1) = 3 \cdot 1^3 + 6 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 = 13$.
- a** $P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 4 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + m = 3 \rightarrow m = 4$. **b** $P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 4 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + m = 5 \rightarrow m = 6$. **c** $P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 4 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + m = 0 \rightarrow m = 1$. **d** $P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 4 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + m = 2m - 2 \rightarrow m = 1$.

4. $P(x) = (x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x+4)$; $P(x) = x^4 - x^3 - 12x^2 + 28x - 16$.

5. El grau d'un polinomi és el més gran dels graus dels monomis que el formen. El valor numèric d'un polinomi és el resultat de substituir les lletres per nombres i efectuar les operacions.

6. a 4. b 3. c 23.

7. a $\frac{(x-2) \cdot (x-3)}{x \cdot (x-3)} = \frac{x-2}{x}$.

b $\frac{(x+2) \cdot (x-3) \cdot (x-4)}{(x+1)^2 \cdot (x+2) \cdot (x-3)} = \frac{x-4}{(x+1)^2}$.

c $\frac{(x+1) \cdot (x+2) \cdot (x-2)}{(x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+3)^2} = \frac{x-2}{(x+3)^2}$.

8. a m. c. d. = 1; m. c. m. = $x \cdot (x-4) \cdot (x-2) \cdot (x-10)$.

b m. c. d. = $(x+2) \cdot (x-5)$; m. c. m. = $(x+2)^2 \cdot (x-5)$.

c m. c. d. = $(x+2)$; m. c. m. = $(x-1)^2 \cdot (x+2)^3$.

9. Teorema del **residu**: el residu (R) de la **divisió** d'un polinomi $P(x)$ entre **$(x-a)$** és igual al valor numèric del polinomi a **$x=a$** . És a dir, $R = P(a)$.

Teorema del **factor**: si el valor numèric del **polinomi** $P(x)$ a $x=a$ és 0, aleshores, pel teorema **anterior**, el residu és 0 i $P(x) = C(x) \cdot (x-a)$, de manera que $x-a$ és un factor de **$P(x)$** .

10. a V. b F. c F.

11. a $x_1 = 0, x_2 = 4, x_3 = -4$. b $x_1 = 0, x_2 = 3, x_3 = 4, x_4 = -4$. c $x_1 = 0, x_2 = 1$. d $x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{4}; x_3 = \frac{1}{2}$. e $x_1 = 2, x_2 = 3, x_3 = 7, x_4 = -12$.

12. Assignant els nombres de l'1 al 5 a cada equació i les lletres a-e a cada parell de solucions, tenim: 1-b, 2-d, 3-e, 4-a, 5-c.

2. Mesurem el que és inaccessible

Context

Pàgines 26 i 27

Context 1

1. La relació de proporció.

2. $\frac{5}{15} = \frac{7}{x} \rightarrow x = 21$.

3. $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$.

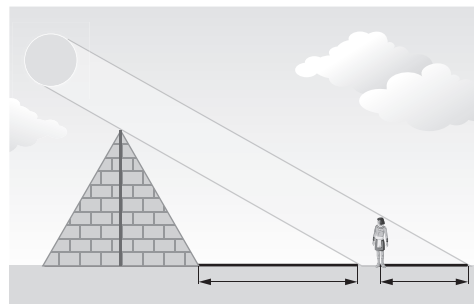
4. Que els costats del rectangle petit facin un terç dels costats del triangle gran.

5. $\frac{24}{72} = \frac{1}{3}$.

6. Sí.

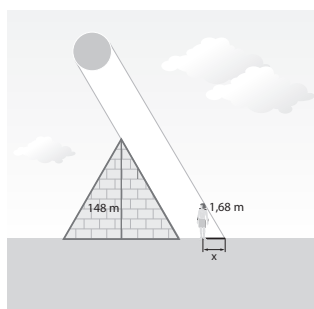
Context 2

1.



$$\frac{\frac{234}{2} + 31}{x} = \frac{1,68}{1,68} \rightarrow x = \frac{234}{2} + 31 = 148 \text{ m}$$

2.



$$\frac{148}{234/2} = \frac{1,68}{x} \rightarrow x = 1,33 \text{ m.}$$

Entrena't

Pàgines 28, 29, 30 i 31

1. a Rectangle. b Obtusangle. c Rectangle. d Rectangle. e Obtusangle. f Obtusangle. g Acutangle. h Obtusangle.

2. a Sí. b No. c Sí. d Sí. e No. f Sí. g No. h Sí.

3. a $c = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ cm.}$

b $c = \sqrt{20^2 + 21^2} = 29 \text{ cm.}$

c $c = \sqrt{65^2 + 72^2} = 97 \text{ cm.}$

d $c = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25 \text{ cm.}$

e $c = \sqrt{48^2 + 53^2} = 71,51 \text{ cm.}$

f $c = \sqrt{33^2 + 56^2} = 65 \text{ cm.}$

4. a $a = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ cm.}$

b $a = \sqrt{65^2 - 63^2} = 16 \text{ m.}$

c $a = \sqrt{37^2 - 35^2} = 12 \text{ cm.}$

d $a = \sqrt{113^2 - 112^2} = 15 \text{ mm.}$

5. **a** $\frac{10}{15} = \frac{12}{18} = \frac{15}{22,5} \rightarrow$ Són semblants perquè els seus costats són proporcionals.

b $\hat{C} = 180 - 60 - 20 = 100^\circ \rightarrow$ Són semblants perquè tenen els angles iguals.

c $\frac{8}{20} = \frac{7}{17,5} \rightarrow$ Són semblants perquè tenen un angle igual i els costats que el formen són proporcionals.

6. **a** $k = \frac{1}{2}$; $b' = 2,5$ cm; $c' = 3$ cm.

b $k = \frac{2}{5}$; $a' = 0,8$ cm; $c' = 2,4$ cm.

c $k = \frac{18}{6} = 3$; $a' = 6$ cm, $b' = 15$ cm.

d $k = \frac{6}{2} = 3$; $b' = 15$ cm; $c' = 18$ cm.

7. **a** $k = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$. **b** $k = \frac{4}{3}$.

8. $\frac{120 - 70}{120} = \frac{x}{60} \rightarrow x = 25$ cm.

9. $\frac{x}{3} = \frac{4}{10} \rightarrow x = \frac{3 \cdot 4}{10} = 1,2$; $\frac{1,6}{y} = \frac{4}{10} \rightarrow y = \frac{1,6 \cdot 10}{4} = 4$.

10. $\frac{9}{15} = \frac{6}{x} \rightarrow x = \frac{6 \cdot 15}{9} = 10$;

$$\frac{20 + 85}{85} = \frac{x}{34} \rightarrow x = \frac{34 \cdot (20 + 85)}{85} = 42.$$

11. $1,68$ m = 168 cm; $\frac{168}{96} = \frac{x}{88} \rightarrow x = \frac{168 \cdot 88}{96} = 154$ cm = $1,54$ m.

12. $\frac{1,5}{0,3} = \frac{x}{2} \rightarrow x = \frac{1,5 \cdot 2}{0,3} = 10$ m.

3. Agrupem gent

Context

Pàgines 32 i 33

Context 1

1. **a** 25. **b** 10. **c** 8. **d** 3. **e** 10.

2. Els que suspelen les dues assignatures pertanyen a dos grups alhora.

Context 2

1. $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$.

2. $S_n = \frac{1 + (2n - 1)}{2} \cdot n = n \cdot n = n^2$.

Entrena't

Pàgines 34, 35, 36 i 37

1. **a** Resposta oberta. Per exemple, que surti un nombre senar i que surti un nombre més petit que 12. **b** Resposta oberta. Per exemple, que surti un nombre parell i que surti un nombre més gran que 8. **c** Treure un nombre de dues xifres. **d** Esdeveniment segur.

2. **a** $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. **b** $A \cup C = \{1, 3, 5, 6\}$. **c** $A - B = \{1\}$. **d** $\bar{A} = \{2, 4, 6\}$. **e** $\overline{A \cap B} = \{1, 2, 4, 6\}$. **f** $(A \cup B) - C = \{1, 2, 3, 4\}$.

3. Si es tenen dos o més esdeveniments, també s'hi pot operar:

• **Unió** d'esdeveniments: és l'**esdeveniment** format pels esdeveniments elementals d'**aquests** esdeveniments inicials. S'escriu amb el signe \cup .

• **Intersecció** d'esdeveniments: és l'esdeveniment format pels **esdeveniments** elementals **comuns** a tots els esdeveniments inicials. S'escriu amb el signe \cap .

• **Resta** d'esdeveniments: és l'esdeveniment format pels esdeveniments elementals de **A** **exclusos** els elements possibles de **B**. S'escriu amb el signe $-$.

4. **a** $A \cup B = \{\text{obtenir múltiple de 2 o de 3}\} = \{2, 3, 4, 6\}$. **b** $A \cap B = \{\text{obtenir múltiple de 2 i de 3}\} = \{6\}$. **c** $A - B = \{\text{obtenir múltiple de 2 que no sigui múltiple de 3}\} = \{2, 4\}$.

$$P(A \cup B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3};$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6};$$

$$P(A - B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

5. Resposta oberta. Per exemple:

a Segur: que surti un nombre parell. Impossible: que surti un nombre negatiu.

b Segur: que el nombre de cares sigui inferior a 4. Impossible: que surtin cinc cares.

c Segur: que surti una bola blanca o negra. Impossible: que surti una bola vermella.

6. **a** $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$. **b** $A \cap B = \{3, 5, 7\}$.

c $A - B = \{1, 9\}$. **d** $B - A = \{2\}$. **e** $A - \bar{B} = \{3, 5, 7\}$.

7. $P(\bar{A}) = \frac{5}{8}$.

8. $P(A \cup B) = 0,8$; $P(A \cap B) = 0$.

9. **a** $P(\text{vermella}) = \frac{10}{29}$. **b** $P(\text{no sigui blava}) = \frac{20}{29}$.

c $P(\text{blanca o negra}) = \frac{10}{29}$.

d $P(\text{ni blanca ni vermella}) = \frac{15}{29}$.

10. **a** $P(3r \text{ d'ESO}) = \frac{4}{40} = 0,1$.
- b** $P(\text{primer cicle d'ESO}) = \frac{12}{40} = 0,3$.
- c** $P(\text{Secundària}) = \frac{26}{40} = 0,65$.
- d** $P(\text{no sigui del segon cicle de Secundària}) = \frac{26}{40} = 0,65$.
11. **a** $P(\text{parell}) = 0,2 + 0,1 + 0,1 = 0,4$.
- b** $P(\text{més gran que } 4) = 0,2 + 0,1 = 0,3$.
- c** $P(\text{més petit o igual que } 2) = 0,1 + 0,2 = 0,3$.
- d** $P(\text{múltiple de } 3) = 0,3 + 0,1 = 0,4$.

Mates en context

Pàgines 38, 39, 40 i 41

Context 1

- 3.
- 1.
- 6.
- 0.
- 4.

Context 2

- 4.
- No, li falten els termes de grau 3 i 1.
- 0.
- $B(x) = -x^4 + 5x^2 - 4 = 0$.
- $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 2, x_4 = -2$.
- A 10 € o a 20 €.
- No.
- No.

Context 3

- Divisors de 3: $\{\pm 1, \pm 3\}$, divisors de 2: $\{\pm 1, \pm 2\}$, divisors de 1: $\{\pm 1\}$. Tal com està el producte, no és possible simplificar.
- Factoritzats.
- $x^2 + x + 3; x^3 - 3x + 2 = (x - 1)^2 \cdot (x + 2);$
 $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x - 1)^3;$
 $x^3 + 2x - 3 = (x - 1) \cdot (x^2 + x + 3).$
- $\frac{1}{x + 2}.$

Context 4

- $\frac{1}{6}.$
- Amb els daus carregats:
 $1 + 6 \rightarrow \frac{1}{21} \cdot \frac{6}{21}; 2 + 5 \rightarrow \frac{2}{21} \cdot \frac{5}{21}; 3 + 4 \rightarrow \frac{3}{21} \cdot \frac{4}{21}.$
 $4 + 3 \rightarrow \frac{4}{21} \cdot \frac{3}{21}; 5 + 2 \rightarrow \frac{5}{21} \cdot \frac{2}{21}; 6 + 1 \rightarrow \frac{6}{21} \cdot \frac{1}{21}.$

$$P = \frac{1}{21} \cdot \frac{6}{21} + \frac{2}{21} \cdot \frac{5}{21} + \frac{3}{21} \cdot \frac{4}{21} + \frac{4}{21} \cdot \frac{3}{21} + \frac{5}{21} \cdot \frac{2}{21} + \frac{6}{21} \cdot \frac{1}{21} = \frac{56}{441} = \frac{8}{63}.$$

Amb els daus normals:

$$P = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6}.$$

Unitat 3. La nova tecnologia

1. Tecles de la calculadora

Context

Pàgines 42 i 43

Context 1

- a** 1,4142. **b** 3,1623. **c** 1,7321. **d** 3,8730. **e** 2. **f** 4,4721. **g** 2,2361. **h** 5.

$$2. \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{10};$$

$$\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = \sqrt{4}; \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{15};$$

$$\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}.$$

Per multiplicar o dividir radicals amb el mateix índex, operem els radicands i mantenim l'índex.

Context 2

- a** 2, 3 i 6. **b** 4, 5 i 20. **c** 2,15, 4,64 i 10.
- a** 2,52 i 2,52. **b** 31,62 i 31,62. **c** 1,40 i 1,40.

Entrena't

Pàgines 44, 45, 46 i 47

- a** $3 < \sqrt{14} < 4$. **b** $6 < \sqrt{39} < 7$. **c** $11 < \sqrt{124} < 12$.
d $17 < \sqrt{314} < 18$.
- a** 3,7. **b** 8,6. **c** 14,6. **d** 25,1.
- a** 3,7. **b** 8,6. **c** 14,6.
- a** m. c. m. $(2 \text{ i } 3) = 6 \rightarrow \sqrt[6]{2^3} \text{ i } \sqrt[6]{5^2}.$
b m. c. m. $(2 \text{ i } 4) = 4 \rightarrow \sqrt[4]{3^2} \text{ i } \sqrt[4]{5}.$
c m. c. m. $(3 \text{ i } 5) = 15 \rightarrow \sqrt[15]{7^3} \text{ i } \sqrt[15]{5^5}.$
d m. c. m. $(5 \text{ i } 6) = 30 \rightarrow \sqrt[30]{7^5} \text{ i } \sqrt[30]{3^6}.$

5. **a** m. c. m. $(5 \text{ i } 6) = 30 \rightarrow \sqrt[30]{7^6} > \sqrt[30]{5^5} \rightarrow \sqrt[5]{7} > \sqrt[5]{5}$.

b m. c. m. $(2 \text{ i } 3) = 6 \rightarrow \sqrt[6]{3^3} > \sqrt[6]{4^2} \rightarrow \sqrt{3} > \sqrt[3]{4}$.

c m. c. m. $(5 \text{ i } 6) = 30 \rightarrow \sqrt[30]{8^6} > \sqrt[30]{9^5} \rightarrow \sqrt[5]{8} > \sqrt[6]{9}$.

6. **a** $\sqrt{4} \cdot \sqrt{100} = 2 \cdot 10 = 20$.

b $\sqrt{64} \cdot \sqrt{100} = 8 \cdot 10 = 80$.

c $\sqrt{9} \cdot \sqrt{16} = 3 \cdot 4 = 12$.

d $\sqrt{9} \cdot \sqrt{25} = 3 \cdot 5 = 15$.

e $\sqrt{4} \cdot \sqrt{121} = 2 \cdot 11 = 22$.

f $\frac{9}{4}$. **g.** $\frac{11}{15}$. **h** $\frac{12}{19}$.

7. **a** m. c. m. $(2 \text{ i } 3) = 6 \rightarrow \sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{5^2} = \sqrt[6]{2^3 \cdot 5^2} = \sqrt[6]{200}$.

b m. c. m. $(2 \text{ i } 4) = 4 \rightarrow \sqrt[4]{3^2} \cdot \sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{3^2 \cdot 5} = \sqrt[4]{45}$.

c m. c. m. $(3 \text{ i } 5) = 15 \rightarrow$

$\rightarrow \sqrt[15]{7^3} \cdot \sqrt[15]{5^5} = \sqrt[15]{7^3 \cdot 5^5} = \sqrt[15]{1071875}$.

d m. c. m. $(5 \text{ i } 6) = 30 \rightarrow$

$\rightarrow \sqrt[30]{7^5} \cdot \sqrt[30]{3^6} = \sqrt[30]{7^5 \cdot 3^6} = \sqrt[30]{12252303}$.

8. **a** 3. **b** 2. **c** -5. **d** -3.

2. Equacions al servei de la tecnologia

Context

Pàgines 48 i 49

Context 1

1. **a** Fals. **b** Fals.

2. $4,8 = \frac{V}{15} \rightarrow V = 72 \text{ V}$.

3. $I = \frac{30}{10} = 3 \text{ A}$.

4. $4 = \frac{V}{10} \rightarrow V = 40 \text{ V}$.

5. $5 = \frac{11}{R} \rightarrow R = 2,2 \Omega$.

6. **a** $t = \frac{e}{V}$ **b** $m = \frac{F}{a}$ **c** $v = \frac{p}{i \cdot t}$ **d** $v = \frac{m}{d}$.

Entrena't

Pàgines 50, 51, 52 i 53

1. **a** $F(1, 3) = 2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 \cdot 3 = -7$.

b $F(2, 1) = 12 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 \cdot 1^3 = 56$.

c $F(3, -1) = 3 \cdot (3 + (-1))^2 = 12$.

2. **a** $5x - 3x = 2 + 4 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{2} = 3$.

Comprovem: $5 \cdot 3 - 4 = 3 \cdot 3 + 2 \rightarrow 11 = 11$.

b $7x + x = -6 + 14 \rightarrow 8x = 8 \rightarrow x = \frac{8}{8} = 1$.

Comprovem: $7 \cdot 1 - 14 = -1 - 6 \rightarrow -7 = -7$.

c $12x - 7x = 16 + 9 \rightarrow 5x = 25 \rightarrow x = \frac{25}{5} = 5$.

Comprovem: $12 \cdot 5 - 9 = 7 \cdot 5 + 16 \rightarrow 51 = 51$.

d $-x - 3x = 15 - 8 - 7 \rightarrow -4x = 0 \rightarrow x = 0$.

Comprovem: $8 - 0 + 7 = 3 \cdot 0 + 15 \rightarrow 15 = 15$.

3. **a** $10 + 5x - 6 - 4x = 2 - 3x + 1 \rightarrow 5x - 4x + 3x = 2 + 1 - 10 + 6 \rightarrow 4x = -1 \rightarrow x = -\frac{1}{4}$.

b $8 - 2x - 8 + 9x = 5x + 3 - 6x \rightarrow -2x + 9x - 5x + 6x = 3 \rightarrow 8x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{8}$.

c $2x - 6 = 5x - 4 \rightarrow 2x - 5x = -4 + 6 \rightarrow -3x = 2 \rightarrow x = -\frac{2}{3}$.

4. $2x = 25 - 5 \rightarrow 2x = 20 \rightarrow x = \frac{20}{2} = 10$.

5. $x + 3x = 32 \rightarrow 4x = 32 \rightarrow x = \frac{32}{4} = 8$.

6. $x + (x + 20) = 120 \rightarrow 2x = 120 - 20 \rightarrow 2x = 100 \rightarrow x = \frac{100}{2} = 50$. Hi ha cinquanta nois i setanta noies.

7. **a** $\Delta = 65 \rightarrow \Delta > 0 \rightarrow$ Nombre de solucions = 2.

b $\Delta = -956 \rightarrow \Delta < 0 \rightarrow$ Nombre de solucions = 0.

c $\Delta = -335 \rightarrow \Delta < 0 \rightarrow$ Nombre de solucions = 0.

d. $\Delta = 0 \rightarrow$ Nombre de solucions = 1.

8. **a** $x = \pm 9$. **b** $x^2 = \frac{147}{3} = 49 \rightarrow x = \pm \sqrt{49} = \pm 7$.

c $x \cdot (x - 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 4 = 0 \rightarrow x = 4 \end{cases}$

d $\begin{cases} x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \\ x + 5 = 0 \rightarrow x = -5 \end{cases}$

e $x \cdot (x - 12) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 12 = 0 \rightarrow x = 12 \end{cases}$

9. **a** $x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} \frac{4 + \sqrt{4}}{2} = 3 \\ \frac{4 - \sqrt{4}}{2} = 1 \end{cases}$

b $x = \frac{10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 21}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} \frac{10 + \sqrt{16}}{2} = 7 \\ \frac{10 - \sqrt{16}}{2} = 3 \end{cases}$

$$cX = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24)}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} \frac{5 + \sqrt{121}}{2} = 8 \\ \frac{5 - \sqrt{121}}{2} = -3 \end{cases}$$

Mates en context

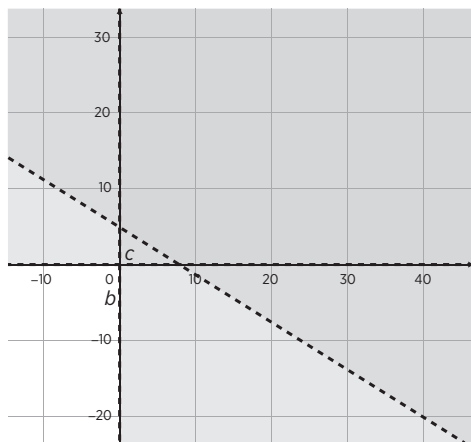
Pàgines 54, 55, 56 i 57

Context 1

- $d = \sqrt{h^2 + 2Rh}$
- $R = 6371 \text{ km} = 6371000 \text{ m};$
 $d = \sqrt{1^2 + 2 \cdot 6371000 \cdot 1} = 3569,59 \text{ m}.$
- $R = 6371 \text{ km} = 6371000 \text{ m}; h = 18 + 60 = 78 \text{ m};$
 $d = d = \sqrt{78^2 + 2 \cdot 6371000 \cdot 78} = 31525,90 \text{ m}.$
- $65^2 = h^2 + 2 \cdot 6371 \cdot h \rightarrow h^2 + 12742 \cdot h - 4225 = 0 \rightarrow h = 0,332 \text{ km}.$

Context 2

- $x = \text{nombre d'ordinadors portàtils}; y = \text{nombre d'ordinadors de sobretaula}.$
- $x \geq 0, y \geq 0, 500x + 800y \geq 4000.$
-



- Regió factible.
- $500x + 800y \geq 4000.$

Context 3

- Entre $x - 9$.
- $\frac{4000}{x - 9}.$
- $\frac{4000}{x}.$
- $\frac{4000}{x - 9} = \frac{4000}{x} + 90.$
- $4000x - 90 \cdot x \cdot (x - 9) = 4000 \cdot (x - 9) \rightarrow$
 $\rightarrow 4000x - 90x(x - 9) = 4000x - 4000 \cdot 9 \rightarrow$
 $\rightarrow 90x(x - 9) = 4000 \cdot 9 \rightarrow 90x^2 - 810x = 36000 \rightarrow$
 $\rightarrow x_1 = 25 \text{ i } x_2 = -16.$
- Només serveix la primera solució, ja que el nombre de socis ha de ser positiu.

Context 4

- $2 \cdot x - 1.$
- $x + 4.$
- Joan: $\sqrt{2x - 1}$; David: $\sqrt{x + 4}.$
- $\sqrt{2x - 1} + \sqrt{x + 4} = 6.$
- Ho provem amb el 4:
 $\sqrt{2 \cdot 4 - 1} + \sqrt{4 + 4} = \sqrt{7} + \sqrt{8} \neq 6 \rightarrow \text{No és solució}.$
Ho provem amb el 5:
 $\sqrt{2 \cdot 5 - 1} + \sqrt{5 + 4} = \sqrt{9} + \sqrt{9} = 3 + 3 = 6 \rightarrow$
 $\rightarrow \text{És solució}.$
- $x = 5.$

Unitat 4. L'esport sempre és bo... i matemàtica

1. Esports individuals i esports col·lectius

Context

Pàgines 58, 59 i 60

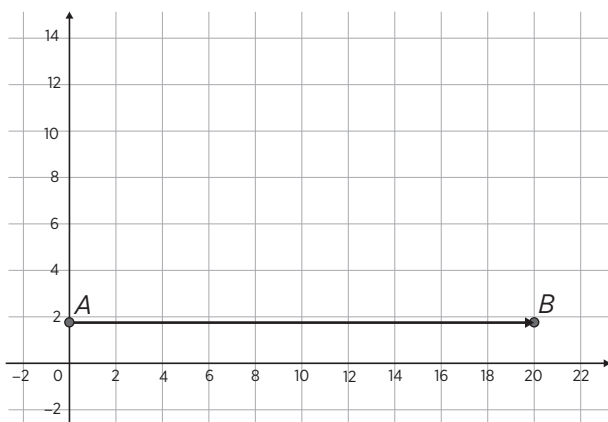
Context 1

- 100 m: $P = 23,4347 \cdot (|11,12 - 18|)^{1,81} = 768,94.$
Javelina: $P = 10,14 \cdot (|63,46 - 7|)^{1,08} = 790,53.$
Pes: $P = 51,39 \cdot (|15,33 - 1,5|)^{1,05} = 810,48.$
Disc: $P = 12,91 \cdot (|45,83 - 4|)^{1,1} = 784,45.$

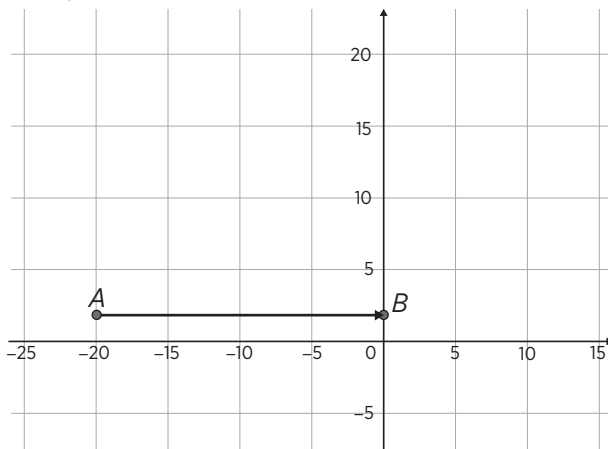
Context 2

1. Hoquei, voleibol i bàsquet: recta; handbol; corba.

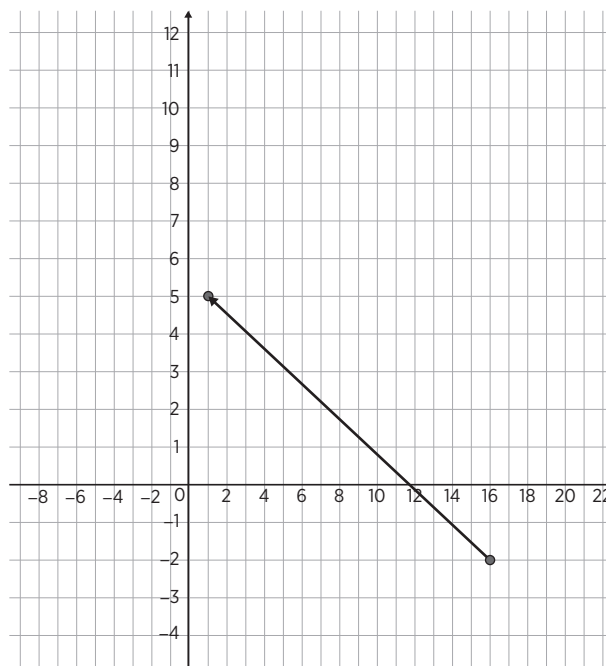
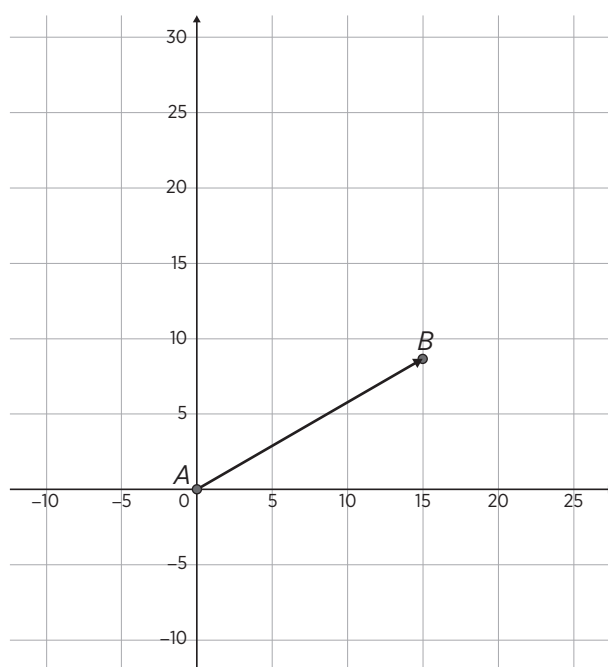
2. a



b



c


Entrena't

Pàgines 61, 62, 63 i 64

1. Pendent = $\frac{-4 - 5}{1 - (-2)} = -3$.

Equació: $y = -3x + n$ $5 = -3 \cdot (-2) + n \rightarrow$
 $\rightarrow n = -1 \rightarrow y = -3x - 1$.

2. a $f(2) = 2 \cdot 2^3 - 5 \cdot 2 + 2 = 8$; $f(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 5 \cdot (-1) + 2 = 5$; $f(6) = 2 \cdot 6^3 - 5 \cdot 6 + 2 = 404$.

b $x = 4$. c $3x = 15 \rightarrow x = \frac{15}{3} = 5$.

d $x^2 - 10x + 16 = 0 \rightarrow x_1 = 8$; $x_2 = 2$.

3. a $(-\infty, \infty)$. b $(-\infty, \infty)$.

c $(-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, \infty)$.

d $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, \infty)$. e $(-\infty, \infty)$.

f $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$. g $(-\infty, 3) \cup (3, 5) \cup (5, \infty)$.

h $[10, \infty)$. i $[-15, \infty)$.

4. a Polinòmica. b Polinòmica. c Racional. d Polinòmica. e Racional. f Irracional. g Irracional.

5. a $m = \frac{-3 - 1}{2 - 1} = -4$. b $m = \frac{9 - 1}{5 - 3} = 4$.

c $m = \frac{2 - 2}{5 - (-5)} = 0$. d $m = \frac{5 - (-1)}{5 - 7} = -3$.

6. $-3 = m \cdot 2 + 4 \rightarrow m = -\frac{7}{2} \rightarrow$
 \rightarrow Equació: $y = -\frac{7}{2}x + 4$.

7. **a** Interval de creixement: $(0, \infty)$; interval de decreixement: $(-\infty, 0)$; màxims: no en té; mínims: $(0, -1)$. **b** Interval de creixement: $(-\infty, 0)$; interval de decreixement: $(0, \infty)$; màxims: no en té; mínims: no en té. **c** Interval de creixement: $(-\infty, 0)$; interval de decreixement: $(0, \infty)$; màxims: $(0, 1)$; mínims: no en té. **d** Interval de creixement: \cup ; interval de decreixement: \cup ; màxims: $(0, 1)$; mínims: $(-1, 5, -3)$ i $(1, 5, -3)$.

2. Analitzem diferències

Context

Pàgines 65, 66 i 67

Context 1

- Quantitatius discretes. Els gols són variables d'aquest tipus perquè es poden comptar utilitzant un nombre finit de valors.
- a** 14. **b** 16. **c** 5.

Context 2

1.

Espanya					
Punts	Marca de classe x_i	Fre- quència absoluta f_i	Fre- quència absoluta acumula- da F_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
[0, 10)	5	0	0	0	0
[10, 20)	15	0	0	0	0
[20, 30)	25	0	0	0	0
[30, 40)	35	3	3	105	3675
[40, 50)	45	6	9	270	12 150
[50, 60)	55	7	16	385	21 175
[60, 70)	65	2	18	130	8450
[70, 80)	75	1	19	75	5625
[80, 90)	85	1	20	85	7225
[90, 100)	95	0	20	0	0

Itàlia					
Punts	Marca de classe x_i	Fre- quència absoluta f_i	Fre- quència absoluta acumula- da F_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
[0, 10)	5	0	0	0	0
[10, 20)	15	1	1	15	225
[20, 30)	25	1	2	25	625
[30, 40)	35	2	4	70	2450
[40, 50)	45	7	11	315	14 175
[50, 60)	55	2	13	110	6050
[60, 70)	65	5	18	325	21 125
[70, 80)	75	1	19	75	5625
[80, 90)	85	0	19	0	0
[90, 100)	95	1	20	95	9025

Anglaterra					
Punts	Marca de classe x_i	Fre- quència absoluta f_i	Fre- quència absoluta acumula- da F_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
[0, 10)	5	0	0	0	0
[10, 20)	15	1	1	15	225
[20, 30)	25	1	2	25	625
[30, 40)	35	3	5	105	3675
[40, 50)	45	4	9	180	8100
[50, 60)	55	5	14	275	15 125
[60, 70)	65	1	15	65	4225
[70, 80)	75	3	18	225	16 875
[80, 90)	85	0	18	0	0
[90, 100)	95	2	20	190	18 050

- Interval modal \rightarrow Espanya: [50, 60), Itàlia: [40, 50), Anglaterra: [50, 60).
Interval mitjà \rightarrow Espanya: [50, 60), Itàlia: [40, 50), Anglaterra: [50, 60).
- $\bar{x}_{\text{Esp.}} = 52,5$; $\bar{x}_{\text{It.}} = 51,5$; $\bar{x}_{\text{Ang.}} = 54$; $\sigma^2_{\text{Esp.}} = 158,75$;
 $\sigma^2_{\text{It.}} = 312,75$; $\sigma^2_{\text{Ang.}} = 429$.

Entrena't

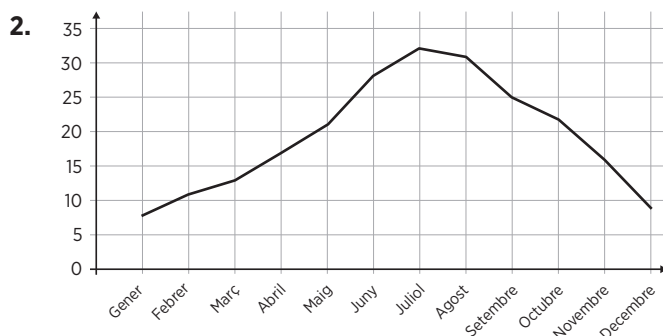
Pàgines 68, 69, 70 i 71

$$1. \text{ a } \bar{x} = \frac{0 \cdot 6 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 10 + 6 \cdot 0 + 7 \cdot 2 + 8 \cdot 2 + 9 \cdot 4}{6 + 5 + 10 + 8 + 7 + 10 + 0 + 2 + 2 + 4} = \frac{193}{54} = 3,57;$$

$$Mo = 2 \text{ i } 5; Me = 3.$$

$$\text{b } \sigma^2 = \frac{6 \cdot 0^2 + 5 \cdot 1^2 + 10 \cdot 2^2 + 8 \cdot 3^2 + 7 \cdot 4^2 + 10 \cdot 5^2 + 0 \cdot 6^2 + 2 \cdot 7^2 + 2 \cdot 8^2 + 4 \cdot 9^2}{6 + 5 + 10 + 8 + 7 + 10 + 0 + 2 + 2 + 4} - 3,57^2 = 6,28.$$

$$\sigma = \sqrt{6,28} = 2,51$$



3. a

Altura	[155, 160)	[160, 165)	[165, 170)	[175, 180)	[180, 190)
f_i	3	14	11	8	4
Marca	157,5	162,5	167,5	177,5	185
F_i	3	17	28	36	40

$$\text{b } \bar{x} = \frac{3 \cdot 157,5 + 14 \cdot 162,5 + 11 \cdot 167,5 + 8 \cdot 177,5 + 4 \cdot 185}{3 + 14 + 11 + 8 + 4} = \frac{6750}{40} = 168,75;$$

interval modal: [160, 165); interval mitjà: [165, 170).

$$4. \text{ a } \bar{x} = \frac{20 \cdot 2,5 + 14 \cdot 6 + 12 \cdot 8 + 4 \cdot 9,5}{20 + 14 + 12 + 4} = 5,36.$$

b Interval modal: [0, 5); interval mitjà: [5, 7).

5. a

Durada	[25, 30)	[30, 35)	[35, 40)	[40, 45)	[45, 55)	[55, 70)
Marca	27,5	32,5	37,5	42,5	50	62,5
f_i	4	5	22	28	7	3

$$\text{b } \bar{x} = \frac{4 \cdot 27,5 + 5 \cdot 32,5 + 22 \cdot 37,5 + 28 \cdot 42,5 + 7 \cdot 50 + 3 \cdot 62,5}{4 + 5 + 22 + 28 + 7 + 3} = 40,94 \text{ hores.}$$

$$\text{c } \sigma^2 = \frac{4 \cdot 27,5^2 + 5 \cdot 32,5^2 + 22 \cdot 37,5^2 + 28 \cdot 42,5^2 + 7 \cdot 50^2 + 3 \cdot 62,5^2}{4 + 5 + 22 + 28 + 7 + 3} - 40,94^2 = 48,93 \rightarrow \sigma = \sqrt{48,93} = 6,995.$$

$$\text{d } CV = \frac{6,995}{40,94} = 0,171.$$

6. a

Temps	[45, 50)	[50, 55)	[55, 60)	[60, 70)	[70, 80)	[80, 90)
Nre. d'alumnes	9	15	72	44	24	11
Marca	47,5	52,5	57,5	65	75	85

$$b \quad \bar{x} = \frac{9 \cdot 47,5 + 15 \cdot 52,5 + 72 \cdot 57,5 + 44 \cdot 65 + 24 \cdot 75 + 11 \cdot 85}{9 + 15 + 72 + 44 + 24 + 11} = 62,57;$$

$$\sigma^2 = \frac{9 \cdot 47,5^2 + 15 \cdot 52,5^2 + 72 \cdot 57,5^2 + 44 \cdot 65^2 + 24 \cdot 75^2 + 11 \cdot 85^2}{9 + 15 + 72 + 44 + 24 + 11} - 62,57^2 = 85,24 \rightarrow$$

$$\rightarrow \sigma = \sqrt{85,24} = 9,23$$

$$CV = \frac{9,23}{62,57} = 0,148$$

Mates en context

Pàgines 72, 73, 74 i 75

Context 1

1.

Temps	1	2	3	4	5	6	10
Radi	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	3

2. La variable independent són els minuts que passen, de manera que podria agafar valors decimals. Es tracta d'una variable contínua.

3. $y = 0,3 \cdot t$.

4. Una funció lineal.

5. Pendent = 0,3; ordenada en l'origen = 0.

El pendent és el que augmenta el radi a cada minut que passa. No hi ha terme independent, ja que en el moment en què salta la guspira ($t = 0$) la superfície cremada és nul·la.

Context 2

1. 780.

2. $Mo = [0, 10)$.

3.

Edat de mort (en anys)	Nombre de persones	Marca	F_i
[0, 10)	780	5	780
[10, 20)	210	15	990
[20, 30)	180	25	1170
[30, 40)	300	35	1470
[40, 50)	480	45	1950
[50, 60)	600	55	2550
[60, 70)	270	65	2820
[70, 80)	150	75	2970
[80, 90)	30	85	3000

$$4. \quad \bar{x} = \frac{780 \cdot 5 + 210 \cdot 15 + 180 \cdot 25 + 300 \cdot 35 + 480 \cdot 45 + 600 \cdot 55 + 270 \cdot 65 + 150 \cdot 75 + 30 \cdot 85}{3000} = \frac{108000}{3000} = 36$$

Context 3

1. Paràmetres de centralització →

$$\rightarrow \text{mitjana aritmètica} : \begin{cases} \bar{x}_{\text{elefants}} = 2000 \text{ kg} \\ \bar{x}_{\text{ratolins}} = 0,05 \text{ kg} \end{cases}$$

Paràmetres de dispersió →

$$\rightarrow \text{desviació típica} : \begin{cases} \sigma_{\text{elefants}} = 100 \text{ kg} \\ \sigma_{\text{ratolins}} = 0,02 \text{ kg} \end{cases}$$

2. El pes dels elefants.

3. Variància 1 = $\sigma_{\text{elefants}}^2 = 100^2 = 10\,000$;

Variància 2 = $\sigma_{\text{ratolins}}^2 = 0,02^2 = 0,0004$.

4. $10\,000 > 0,0004 \rightarrow$

Variància pes elefants >
> Variància pes ratolins.

5. $CV_1 = \frac{100}{2000} = 0,05$; $CV_2 = \frac{0,02}{0,05} = 0,4$

6. $0,4 > 0,05 \rightarrow CV \text{ pes ratolins} >$
 $> CV \text{ pes elefants}.$

Context 4

1. És una línia recta.

2. Les funcions lineals.

3. Tram AB: pendent = $\frac{56 - 0}{28 - 0} = 2$.

Tram BC: pendent = $\frac{64 - 56}{60 - 28} = 0,25$

4. La velocitat.

Unitat 5. Física molt matemàtica

1. En moviment

Context

Pàgines 76 i 77

Context 1

1. $v = \frac{e - e_0}{t}$.

2. $t = \frac{e - e_0}{v}$.

3. $v = 20 \text{ m/s}.$

4. $e = 20 \cdot 25 = 500 \text{ m}.$

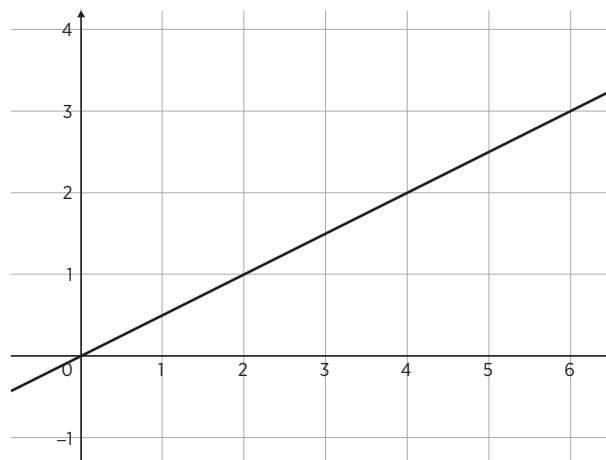
5. $t = \frac{200}{20} = 10 \text{ s}.$

Context 2

- 1.

Temps (s)	1	2	3	4	5	6	7
Velocitat (m/s)	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5

- 2.



- 3.

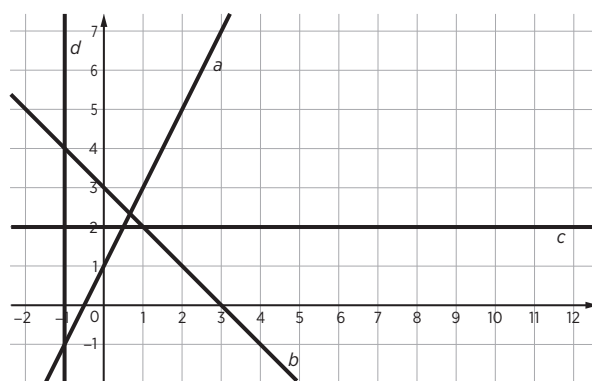
Temps (s)	1	2	3	4	5	6	7
Espai (m)	0,25	1	2,25	4	6,25	9	12,25

Entrena't

Pàgines 78, 79, 80 i 81

1. Resposta oberta. Per exemple: **a** A(0, 4); B(1, 5).
b A(0, 2); B(2, 0). **c** A(0, -2); B(1, 1). **d** A(4, 1);
B(-2, 1). **e** A(2, 0); B(2, 3). **f** A(0, -3); B(0, 3).

- 2.



3. **a** $y = mx$.
b $y = mx - 3$.
c $y = -mx + 2$.
d $y = -mx$.
e $y = 2x$.
f $y = 4$.
g $x = 2$.
4. $y = x + 7$.

5. A, B, C i D sí que hi pertanyen; E , no.
 6. a, b i f són cònques; c, d i e són convexes.

$$7. x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -4 \end{cases} \rightarrow$$

→ La funció és negativa $-4 < x < 3$.

8.

$$x_v = \frac{-8}{2 \cdot 1} = -4 \rightarrow y_v = (-4)^2 + 8 \cdot (-4) + k = 0 \rightarrow k = 16$$

9. **a** $d = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 49 > 0 \rightarrow$ En dos.

b $d = 5^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-3) = -11 < 0 \rightarrow$ En cap.

c $d = (-6)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 20 > 0 \rightarrow$ En dos.

d $d = 10^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-25) = 0 \rightarrow$ En un.

e $d = 0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -4 < 0 \rightarrow$ En cap.

f $d = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 1 = 4 > 0 \rightarrow$ En dos.

10. $x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-b}{2 \cdot 1} = 2 \rightarrow b = -4; y_v = 2^2 + (-4) \cdot 2 + c =$
 $= 1 \rightarrow c = 5$

11. $y = k \cdot [x - (-2)] \cdot (x - 4) \rightarrow y = k \cdot (x^2 - 2x - 8)$.
 N'hi ha infinites.

2. Pèndol i gravetat

Context

Pàgines 82 i 83

Context 1

1. $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} \text{ s}^{-1}$

2. $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \text{ rad/s}$

3. $T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{9,8}} = 2 \text{ s}; f = \frac{1}{T} = 0,5 \text{ s}^{-1}$

Context 2

1. $g_0 = \frac{6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6 \, 371 \, 000^2} = 9,82 \text{ m/s}^2$

2. **a** $g_0 = \frac{6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6 \, 357 \, 000^2} = 9,86 \text{ m/s}^2$

b $g_0 = \frac{6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6 \, 378 \, 000^2} = 9,80 \text{ m/s}^2$

3. $g_{\text{Everest}} = 9,82 \cdot \left(\frac{6 \, 371 \, 000}{6 \, 371 \, 000 + 8400} \right)^2 = 9,79 \text{ m/s}^2$

4. $g_{\text{Estació}} = 9,82 \cdot \left(\frac{6 \, 371 \, 000}{6 \, 371 \, 000 + 400 \, 000} \right)^2 = 8,69 \text{ m/s}^2$

Entrena't

Pàgines 84, 85, 86 i 87

1. Sí.

2. Sí.

3. **a** $\sqrt{30} < \sqrt{50}$. **b** $\sqrt{30} > \sqrt[3]{10}$. **c** $\sqrt[4]{20} < \sqrt[4]{60}$.

d $\sqrt[4]{100} = \sqrt[6]{1000}$. **e** $\sqrt[6]{250} < \sqrt[4]{125}$.

4. **a** $\sqrt[3]{480} > \sqrt[3]{10} > \sqrt[4]{20} > \sqrt[6]{80}$.

b $\sqrt[3]{3} > \sqrt[4]{4} > \sqrt[5]{5} > \sqrt[6]{6}$.

5. **a** $\sqrt{2^2 \cdot 2} = \sqrt{8}$. **b** $\sqrt{5^2 \cdot 10} = \sqrt{250}$.

c $\sqrt[4]{3^4 \cdot 6} = \sqrt[4]{486}$.

6. **a** $\sqrt{2^5} = 4 \cdot \sqrt{2}$. **b** $\sqrt{2^3 \cdot 3^2} = 6\sqrt{2}$.

c $\sqrt{2^2 \cdot 5^3} = 10\sqrt{5}$. **d** $a^4 \cdot b^3 \cdot c^2 \cdot \sqrt{a \cdot b \cdot c}$.

e $a \cdot b^5 \cdot c^4 \cdot \sqrt[3]{a^2 \cdot b^2 \cdot c^2}$. **f** $a \cdot b^3 \cdot c = \sqrt[4]{a \cdot b^3 \cdot c^2}$.

g $a \cdot b^2 \cdot c^4 \cdot \sqrt[6]{a^3 \cdot b^5 \cdot c^2}$. **h** $a \cdot b^3 \cdot c \cdot \sqrt[4]{a \cdot b^3 \cdot c^2}$.

7. **a** $\sqrt{384} = \sqrt{2^7 \cdot 3} = 2^3 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = 8\sqrt{6}$.

b $\sqrt{216} = \sqrt{2^3 \cdot 3^3} = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = 6\sqrt{6}$.

c $\sqrt[4]{a^6 \cdot b^5} = a \cdot b \cdot \sqrt[4]{a^2 \cdot b}$.

d $\sqrt[7]{a^{11} \cdot b^9} = a \cdot b \cdot \sqrt[7]{a^4 \cdot b^2}$.

e $\sqrt[9]{a^{12} \cdot b^{14}} = a \cdot b \cdot \sqrt[9]{a^3 \cdot b^5}$.

8. **a** $\frac{\sqrt{2^6 \cdot 3}}{\sqrt{2^3}} = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = 2\sqrt{6}$.

b $\frac{\sqrt{2^4 \cdot 5^3}}{\sqrt{2^3}} = 5 \cdot \sqrt{2 \cdot 5} = 5\sqrt{10}$.

c $\frac{\sqrt[4]{3^4 \cdot 5^2}}{\sqrt[4]{3 \cdot 5}} = \sqrt[4]{3^3 \cdot 5} = \sqrt[4]{135}$.

d $\sqrt[7]{a^4 \cdot b^2}$.

e $\sqrt[10]{a^6 \cdot b^3}$.

$$9. a \sqrt{6^5} = \sqrt{2^5 \cdot 3^5} = 2^2 \cdot 3^2 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = 36\sqrt{6}.$$

$$b \sqrt{10^7} = \sqrt{2^7 \cdot 5^7} = 2^3 \cdot 5^3 \cdot \sqrt{2 \cdot 5} = 1000\sqrt{10}.$$

$$c \sqrt[5]{3^{12} \cdot 7^{12}} = 3^2 \cdot 7^2 \cdot \sqrt[5]{3^2 \cdot 7^2} = 441 \cdot \sqrt[5]{441}.$$

$$d \sqrt[4]{3^9 \cdot 5^9} = 3^2 \cdot 5^2 \cdot \sqrt[4]{3 \cdot 5} = 225 \cdot \sqrt[4]{15}.$$

$$e \sqrt[4]{1000} \cdot f \sqrt[15]{45}.$$

$$10. a \sqrt{2} + 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} - 4 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} = -\sqrt{2}.$$

$$b 3 \cdot \sqrt{3^3} + 5 \cdot \sqrt{2^2 \cdot 3} - 4 \cdot \sqrt{2^4 \cdot 3} = \\ = 3 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} + 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} - 4 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}.$$

$$c 7 \cdot \sqrt{2^2 \cdot 5} + 5 \cdot \sqrt{3^2 \cdot 5} - 2 \cdot \sqrt{2^4 \cdot 5} = \\ = 7 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} + 5 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} - 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{5} = 21\sqrt{5}.$$

$$d 12 \cdot \sqrt{2^5} + 3 \cdot \sqrt{2 \cdot 5^2} - 3 \cdot \sqrt{2 \cdot 7^2} = \\ = 12 \cdot 4 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot 5 \sqrt{2} - 3 \cdot 7 \cdot \sqrt{2} = 42\sqrt{2}.$$

$$11. a \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$b \frac{5}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{5(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})\nu(\sqrt{5} + \sqrt{3})} \\ = \frac{5(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{5 - 3} = \frac{5(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{2}.$$

$$c \frac{-1}{3 - \sqrt{7}} \cdot \frac{3 + \sqrt{7}}{3 + \sqrt{7}} = \frac{-1(3 + \sqrt{7})}{(3 - \sqrt{7}) \cdot (3 + \sqrt{7})} = \\ = \frac{-3 - \sqrt{7}}{3^2 - 7} = \frac{-3 - \sqrt{7}}{2}.$$

$$d \frac{5}{2\sqrt{5} - \sqrt{8}} \cdot \frac{2\sqrt{5} + \sqrt{8}}{2\sqrt{5} + \sqrt{8}} = \\ = \frac{5(2\sqrt{5} + \sqrt{8})}{(2\sqrt{5} - \sqrt{8}) \cdot (2\sqrt{5} + \sqrt{8})} = \\ = \frac{5(2\sqrt{5} + \sqrt{8})}{2^2 \cdot 5 - 8} = \frac{5(2\sqrt{5} + \sqrt{8})}{12}.$$

$$e \frac{2}{\sqrt[4]{3}} \cdot \frac{\sqrt[4]{3^3}}{\sqrt[4]{3^3}} = \frac{2 \cdot \sqrt[4]{3^3}}{\sqrt[4]{3^4}} = \frac{2 \cdot \sqrt[4]{3^3}}{3}.$$

$$f \frac{4}{\sqrt[7]{5^3}} \cdot \frac{\sqrt[7]{5^4}}{\sqrt[7]{5^4}} = \frac{4 \cdot \sqrt[7]{5^4}}{\sqrt[7]{5^7}} = \frac{4 \cdot \sqrt[7]{5^4}}{5}.$$

3. Velocitat en bicicleta

Context

Pàgines 88 i 89

Context 1

$$1. v = \frac{27 \text{ km}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = \\ = \frac{27 \text{ 000 m}}{60 \text{ min}} = 450 \text{ m/min}.$$

$$2. v = \frac{30 \text{ km}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = \\ = \frac{30 \text{ 000 m}}{60 \text{ min}} = 500 \text{ m/min}.$$

3. $t = 69,5 \text{ min} \approx 1 \text{ hora i } 10 \text{ min} \rightarrow$ Es trobaran cap a les 10.10 h.

Context 2

$$1. a v = \frac{18 \text{ km}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = \\ = \frac{18 \text{ 000 m}}{60 \text{ min}} = 300 \text{ m/min}.$$

$$b v = \frac{21 \text{ km}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = \\ = \frac{21 \text{ 000 m}}{60 \text{ min}} = 350 \text{ m/min}.$$

$$c v = \frac{24 \text{ km}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = \\ = \frac{24 \text{ 000 m}}{60 \text{ min}} = 400 \text{ m/min}.$$

2. L'Àngela i en Joan: $e_1 = 300 \cdot (t + 30)$ metres.
La Rosa i en Rafael: $e_2 = 350 \cdot (t - 30)$ metres.
La Pilar i en Josep: $e_3 = 400 \cdot t$ metres.

Entrena't

Pàgines 90, 91, 92 i 93

1. a (1, 10), (3, 6), (2, 8). b (7, 7), (-6, -6), (3, 3).

2.

x	-2	8	3	1	0
y	-15	5	-5	-9	-11

3. a Aïllem y de la primera equació:

$$y = \frac{7 - 2x}{3}.$$

Substituïm en la segona:

$$\begin{aligned} 3x + 4 \cdot \frac{7 - 2x}{3} &= 10 \rightarrow 9x + 4(7 - 2x) = \\ &= 10 \cdot 3 \rightarrow 9x + 28 - 8x = 30 \rightarrow (9 - 8)x = \\ &= 30 - 28 \rightarrow x = \frac{2}{1} = 2. \end{aligned}$$

Amb aquest valor de $x = 2$, obtenim el valor de y :

$$y = \frac{7 - 2 \cdot 2}{3} = 1.$$

- b Aïllem y de la primera equació:

$$y = 4x - 10.$$

Substituïm en la segona:

$$\begin{aligned} 5x + 3 \cdot (4x - 10) &= 21 \rightarrow 5x + 12x - 30 = 21 \rightarrow \\ &\rightarrow (5 + 12)x = 21 + 30 \rightarrow x = \frac{51}{17} = 3. \end{aligned}$$

Amb aquest valor de $x = 3$, obtenim el valor de y :
 $y = 4 \cdot 3 - 10 = 2$.

4. a Aïllem la mateixa incògnita de les dues equacions: $y = \frac{13 - 2x}{3}$; $y = \frac{19 - 3x}{4}$.

Iguallem les dues expressions:

$$\begin{aligned} \frac{13 - 2x}{3} &= \frac{19 - 3x}{4} \rightarrow 4(13 - 2x) = 3(19 - 3x) \rightarrow \\ &\rightarrow 52 - 8x = 57 - 9x \rightarrow (-8 + 9)x = \\ &= 57 - 52 \rightarrow x = \frac{5}{1} = 5. \end{aligned}$$

Calculem el valor de y : $y = \frac{13 - 2x}{3} = \frac{13 - 2 \cdot 5}{3} = 1$.

- b Aïllem la mateixa incògnita de les dues equacions: $y = \frac{11 - 5x}{-3} = \frac{5x - 11}{3}$; $y = \frac{23 - 2x}{5}$.

Iguallem les dues expressions:

$$\begin{aligned} \frac{5x - 11}{3} &= \frac{23 - 2x}{5} \rightarrow 5(5x - 11) = \\ &= 3(23 - 2x) \rightarrow 25x - 55 = 69 - 6x \rightarrow (25 + 6)x = \\ &= 69 + 55 \rightarrow x = \frac{124}{31} = 4. \end{aligned}$$

Calculem el valor de y :

$$y = \frac{23 - 2x}{5} = \frac{23 - 2 \cdot 4}{5} = 3.$$

5. a Si sumem les dues equacions, ens queda:

$$(8 + 9)x = -20 + 54 \rightarrow 17x = 34 \rightarrow x = \frac{34}{17} = 2.$$

Amb aquest valor de x , trobarem el valor de y :

$$3 \cdot 2 + 4y = 18 \rightarrow 6 + 4y = 18 \rightarrow y = \frac{12}{4} = 3.$$

- b Si restem les dues equacions, ens queda: $(16 - 9)$

$$x = 92 - 57 \rightarrow 7x = 35 \rightarrow x = \frac{35}{7} = 5.$$

Amb aquest valor de x , trobem el valor de y :

$$3 \cdot 5 + 4y = 19 \rightarrow 15 + 4y = 19 \rightarrow y = \frac{4}{4} = 1.$$

6. Si sumem les dues expressions, ens queda:

$$2x = 34 \rightarrow x = \frac{34}{2} = 17.$$

Amb aquest valor de x , calculem el valor de y :

$$17 + y = 24 \rightarrow y = 24 - 17 = 7.$$

7. $2x + 5 = 33 \rightarrow 2x = 33 - 5 \rightarrow x = \frac{28}{2} = 14$.

Edat d'en Joan = $14 - 5 = 9$ anys.

Edat de la Mercè = 14 anys.

8. $-2y = 110 - 154 \rightarrow y = \frac{44}{2} = 22$ conills;

$$x = 55 - 22 = 33 \text{ gallines.}$$

Mates en context

Pàgines 94, 95, 96 i 97

Context 1

1. $l = \sqrt{8100} = 90 \text{ cm.}$

2. $a = \sqrt[3]{8000} = 20 \text{ cm.}$

3. $d = \sqrt{2 \cdot x^2} = x\sqrt{2} = \sqrt{1800} \rightarrow$
 $\rightarrow x = \frac{\sqrt{1800}}{\sqrt{2}} = \frac{30 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 30 \text{ cm.}$

$$A_{\text{base}} = x^2 = 30^2 = 900 \text{ cm}^2.$$

4. $V = 900 \cdot \sqrt{450} = 19\,091,88 \text{ cm}^3.$

5. $A_{\text{total}} = 2 \cdot 900 + 4 \cdot 30 \cdot \sqrt{450} =$
 $= 1800 + 2545,58 = 4345,58 \text{ cm}^2.$

Context 2

1. Els alumnes calculen el seu ASC amb el pes i l'alçada que fan.

2. $ASC = \sqrt{\frac{P \cdot 175}{3600}} = 1,9 \rightarrow \frac{P \cdot 175}{3600} = 1,9^2 =$
 $= 3,61 \rightarrow P = \frac{3,61 \cdot 3600}{175} = 74,26 \text{ kg.}$

$$3. \text{ASC} = \sqrt{\frac{58 \cdot h}{3600}} = 1,6 \rightarrow \frac{58 \cdot h}{3600} = 1,6^2 = 2,56 \rightarrow h = \frac{2,56 \cdot 3600}{58} = 159 \text{ cm.}$$

$$4. \frac{80 \cdot h}{3600} = \frac{17}{5} \rightarrow h = \frac{17 \cdot 3600}{80 \cdot 5} = 153 \text{ cm.}$$

Context 3

$$1. \text{ a m. c. m. } (6, 4) = 12; A = \sqrt[12]{k^2 \cdot k^3} = \sqrt[12]{k^5} \text{ m}^2.$$

$$\text{b m. c. m. } (6, 3) = 6; A = \sqrt[6]{k \cdot k^2} = \sqrt[6]{k^3} = \sqrt{k} \text{ m}^2.$$

$$\text{c m. c. m. } (4, 3) = 12; A = \sqrt[12]{k^3 \cdot k^4} = \sqrt[12]{k^7} \text{ m}^2.$$

$$\text{d m. c. m. } (6, 4, 3) = 12;$$

$$V = \sqrt[12]{k^2 \cdot k^3 \cdot k^4} = \sqrt[12]{k^9} = \sqrt[4]{k^3} \text{ m}^3.$$

Context 4

$$1. \text{ a } v = \frac{100 \text{ km}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = \frac{100 \cdot 1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 27,7 \text{ m/s}$$

$$\text{b } 9358 = 27,7 \cdot t \rightarrow t = \frac{9358}{27,7} = 336,888 \text{ s.}$$

$$2. \text{ a } v_0 = \frac{120 \text{ km}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = \frac{120 \cdot 1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 33,3 \text{ m/s};$$

$$v = \frac{80 \text{ km}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = \frac{80 \cdot 1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 22,2 \text{ m/s.}$$

$$\text{b } 22,2 = 33,3 + a \cdot t \rightarrow a = \frac{22,2 - 33,3}{t};$$

$$9358 = 33,3 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow$$

$$9358 = 33,3 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{22,2 - 33,3}{t} \right) \cdot t^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 9358 = 33,3 \cdot t - 5,5 \cdot t \rightarrow t = 336,888 \text{ s} \rightarrow$$

$$\rightarrow a = \frac{22,2 - 33,3}{336,888} = -0,033 \text{ m/s}^2.$$

Unitat 6. Nombres musicals

1. La música al llarg de la història

Context

Pàgines 98, 99 i 100

Context 1

1. a -50 000. b 2024.

2. 52 024.

3. Prehistòria: [-50000, -5000].

Edat mitjana: [476, 1453].

Renaixement: [1453, 1600].

Barroc: [1600, 1750]. Classicisme: [1750, 1820].

Romanticisme: [1820, 1900]. Moderna o Contemporània: [1900, 2024].

4. Classicisme. Barroc. Edat antiga. Edat antiga. Prehistòria.

Context 2

1. Vivaldi: (1678, 1741); Haydn: (1732, 1809); Mozart: (1756, 1791); Beethoven: (1770, 1827); Brahms: (1833, 1897).

2.

Vivaldi:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Centre} = \frac{1678 + 1741}{2} = 1709,5 \\ \text{Radi} = \frac{1741 - 1678}{2} = 31,5 \end{array} \right. \rightarrow E_{31,5}(1709,5)$$

Haydn:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Centre} = \frac{1732 + 1809}{2} = 1770,5 \\ \text{Radi} = \frac{1809 - 1732}{2} = 38,5 \end{array} \right. \rightarrow E_{38,5}(1770,5)$$

Mozart:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Centre} = \frac{1756 + 1791}{2} = 1773,5 \\ \text{Radi} = \frac{1791 - 1756}{2} = 17,5 \end{array} \right. \rightarrow E_{17,5}(1773,5)$$

Beethoven:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Centre} = \frac{1770 + 1827}{2} = 1798,5 \\ \text{Radi} = \frac{1827 - 1770}{2} = 28,5 \end{array} \right. \rightarrow E_{28,5}(1798,5)$$

Brahms:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Centre} = \frac{1833 + 1897}{2} = 1865 \\ \text{Radi} = \frac{1897 - 1833}{2} = 32 \end{array} \right. \rightarrow E_{32}(1865)$$

3. Vivaldi: $|2x - 3419| < 63$.

Haydn: $|2x - 3541| < 77$.

Mozart: $|2x - 3547| < 35$.

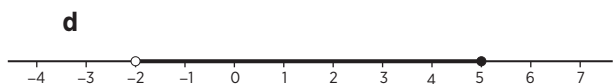
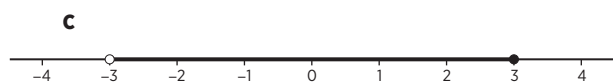
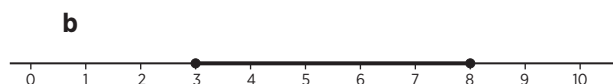
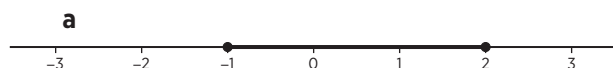
Beethoven: $|2x - 3597| < 57$.

Brahms: $|x - 1865| < 32$.

Entrena't

Pàgines 101, 102, 103 i 104

1. **a** real, racional, enter, negatiu. **b** Real, racional, enter, natural. **c** Real, racional, fraccionari. **d** Real, racional, fraccionari. **e** Real, irracional. **f** Real, racional, enter, natural. **g** Real, irracional.
2. **a** Racional. **b** Racional. **c** Irracional. **d** Irracional. **e** Racional.
3. **a** Racional. **b** Racional. **c** Irracional. **d** Racional. **e** Irracional.
4. Sí.
- 5.



6. **a** $1 \leq x \leq 7$. **b** $-2 < x \leq 3$. **c** $-3 < x < 0$. **d** $2 < x < \infty$. **e** $-\infty < x \leq -7$. **f** $-4 \leq x < \infty$.
7. **a** $[-1, 2)$. **b** $[-4, 2]$. **c** $(-\infty, 2)$. **d** $(2, 10)$. **e** $[-1, +\infty)$.
8. **a** $(-2, 8)$. **b** $(3, 5)$. **c** $(3, 7)$. **d** $(-5, 3)$. **e** $(-6, 6)$.

$$9. \text{ a } \begin{cases} \text{Centre} = \frac{2+6}{2} = 4 \\ \text{Radi} = \frac{6-2}{2} = 2 \end{cases} \rightarrow E_2(4).$$

$$\text{b } \begin{cases} \text{Centre} = \frac{-1+8}{2} = 3,5 \\ \text{Radi} = \frac{8-(-1)}{2} = 4,5 \end{cases} \rightarrow E_{4,5}(3,5).$$

$$\text{c } \begin{cases} \text{Centre} = \frac{-3+3}{2} = 0 \\ \text{Radi} = \frac{3-(-3)}{2} = 3 \end{cases} \rightarrow E_3(0).$$

$$\text{d } \begin{cases} \text{Centre} = \frac{-4+8}{2} = 2 \\ \text{Radi} = \frac{8-(-4)}{2} = 6 \end{cases} \rightarrow E_6(2).$$

$$\text{e } \begin{cases} \text{Centre} = \frac{-14+(-5)}{2} = -9,5 \\ \text{Radi} = \frac{-5-(-14)}{2} = 4,5 \end{cases} \rightarrow E_{4,5}(-9,5).$$

$$\text{f } \begin{cases} \text{Centre} = \frac{0+10}{2} = 5 \\ \text{Radi} = \frac{10-0}{2} = 5 \end{cases} \rightarrow E_5(5)$$

10. Per exemple, $[-10, 20]$.

11. **a** $[2, 6] \cap (3, 8) = (3, 6]$; $[2, 6] \cup (3, 8) = [2, 8)$.
b $[-6, 0] \cap (-3, 5] = (-3, 0]$; $[-6, 0] \cup (-3, 5] = [-6, 5]$.
c $(3, 7) \cap [4, 9] = [4, 7)$; $(3, 7) \cup [4, 9] = (3, 9]$.

12. **a** $(-2, 2)$. **b** $[-3, 3]$. **c** $(-4, 10)$. **d** $[-3, 7]$.

2. Orquestra simfònica

Context

Pàgines 105 i 106

Context 1

1. Sense comptar els que s'hi poden incloure ocasionalment, 100.

2. **a** $\frac{40}{100} \cdot 100 = 40\%$. **b** $\frac{6}{17} \cdot 100 = 35,29\%$.

3. **a** $\frac{10}{17}$. **b** $\frac{1}{72}$.

Context 2

1. Sis violins primers, cinc violins segons, quatre violes, quatre violoncel·ls i dos contrabaixos.

2. De 12 membres: $\frac{7}{12}$; de 21 membres: $\frac{11}{21}$; de 60 membres: $\frac{30}{60}$.

3. De 12 membres: $\frac{2}{12} \cdot 100 = 16,6\%$; de 21 membres: $\frac{4}{21} \cdot 100 = 19,05\%$.

Entrena't

Pàgines 107, 108, 109, 110 i 111

1. **a** Proporcionalitat directa. Factor de proporcionalitat = $\frac{4}{3}$.

x	2	3	4	5	7	10	13,33	20
y	1,5	2,25	3	3,75	5,25	7,5	10	15

b Proporcionalitat inversa. Factor de proporcionalitat = 20.

x	2	4	5	10	16	20
y	10	5	4	2	1,25	1

2. Proporcionalitat directa;

$$\frac{5 \text{ L}}{12 \text{ m}^2} = \frac{12 \text{ L}}{x \text{ m}^2} \rightarrow x = \frac{12 \cdot 12}{5} = 28,8 \text{ m}^2.$$

3. Proporcionalitat directa;

$$\frac{4 \text{ persones}}{120 \text{ L}} = \frac{6 \text{ persones}}{x \text{ L}} \rightarrow x = \frac{120 \cdot 6}{4} = 180 \text{ L}.$$

4. 1 trimestre = 3 mesos; proporcionalitat directa;

$$\frac{3 \text{ mesos}}{255 \text{ €}} = \frac{10 \text{ mesos}}{x \text{ €}} \rightarrow x = \frac{255 \cdot 10}{3} = 850 \text{ €}.$$

5. Proporcionalitat inversa;

$$\frac{5 \text{ persones}}{10 \text{ persones}} = \frac{x \text{ dies}}{12 \text{ dies}} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 12}{10} = 6 \text{ dies}.$$

6. Proporcionalitat inversa;

$$\frac{5 \text{ vaques}}{(5+2) \text{ vaques}} = \frac{x \text{ dies}}{7 \text{ dies}} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 7}{5+2} = 5 \text{ dies}.$$

7. Proporcionalitat inversa;

$$\frac{12 \text{ llibres}}{20 \text{ llibres}} = \frac{x \text{ caixes}}{180 \text{ caixes}} \rightarrow x = \frac{12 \cdot 180}{20} = 108 \text{ caixes}.$$

8. a $x = \frac{900 \cdot 5}{15} = 300$; $y = \frac{900 \cdot 10}{15} = 600$.

b $x = \frac{540 \cdot 7}{18} = 210$; $y = \frac{540 \cdot 11}{18} = 330$.

9. a $x = \frac{690 \cdot \frac{1}{7}}{\frac{3}{14}} = 460$; $y = \frac{690 \cdot \frac{1}{14}}{\frac{3}{14}} = 230$.

b $x = \frac{55 \cdot \frac{1}{6}}{\frac{5}{18}} = 33$; $y = \frac{55 \cdot \frac{1}{9}}{\frac{5}{18}} = 22$.

10. a $x = \frac{25 \cdot 90}{100} = 22,5$. **b** $x = \frac{40 \cdot 85}{100} = 34$.

c $x = \frac{32 \cdot 450}{100} = 144$.

11. Descompte = $\frac{20 \cdot 60}{100} = 12 \text{ €}$.
Preu final = $60 - 12 = 48 \text{ €}$.

Plantejant que pago $100\% - 20\% = 80\%$ del preu \rightarrow Preu final = $\frac{80 \cdot 60}{100} = 48 \text{ €}$.

12. Alumnat total = $\frac{252 \cdot 100}{45} = 560$; nombre de noies = $560 - 252 = 308$.

13. $x = \frac{1380 \cdot 100}{115} = 1200$ socis en la temporada anterior.

14. $x = \frac{4800 \cdot 100}{12} = 40\,000 \text{ €}$.

15. $x = \frac{36 \cdot 100}{90} = 40$. Ara calculem el percentatge que representa de 120:

$$\frac{120}{40} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{40 \cdot 100}{120} = 33,3\%.$$

Mates en context

112, 113, 114 i 115

Context 1

1. a $x = \frac{810 \cdot 100}{1050} = 77,14\%$.

b $x = \frac{810 \cdot 100}{108} = 750$ alumnes.

c $\frac{1050}{750} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{750 \cdot 100}{1050} = 71,43\%$.

2. a Punts equip Segon Socials: $1 \cdot 15 + 2 \cdot 24 + 3 \cdot 6 = 81$ punts. Punts equip Primer Ciències: $1 \cdot 21 + 2 \cdot 19 + 3 \cdot 11 = 92$ punts.

b L'equip de primer de Ciències.

c % equip Segon Socials: $\frac{15}{18} \cdot 100 = 83,3\%$; equip Primer Ciències: $\frac{21}{26} \cdot 100 = 80,77\%$.

Context 2

1. [13, 15).

2. [13, 15) \cup [18, 20).

3. Unió.

4. Jesús: [14, 17] \cup (19, 21);

Dídac: [14, 15) \cup (19, 22].

5. Anna i Jesús: [14, 15) \cup (19, 20);

Anna i Dídac: [14, 15) \cup (19, 20);

Dídac i Jesús: [14, 15) \cup (19, 21);

Tots tres: [14, 15) \cup (19, 20).

Context 3

1. $x < 3$; $E_{1,5}(1,5)$; $(0, 3)$.
2. No, perquè ha de tenir menys de tres anys.
3. $-1000 \leq x \leq 4000$; $E_{2500}(1500)$; $[-1000, 4000]$.
4. Sí, perquè queda inclòs en l'interval.
5. Sí, perquè queda inclòs en l'interval.

Context 4

1. **a** Primer d'ESO \rightarrow Noies: $\frac{67 - 23}{67} \cdot 100 = 65,67\%$;
nois: $\frac{127 - 46}{127} \cdot 100 = 63,78\%$.
Segon d'ESO \rightarrow Noies: $\frac{74 - 31}{74} \cdot 100 = 58,11\%$;
nois: $\frac{79 - 34}{79} \cdot 100 = 56,96\%$.
Tercer d'ESO \rightarrow Noies: $\frac{72 - 33}{72} \cdot 100 = 54,17\%$;
nois: $\frac{78 - 37}{78} \cdot 100 = 52,56\%$.
Quart d'ESO \rightarrow Noies: $\frac{105 - 58}{105} \cdot 100 = 44,76\%$;
nois: $\frac{70 - 40}{70} \cdot 100 = 42,86\%$.
b A quart d'ESO. **c.** A primer d'ESO.

Unitat 7. Construïm amb matemàtiques

1. Diferents formes de construir

Pàgines 116 i 117

Context 1

1. **a** Circular. **b** $A = \pi \cdot 1,5^2 = 7,07 \text{ m}^2$.
2. **a** Rectangular. **b** $A = 2 \cdot \pi \cdot 1,5 \cdot 1,2 = 11,31 \text{ m}^2$.
3. $V_{\text{piscina obra}} = 5 \cdot 3 \cdot 1,2 = 18 \text{ m}^3$;
 $V_{\text{piscina desmuntable}} = \pi \cdot 1,5^2 \cdot 1,2 = 8,48 \text{ m}^3$.

Context 2

1. Un cilindre i un con.
2. Un prisma i una piràmide quadrangulars.
3. Carpa circular: $V = \pi \cdot 5^2 \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 1 = 183,26 \text{ m}^3$;
Carpa rectangular: $V = 8^2 \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 1,82 = 166,83 \text{ m}^3$.
 $V_{\text{carpa circular}} > V_{\text{carpa rectangular}}$
4. $g = \sqrt{5^2 + 1^2} = 5,10 \text{ m}$.
5. $A = \pi \cdot 5 \cdot 5,10 = 80,11 \text{ m}^2$.

Entrena't

Pàgines 118, 119, 120 i 121

1. $A = 4 \cdot \pi \cdot 7^2 = 615,75 \text{ cm}^2$;
 $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 7^3 = 1436,76 \text{ cm}^3$.
2. **a** $A = 6 \cdot 8^2 = 384 \text{ cm}^2$; $V = 8^3 = 512 \text{ cm}^3$.
b $A = 2 \cdot 6^2 + 4 \cdot 6 \cdot 15 = 432 \text{ cm}^2$; $V = 6^2 \cdot 15 = 540 \text{ cm}^3$.
3. $A = 2 \cdot \pi \cdot 6^2 + 2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot 17 = 867,08 \text{ cm}^2$;
 $V = \pi \cdot 6^2 \cdot 17 = 1922,65 \text{ cm}^3$.
4. $A = 2 \cdot 50 \cdot 40 + 2 \cdot 50 \cdot 60 + 2 \cdot 40 \cdot 60 = 14800 \text{ cm}^2$;
 $V = 50 \cdot 40 \cdot 60 = 120000 \text{ cm}^3$.
5. $1000000 \text{ L} = 1000 \text{ m}^3$; $V = 20 \cdot 16 \cdot h = 1000 \text{ m}^3 \rightarrow$
 $\rightarrow h = \frac{1000}{20 \cdot 16} = 3,125 \text{ m}$.
6. $L = \frac{64}{4} = 16 \text{ cm}$; $V = \frac{1}{3} \cdot 16^2 \cdot 15 = 1280 \text{ cm}^3$.
7. $h = \sqrt{13^2 - \left(\frac{10}{2}\right)^2} = 12 \text{ cm}$; $V = \frac{1}{3} \cdot 10^2 \cdot 12 = 400 \text{ cm}^3$.
8. $A = 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{16}{2}\right)^2 + 2 \cdot \pi \cdot \frac{16}{2} \cdot 22 = 1507,97 \text{ cm}^2$;
 $V = \pi \cdot \left(\frac{16}{2}\right)^2 \cdot 22 = 4423,36 \text{ cm}^3$.
9. $R = 2 \cdot h = 2 \cdot 9 = 18 \text{ cm}$; $V = \pi \cdot 18^2 \cdot 9 = 9160,88 \text{ cm}^3$.
10. $V = \pi \cdot \left(\frac{4}{2}\right)^2 \cdot 1,5 = 18,85 \text{ m}^3 = (18,85 \cdot 1000) \text{ L} =$
 $= 18850 \text{ L}$.
11. $g = \sqrt{4^2 + 9^2} = 9,85 \text{ m}$;
 $A = \pi \cdot 4 \cdot 9,85 + \pi \cdot 4^2 = 174,03 \text{ cm}^2$;
 $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 9 = 150,80 \text{ cm}^3$.
12. $R = \frac{125,6}{2\pi} = 19,99 \text{ m}$;
 $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 19,99^2 \cdot h = 20096 \rightarrow$
 $\rightarrow h = \frac{3 \cdot 20096}{\pi \cdot 19,99^2} = 48 \text{ m}$; $g = \sqrt{19,99^2 + 48^2} = 52 \text{ m}$.
13. $R = \frac{36}{2} = 18 \text{ cm}$; $A = 4 \cdot \pi \cdot 18^2 = 4071,50 \text{ cm}^2$;
 $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 18^3 = 24429,02 \text{ cm}^3$.
14. $R = \sqrt{\frac{615,44}{4 \cdot \pi}} = 7 \text{ dm}$; $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 7^3 = 1436,76 \text{ dm}^3$.
15. $R = \sqrt[3]{\frac{523,6 \cdot 3}{4 \cdot \pi}} = 5 \text{ m}$; $A = 4 \cdot \pi \cdot 5^2 = 314,16 \text{ m}^2$.
16. $a^2 = \frac{54}{6} = 9 \rightarrow a = \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$; $V = 3^3 = 27 \text{ cm}^3$.

$$17. A = 2 \cdot \pi \cdot R^2 = 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{54}{2}\right)^2 = 4580,44 \text{ m}^2;$$

$$\text{Cost total} = 4580,44 \cdot 350 = 1603154 \text{ €}.$$

$$18. V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 0,52 \text{ m}^3.$$

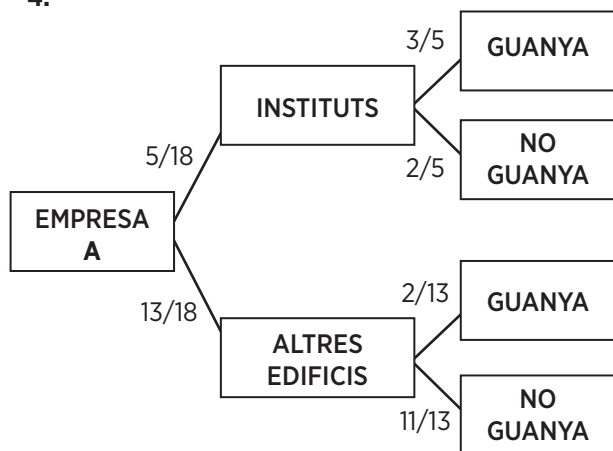
2. Escollir amb garanties

Context

Pàgines 122 i 123

Context 1

1. Empresa A: 18; empresa B: 15; empresa C: 16.
2. Instituts: 15; altres institucions: 34.
3. En 49.
- 4.



Context 2

1. a 54 106. b 60 200. c 411 483.
2. a $P(\text{assalariat}) = \frac{54\ 106}{60\ 200} = 0,90$.
b $P(\text{no assalariat}) = \frac{60\ 200 - 54\ 106}{60\ 200} = 0,10$.

Entrena't

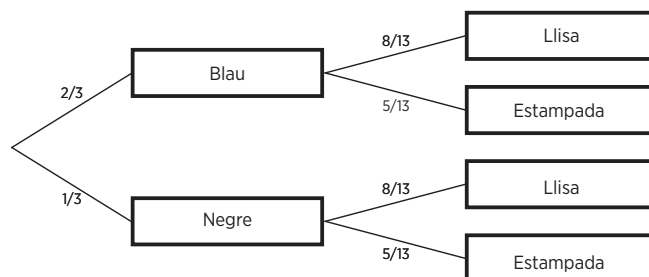
Pàgines 124, 125, 126 i 127

1. a $P(A) = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} = 0,29$. b $P(\bar{A}) = 0,71$.
2. a $P(\text{biòleg}) = \frac{4}{11} = 0,36$.
b $P = \frac{3}{11} \cdot \frac{2}{10} = \frac{3}{55} = 0,054$.
c $P = \frac{2}{11} \cdot \frac{2}{10} = \frac{2}{55} = 0,036$.
3. $P(\text{vermella i vermella}) + P(\text{blava i blava}) =$
 $= \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} + \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = 0,46$.

$$4. P(\text{múltiple de 3}) = \frac{2}{6} = 0,3;$$

$$P(\text{nombre primer}) = \frac{3}{6} = 0,5.$$

5. a



$$b P = \frac{5}{13} \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{39} = 0,26.$$

$$c P = \frac{8}{13} \cdot \frac{1}{3} = \frac{8}{39} = 0,21.$$

$$6. a P = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{9} = \frac{1}{18} = 0,05.$$

$$b P = \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{9} = \frac{2}{27} = 0,074.$$

$$c P = \frac{3}{6} \cdot \frac{5}{9} + \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{9} = \frac{4}{9} = 0,4.$$

$$d P = \frac{3}{6} \cdot \frac{4}{9} + \frac{3}{6} \cdot \frac{6}{9} = \frac{5}{9} = 0,5.$$

$$7. a P(A) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{7} + \frac{4}{10} \cdot \frac{2}{7} = \frac{19}{35} = 0,54.$$

$$b P(\bar{A}) = 1 - 0,54 = 0,46;$$

$$P(B) = \frac{6}{10} \cdot \frac{2}{7} + \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{7} = \frac{16}{35} = 0,46.$$

$$c P(C) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{7} = \frac{3}{7} = 0,43.$$

$$d P(D) = \frac{4}{10} \cdot \frac{2}{7} = \frac{4}{35} = 0,11.$$

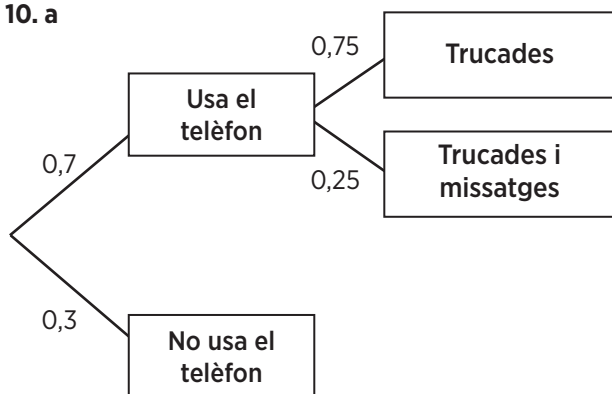
$$8. a P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 0,125.$$

$$b P(\bar{A}) = 1 - 0,125 = 0,875.$$

$$9. a P = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{6} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{17}{30} = 0,56.$$

$$b P = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{13}{30} = 0,43.$$

10. a


b $P(\text{no usa mòbil}) = 0,3$.

c $P(\text{no usa mòbil}) = 0,7 \cdot 0,75 = 0,525$.

d $P(\text{no usa mòbil}) = 0,7 \cdot 0,25 = 0,175$.

11. a $P(A) = \frac{10}{23} \cdot \frac{9}{22} \cdot \frac{8}{21} = 0,068$.

b $P(\bar{A}) = 1 - 0,068 = 0,932$.

Mates en context

Pàgines 128, 129, 130 i 131

Context 1

1. a

	Pateixen la malaltia	No pateixen la malaltia	Totals
Positiu	650	270	920
Negatiu	450	1230	1680
Totals	1100	1500	2600

b 2600. c 1100.

2. a $P = \frac{920}{2600} = 0,35$. b $P = \frac{1100}{2600} = 0,42$.

Context 2

1. a 36. b $P = \frac{6}{36} = 0,1\hat{6}$. c $P = \frac{3}{6} = 0,5$.

Context 3

1. $h_{\text{triangle}} = 6,54$ m.

2. $A = 4 \cdot (12 \cdot 2,4) + 4 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6,54\right) = 272,16$ m².

3. $g = 7,23$ m

4. $A = 2 \cdot \pi \cdot 6,75 \cdot 2,4 + \pi \cdot 6,75 \cdot 7,23 = 255,11$ m².

5. El primer.

6. Primer edifici: $V = \frac{1}{3} \cdot 12^2 \cdot 2,6 = 124,8$ m³;

Segon edifici: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6,75^2 \cdot 2,6 = 124,05$ m³.

Context 4

1. Els alumnes donen el seu parer.

2. $V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 100,53$ cm³;

$V_2 = \pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 301,59$ cm³.

3. El volum del vas cilíndric és el triple que el del vas cònic.

4. $V_2 = 3 \cdot V_1 \rightarrow$ Es necessiten tres vasos de forma cònica.

5. $V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 6 = 25,13$ cm³;

 $V_2 = \pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 75,40$ cm³; sí, el volum del vas cilíndric continua sent el triple que el volum del vas cònic.

6. $V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 10^2 \cdot 20 = 2094,40$ cm³;

 $V_2 = \pi \cdot 10^2 \cdot 20 = 6283,19$ cm³; sí, es continua complint.

Unitat 8. Economia matemàtica

1. L'interès dels percentatges

Context

Pàgines 132 i 133

Context 1

1. a $x = \frac{20 \cdot 450}{100} = 90$.

b $\frac{100}{15} = \frac{80}{x} \rightarrow x = \frac{15 \cdot 80}{100} = 12$ € de descompte.

Preu final = $80 - 12 = 68$ €.

c $\frac{100}{21} = \frac{3500}{x} \rightarrow x = \frac{21 \cdot 3500}{100} = 735$ € d'IVA.

Preu final = $3500 + 735 = 4235$ €.

d $100 - 20 = 80$ %.

e $\frac{100}{80} = \frac{120}{x} \rightarrow x = \frac{80 \cdot 120}{100} = 96$ €.

Context 2

1. a $\frac{100}{21} = \frac{1800}{x} \rightarrow x = \frac{21 \cdot 1800}{100} = 378$ € d'IVA.

Preu (IVA inclòs) = $1800 + 378 = 2178$ €.

$\frac{100}{10} = \frac{2178}{x} \rightarrow x = \frac{10 \cdot 2178}{100} = 217,8$ € de descompte.

Preu final = $2178 - 217,8 = 1960,2$ €.

b $\frac{100}{10} = \frac{1800}{x} \rightarrow x = \frac{10 \cdot 1800}{100} = 180 \text{ € de des-}$
compte.

Preu (sense IVA) = $1800 - 180 = 1620 \text{ €}$.

$\frac{100}{21} = \frac{1620}{x} \rightarrow x = \frac{21 \cdot 1620}{100} = 340,2 \text{ € d'IVA}$.

Preu (IVA inclòs) = $1620 + 340,2 = 1960,2 \text{ €}$.

c És indiferent, perquè l'ordre dels percentatges no importa.

8. $\frac{100}{20} = \frac{70}{x} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 70}{100} = 14 \%$;

Total descomptes = $30 + 14 = 44 \%$.

Paga al final: $100 - 44 = 56 \%$ del preu inicial.

Preu inicial: $A = \frac{100 \cdot 700}{56} = 1250 \text{ €}$.

9. IVA: $x = \frac{21 \cdot 8500}{100} = 1785 \text{ €}$.

Preu (IVA inclòs) = $8500 + 1785 = 10\,285 \text{ €}$;

Pagament inicial: $\frac{100}{30} = \frac{8500 + 1785}{x} \rightarrow$

$\rightarrow x = \frac{30 \cdot 10\,285}{100} = 3085,5 \text{ €}$.

Entrena't

Pàgines 134, 135, 136, 137, 138 i 139

1. a $\frac{100}{20} = \frac{130}{x} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 130}{100} = 26 \text{ €}$;

Preu = $130 + 26 = 156 \text{ €}$.

b $\frac{100}{20} = \frac{156}{x} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 156}{100} = 31,2 \text{ €}$;

Preu = $156 - 31,2 = 124,8 \text{ €}$.

2. a $I = \frac{10\,000 \cdot 10 \cdot 1}{100} = 1000 \text{ € a l'any}$.

b $10\,000 + 1000 = 11\,000 \text{ €}$.

c $10\,000 + 2 \cdot 1000 = 12\,000 \text{ €}$.

d $10\,000 + 10 \cdot 1000 = 20\,000 \text{ €}$.

3. a $C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^1 = 11\,000$.

b $C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2 = 12\,100$.

c $C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^5 = 16\,105,10 \text{ €}$.

4. $\frac{650}{380} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{380 \cdot 100}{650} = 58,46 \%$ infectat;
 $\frac{650}{(650 - 380)} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{270 \cdot 100}{650} = 41,54 \%$ lliure de virus.

5. a $\frac{20}{2} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 100}{20} = 10 \%$.

b $\frac{2}{2} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 100}{2} = 100 \%$.

c $\frac{5}{2} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 100}{5} = 40 \%$.

6. $\frac{100}{11} = \frac{x}{10\,000} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 10\,000}{11} = 90\,909,09 \text{ €}$.

7. $\frac{100}{110} = \frac{x}{1595} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 1595}{110} = 1450 \text{ €}$.

10. a $I = \frac{25\,000 \cdot 3 \cdot 5}{100} = 3750 \text{ €}$.

b $I = \frac{80\,000 \cdot 0,25 \cdot 8}{100} = 1600 \text{ €}$.

c $I = \frac{12\,500 \cdot 1,25 \cdot 6}{100} = 937,5 \text{ €}$.

d $I = \frac{42\,000 \cdot 0,75 \cdot 7}{100} = 2205 \text{ €}$.

11. $\frac{40\,000}{50\,000} = \frac{2500}{x} \rightarrow x = \frac{50\,000 \cdot 2500}{40\,000} = 3125 \text{ €}$.

12. $2000 = \frac{x \cdot 5 \cdot 20}{100} \rightarrow x = \frac{2000 \cdot 100}{5 \cdot 20} = 2000 \text{ €}$.

13. $I = 2C - C = C$; $C = \frac{C \cdot x \cdot 20}{100} \rightarrow x = \frac{C \cdot 100}{C \cdot 20} = 5 \%$.

14. $C = \frac{C \cdot 4 \cdot x}{100} \rightarrow x = \frac{C \cdot 100}{C \cdot 4} = 25 \text{ anys}$.

15. a $C_{\text{final}} = 25\,000 \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)^5 = 28\,981,85 \text{ €}$;

$I = 28\,981,85 - 25\,000 = 3981,85 \text{ €}$.

b $C_{\text{final}} = 80\,000 \cdot \left(1 + \frac{1,3}{100}\right)^7 = 87\,570,15 \text{ €}$;

$I = 87\,570,15 - 80\,000 = 7570,15 \text{ €}$.

c $C_{\text{final}} = 23\,000 \cdot \left(1 + \frac{1,75}{100}\right)^{14} = 29\,323,09 \text{ €}$;

$I = 29\,323,09 - 23\,000 = 6323,09 \text{ €}$.

d $C_{\text{final}} = 12\,300 \cdot \left(1 + \frac{0,4}{100}\right)^8 = 12\,699,15 \text{ €}$;

$I = 12\,699,15 - 12\,300 = 399,15 \text{ €}$.

e $C_{\text{final}} = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{2,13}{100}\right)^{10} = 123\,462 \text{ €}$;

$I = 123\,462 - 100\,000 = 23\,462 \text{ €}$.

16. a 5 anys = $5 \cdot 12 = 60$ mesos;

$$C_{\text{final}} = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{2}{1200}\right)^{60} = 110\,507,89 \text{ €}.$$

b $C_{\text{final}} = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)^5 = 110\,408,08 \text{ €}.$

17. a 8 anys = $8 \cdot 12 = 96$ mesos;

$$C_{\text{final}} = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{1200}\right)^{96} = 122\,114,87 \text{ €}.$$

b 8 anys = $8 \cdot 4 = 32$ trimestres;

$$C_{\text{final}} = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{400}\right)^{32} = 122\,064,28 \text{ €}.$$

c $C_{\text{final}} = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{100}\right)^8 = 121\,840,29 \text{ €}.$

18. a 4 anys = $4 \cdot 365 = 1460$ dies;

$$C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{3,25}{36\,000}\right)^{1460} = 11\,408,80 \text{ €}.$$

b 4 anys = $4 \cdot 12 = 48$ mesos;

$$C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{3,25}{1200}\right)^{48} = 11\,386,28 \text{ €}.$$

c 4 anys = $4 \cdot 4 = 16$ trimestres;

$$C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{3,25}{400}\right)^{16} = 11\,382,30 \text{ €}.$$

d $C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{3,25}{100}\right)^4 = 11\,364,76 \text{ €}.$

2. Sistemes econòmics

Context

Pàgines 140 i 141

Context 1

1. a x = tones d'acer que es produeixen anualment;
 y = nombre d'automòbils que es produeixen anualment. b 360 000 tones.

c $\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y$. d $\frac{1}{12}x + \frac{1}{9}y$.

e $360\,000 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y = x$.

f $110\,000 + \frac{1}{12}x + \frac{1}{9}y = y$.

g
$$\begin{cases} 360\,000 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y = x \\ 110\,000 + \frac{1}{12}x + \frac{1}{9}y = y \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 1\,440\,000 \\ -3x + 32y = 3\,960\,000 \end{cases}$$

h
$$\begin{cases} 3x - 2y = 1\,440\,000 \\ -3x + 32y = 3\,960\,000 \end{cases} \rightarrow 30y = 5\,400\,000 \rightarrow$$

$$\rightarrow y = \frac{5\,400\,000}{30} = 180\,000$$

Per tant: $3x - 2 \cdot 180\,000 = 1\,440\,000 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{1\,440\,000 + 2 \cdot 180\,000}{3} = 600\,000$$

Entrena't

Pàgines 142, 143, 144 i 145

1. a $y = 2x - 4$; $4x + 3(2x - 4) = -7 \rightarrow 4x + 6x - 12 = -7 \rightarrow 10x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{10} = 0,5$;

Per tant: $y = 2 \cdot 0,5 - 4 = -3$.

b $x = 2y + 1$; $(2y + 1) + 3y = 4 \rightarrow 2y + 1 + 3y = 4 \rightarrow 5y = 3 \rightarrow y = \frac{3}{5} = 0,6$;

Per tant: $x = 2 \cdot 0,6 + 1 = 2,2$.

c $x = -2y + 5$; $4 \cdot (-2y + 5) + 3y = 10 \rightarrow -8y + 20 + 3y = 10 \rightarrow 5y = 10 \rightarrow y = \frac{10}{5} = 2$;

Per tant: $x = -2 \cdot 2 + 5 = 1$.

2.
$$\begin{cases} x = 2y + 1 \\ x = 4 - 3y \end{cases}$$

Igualant: $2y + 1 = 4 - 3y \rightarrow 5y = 3 \rightarrow y = \frac{3}{5} = 0,6$;

Per tant: $x = 2 \cdot 0,6 + 1 = 2,2$.

3. a
$$\begin{cases} x - 5y = -3 \\ 2x - 7y = -2 \end{cases} \rightarrow x = \frac{11}{3}; y = \frac{4}{3}.$$

b
$$\begin{cases} x - 3y = 2 \\ -7x + 8y = -1 \end{cases} \rightarrow x = -1; y = -1.$$

c
$$\begin{cases} 3x - 2y = 3 \cdot 6 \\ -x - 2y = 4y - 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 18 \\ -x - 6y = -8 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 6,2; y = 0,3$$

4. a Sistema incompatible. b Sistema compatible determinat. c Sistema incompatible. d Sistema compatible determinat. e Sistema incompatible indeterminat. f Sistema compatible determinat.

5. Resposta oberta. Per exemple:

a

x	-1	0	1	2	3
y	-3	-2	-1	0	1

b

x	-3	-1	0	2	4
y	14	10	8	4	0

6. Resposta oberta. Per exemple: a $3x + y = 0$. Perquè el sistema sigui compatible determinat, m_2 ha de ser diferent de m_1 , és a dir, $m_2 \neq \frac{2}{3}$.

b $4x - 6y = 4$. Perquè el sistema sigui compatible indeterminat, m_2 ha de ser igual a m_1 i n_2 ha de ser igual a n_1 , és a dir, $m_2 = \frac{2}{3}$ i $n_2 = -\frac{2}{3}$.

c $2x - 3y = 4$. Perquè el sistema sigui incompatible, m_2 ha de ser igual a m_1 i n_2 ha de ser diferent de n_1 , és a dir, $m_2 = \frac{2}{3}$ i $n_2 \neq -\frac{2}{3}$.

7. Resposta oberta. Per exemple: a $4x + y = 1$. Perquè el sistema sigui compatible determinat, m_2 ha de ser diferent de m_1 , és a dir, $m_2 \neq -2$.

b $6x + 3y = 15$. Perquè el sistema sigui compatible indeterminat, m_2 ha de ser igual a m_1 i n_2 ha de ser igual a n_1 , és a dir, $m_2 = -2$ i $n_2 = 5$.

c $2x + y = 4$. Perquè el sistema sigui incompatible, m_2 ha de ser igual a m_1 i n_2 ha de ser diferent de n_1 , és a dir, $m_2 = -2$ i $n_2 \neq 5$.

3. L'interès més convenient

Context

Pàgines 146 i 147

Context 1

1. $I = 10\,000 \cdot 0,045 \cdot 10 = 4500$ €.

2. 5 anys = $5 \cdot 4 = 20$ trimestres;

$$C_f = 2000 \cdot \left(1 + \frac{0,3}{400}\right)^{20} = 2030,21 \text{ €}.$$

Context 2

1. a $C_f = 12\,000 \cdot \left(1 + \frac{1,31}{100}\right)^2 = 12\,316,46$ €.

b $C_f = 12\,000 \cdot \left(1 + \frac{1,31}{100}\right)^5 = 12\,806,86$ €.

c $C_f = 12\,000 \cdot \left(1 + \frac{1,31}{100}\right)^{10} = 13\,667,98$ €.

d $C_f = 12\,000 \cdot \left(1 + \frac{1,31}{100}\right)^{20} = 15\,567,81$ €.

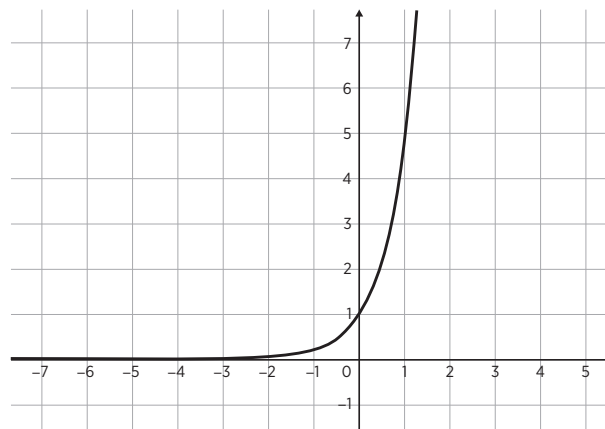
2. $1,5 \cdot C = C \cdot \left(1 + \frac{1,31}{100}\right)^t \rightarrow 1,5 = \left(1 + \frac{1,31}{100}\right)^t \rightarrow \log_{\left(1 + \frac{1,31}{100}\right)} 1,5 = t \rightarrow t = 31,5$ anys.

Entrena't

Pàgines 148, 149, 150 i 151

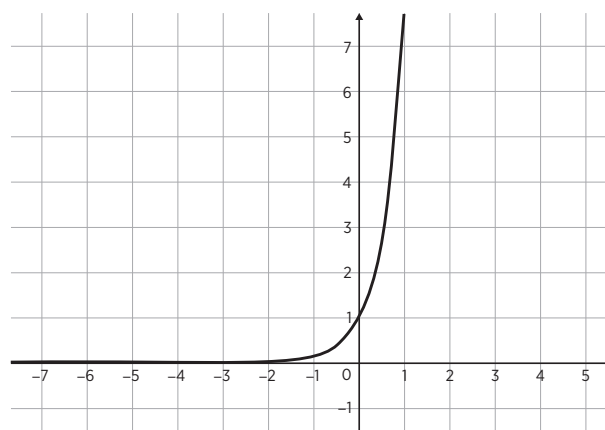
1. a

x	-1	0	1	2
y	0,2	1	5	25



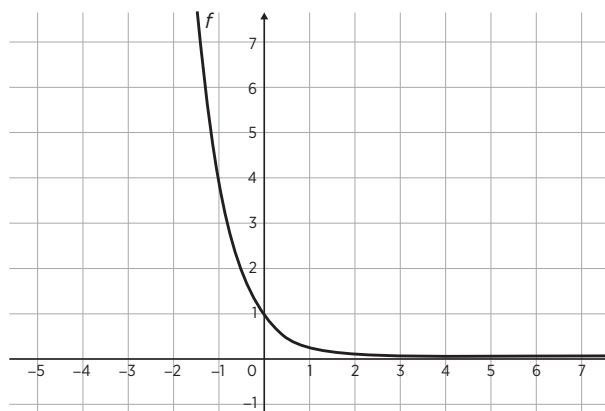
b

x	-1	0	1	2
y	0,125	1	8	64



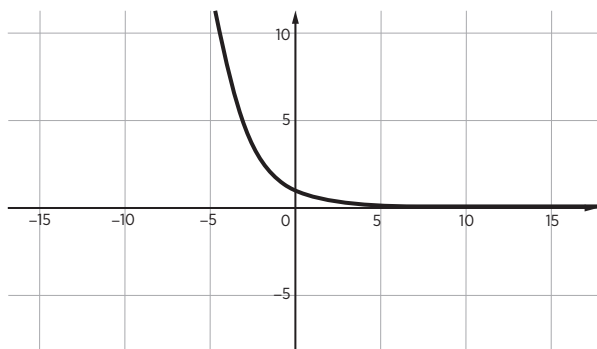
c

x	-1	0	1	2
y	4	1	0,25	0,0625



d

x	-1	0	1	2
y	1,6	1	0,6	0,36



2. **a** Creixent. **b** Decreixent. **c** Decreixent. **d** Decreixent. **e** Creixent.

3. Resposta oberta. Són creixents totes aquelles amb base més gran que 1 i són decreixents aquelles amb base inferior a 1. Per exemple:

Creixents: $y = 2^x$, $y = 5^x$;

Decreixents: $y = 0,5^x$, $y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$.

4. **a** \mathbb{R} . **b** \mathbb{R} . **c** $[0, +\infty)$. **d** $\mathbb{R} - \{0\}$.

5. **a** $x = \frac{\log 6}{\log 4} = 1,29 \rightarrow$ Punt de tall (1,29, 0).

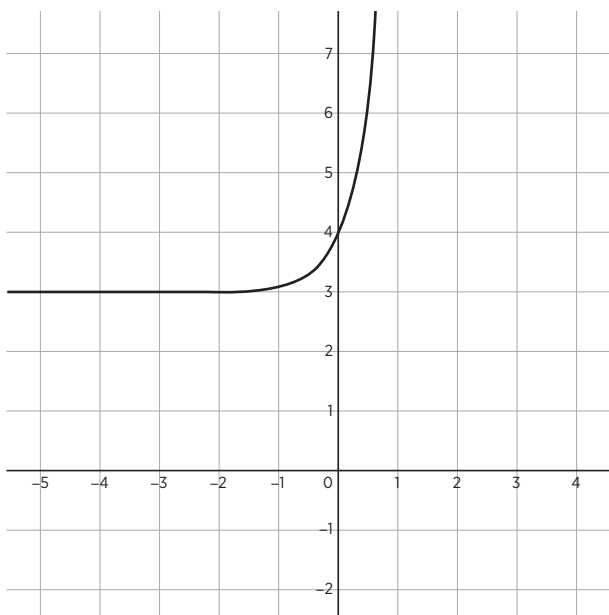
b $x = \frac{\log 8}{\log 2} = 3 \rightarrow$ Punt de tall (3, 0).

c No talla l'eix d'abscisses.

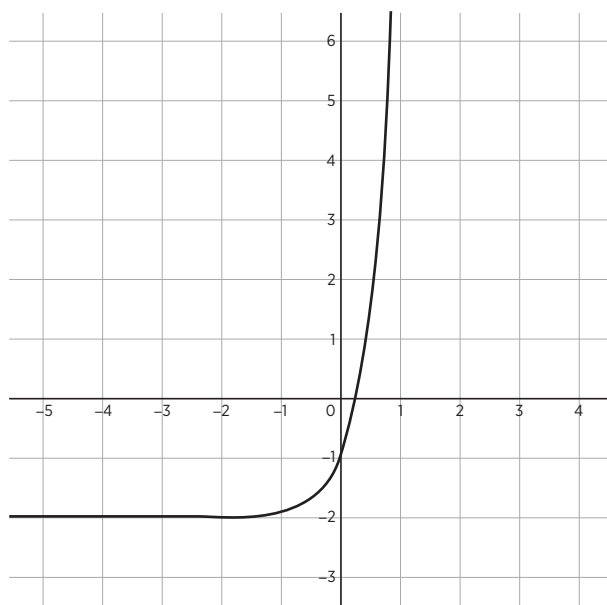
d $x = \frac{\log 7}{\log 3} = 1,77 \rightarrow$ Punt de tall (1,77, 0).

e $x = \frac{\log 7}{\log 7} = 1 \rightarrow$ Punt de tall (1, 0).

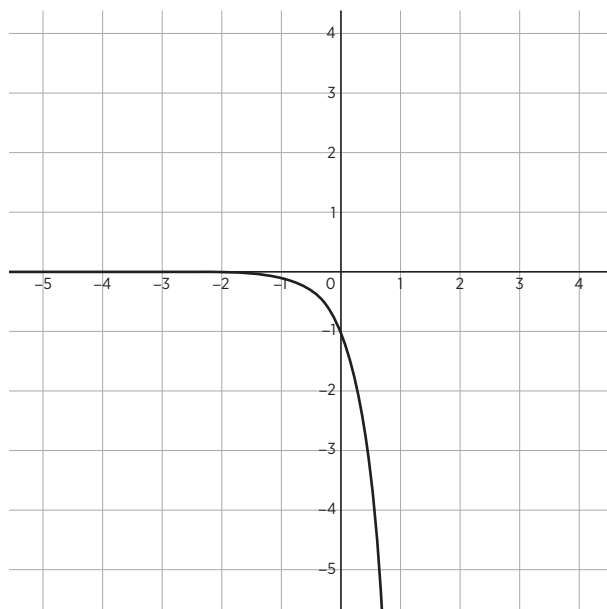
6. **a** La funció es desplaça tres unitats cap amunt.



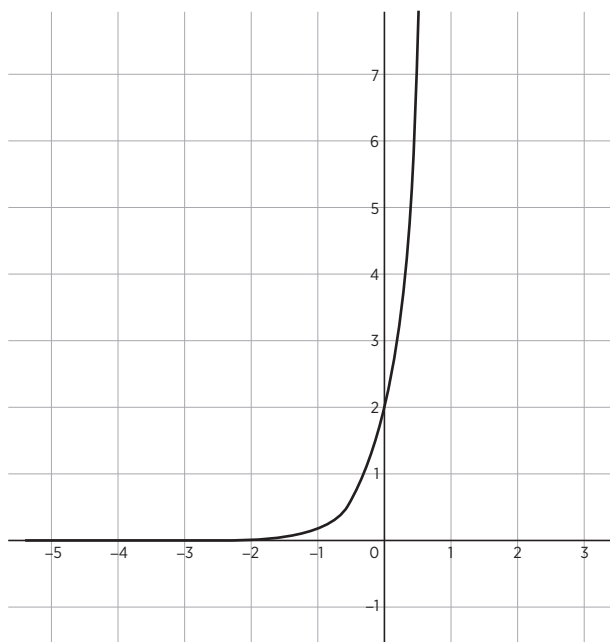
b La funció es desplaça dues unitats cap avall. .



c És simètrica respecte de l'eix d'abscisses.



d Els valors es dupliquen.



7. Sí, $y = 12^x - 2$.

8. $a y = -5^x$. $b y = 3^x$. $c y = -\left(\frac{1}{3}\right)^x$.

$d y = -\left(\frac{2}{5}\right)^x$. $e y = -\left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$.

9. $a y = 5^{-x}$. $b y = -3^{-x}$. $c y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$. $d y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$.

Mates en context

Pàgines 152, 153, 154 i 155

Context 1

1.

	Opció 1	Opció 2	Opció 3
Preu inicial	299 €	255,56 €	315 €
Descompte	15%	10%	25%
Preu final	254,15 €	230 €	236,25 €
Despeses d'enviament	0 €	20 €	25 €
Total per pagar	254,15 €	250 €	261,25 €

L'opció 2 és la més econòmica.

2. Pantalons + camisa \rightarrow

$$\rightarrow \frac{100}{20} = \frac{(30 + 25)}{x} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 55}{100} = 11 \text{ € de}$$

descompte $\rightarrow (30 + 25) - 11 = 44 \text{ €}$.

$$\text{Abric} \rightarrow \frac{100}{30} = \frac{50}{x} \rightarrow x = \frac{50 \cdot 30}{100} = 15 \text{ € de des-}$$

compte $\rightarrow 50 - 15 = 35 \text{ €}$.

Pantalons + camisa + abric = $44 + 35 = 79 \text{ €}$.

Descompte del centre comercial:

$$\frac{100}{5} = \frac{79}{x} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 79}{100} = 3,95 \text{ €}.$$

Total per pagar = $79 - 3,95 = 75,05 \text{ €}$.

Context 2

1. 6900 milions d'habitants.

$$2. (1+r)^3 = \frac{7130}{6900} = 1,03 \rightarrow 1+r = \sqrt[3]{1,03} = 1,011 \rightarrow$$

$$\rightarrow r = 1,011 - 1 = 0,011.$$

3. $P_t = 6900 \cdot (1 + 0,011)^t$ milions d'habitants.

4. Creixent, ja que $1 + r$ és més gran que 1.

5. $P_{2050} = 6900 \cdot (1 + 0,011)^n = 10,57 \cdot 10^3$ milions d'habitants.

Context 3

1. 1 dia = 24 h;

$$\frac{8 \text{ h}}{24 \text{ h}} = \frac{500 \text{ mg}}{x} \rightarrow x = \frac{24 \cdot 500}{8} = 1500 \text{ mg};$$

$$\frac{250 \text{ mg}}{1500 \text{ mg}} = \frac{5 \text{ mL}}{x} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 1500}{250} = 30 \text{ mL al dia.}$$

$$2. \frac{1 \text{ dia}}{7 \text{ dies}} = \frac{30 \text{ mL}}{x} \rightarrow x = \frac{7 \cdot 30}{1} =$$

= 210 mL en els 7 dies;

$$\frac{120 \text{ mL}}{210 \text{ mL}} = \frac{1 \text{ flascó}}{x} \rightarrow x = \frac{210 \cdot 1}{120} =$$

= 1,75 \rightarrow 2 flascons.

$2 \cdot 120 - 210 = 30 \text{ mL sobren}$.

3. Pots - dies: proporcionalitat directa.

Pacients - dies: proporcionalitat inversa.

$$\frac{96}{192} \cdot \frac{16}{6} = \frac{8}{x} \rightarrow x = \frac{192 \cdot 6 \cdot 8}{96 \cdot 16} = 6 \text{ dies.}$$

Context 4

1. Coixins: x ; mantes: y ; edredons: z .

2. $x + y + z = 200$.

$$16x + 50y + 80z = 7500;$$

$$\text{m. c. d. } (16, 50, 80) = 2 \rightarrow 8x + 25y + 40z = 3750.$$

3. $x = y + z$.

4. $x - y - z = 0$.

Unitat 9. Natura i salut

1. Els «invisibles» a l'ull humà

Context

Pàgines 156, 157 i 158

Context 1

1.

Decimal	Fracció	10^n	Prefix	Símbol
0,000001	$\frac{1}{1000000}$	10^{-6}	micro	μ
0,000000001	$\frac{1}{10^9}$	10^{-9}	nano	n
0,000000000001	$\frac{1}{10^{12}}$	10^{-12}	pico	p
0,000000000000001	$\frac{1}{10^{15}}$	10^{-15}	femto	f
0,000000000000000001	$\frac{1}{10^{18}}$	10^{-18}	atto	a
0,000000000000000000001	$\frac{1}{10^{21}}$	10^{-21}	zepto	z
0,00000000000000000000001	$\frac{1}{10^{24}}$	10^{-24}	yocto	y

- Penicillium chrysogenum*: entre 217 500 i 328 000 nm.
Lactobacillus casei: entre 1650 i 600 nm.
 Virus de la grip; entre 80 i 120 nm.
- Virus de la grip < *Lactobacillus casei* < *Penicillium chrysogenum*.
- Penicillium chrysogenum* i *Lactobacillus casei*.
- Per al virus de la grip.

Context 2

1. $\frac{5 + 50}{2} = 27,5 \mu\text{m} = 27,5 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 0,00275 \text{ cm}.$

arqueu = $\frac{0,1 + 15}{2} = 7,55 \mu\text{m} = 7,55 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 0,000755 \text{ cm}$

$\frac{0,00275 \text{ cm}}{0,000755 \text{ cm}} = 3,64 \approx$ és 4 vegades més petit la mida de l'arqueu

2. $27,5 \cdot 10^{-4} \cdot 100 = 0,275 \text{ cm} = 0,275 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 0,00275 \text{ m}.$

3. $x = \sqrt{10^{-12}} = 10^{-6} \text{ m}.$

4. $L = 10^{-1} \cdot 10^{-6} \text{ m} = 10^{-7} \text{ m};$ Àrea arqueu = $(10^{-7})^2 = 10^{-14} \text{ m}^2;$ $10^{-12} = n \cdot 10^{-14} \rightarrow n = \frac{10^{-12}}{10^{-14}} = 100$ arqueus.

$$5. \frac{100}{5} = \frac{14 \cdot 10^6}{x} \rightarrow x = \frac{14 \cdot 5 \cdot 10^6}{100} = 700\,000 \text{ km}^2 = 700\,000 \cdot 10^6 \text{ m}^2 = 7 \cdot 10^{11} \text{ m}^2.$$

6. Calculem l'àrea d'un cianobacteri amb les dimensions de l'enunciat:

$$A = 10 \mu\text{m} \cdot 1 \mu\text{m} = 10 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot 10^{-6} \text{ m} = 10^{-11} \text{ m}^2.$$

Ara dividim l'àrea de l'Antàrtida que està coberta de cianobacteris entre l'àrea d'un cianobacteri:

$$\frac{7 \cdot 10^{11} \text{ m}^2}{10^{-11} \text{ m}^2} = 7 \cdot 10^{22} \text{ cianobacteris}.$$

7. El nombre de cianobacteris que fixen nitrogen és la quantitat obtinguda en l'exercici anterior dividida entre 10: $7 \cdot 10^{21}$ cianobacteris.

Entrena't

Pàgines 159, 160, 161 i 162

1. **a** $\frac{1}{81}$. **b** $\frac{1}{81}$. **c** $-\frac{1}{125}$. **d** $\frac{1}{125}$. **e** $\frac{7}{4}$. **f** $\frac{49}{16}$.

g -1 . **h** -1 . **i** $\frac{81}{625}$. **j** $\frac{81}{625}$.

2. **a** 4^{-3} . **b** 2^{13} . **c** 3^{-39} . **d** 10^{11} . **e** $2^{-20} \cdot 3^{-12}$. **f** 2^{-40} .

3. Hi ha diverses respostes possibles. Per exemple:

a $5^{-6} = 5^{-2} \cdot 5^{-4} = \frac{5^4}{5^{10}} = (5^2)^{-3}$.

b $(-2)^{15} = (-2)^6 \cdot (-2)^9 = \frac{(-2)^7}{(-2)^{-8}} = ((-2)^3)^5$.

c $3^{-12} = 3^{-5} \cdot 3^{-7} = \frac{3^{-8}}{3^4} = (3^{-6})^2$.

d $(-2)^{-14} = (-2)^{-3} \cdot (-2)^{-11} = \frac{(-2)^{-4}}{(-2)^{10}} = ((-2)^{-2})^7$.

e $(-5)^{-21} = (-5)^{-10} \cdot (-5)^{-11} = \frac{(-5)^{-10}}{(-5)^{11}} = ((-5)^{-3})^7$.

f $9^{12} = 9^2 \cdot 9^{10} = \frac{9^{15}}{9^3} = (9^2)^6$.

4. **a** $25^{10} = 25^2 \cdot 25^8 = \frac{25^4}{25^{-6}}$.

b $25^{-10} = 25^{-2} \cdot 25^{-8} = \frac{25^{-4}}{25^6}$.

c $(-3)^{21} = (-3)^{15} \cdot (-3)^6 = \frac{(-3)^{12}}{(-3)^{-9}}$.

d $4^3 = 4^{-2} \cdot 4^5 = \frac{4^6}{4^3}$. **e** $12^{23} = 12^{20} \cdot 12^3 = \frac{12^{50}}{12^{27}}$.

5. **a** 5^{-4} . **b** 2^{-3} . **c** 7^{-4} . **d** $2^{-4} \cdot 3^2$. **e** $5^{-3} \cdot 7^{-4}$. **f** $2^3 \cdot 3^5$.

6. **a** $\frac{3^{-4}}{1}$. **b** $\frac{9^{10}}{1}$. **c** $\frac{3}{4^2}$. **d** $\frac{2^3}{5}$. **e** $\frac{3}{7^{-4}}$. **f** $\frac{7}{5^4}$.

7. **a** $3, 4 \cdot 10^{-6}$. **b** $2,34 \cdot 10^{-5}$. **c** $2,345\,534\,12 \cdot 10^6$.

d $2,13 \cdot 10^{10}$. **e** $5,4312 \cdot 10^2$. **f** $1,234\,567\,8 \cdot 10^8$. **g** $5 \cdot 10^{-9}$.

8. **a** $\frac{1}{3} + \frac{1}{2^2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$.

b $\frac{7}{5} \cdot \frac{1}{2^2} = \frac{7}{20}$. **c** $\frac{9}{5} + \frac{1}{2^2} = \frac{9}{5} + \frac{1}{4} = \frac{36}{20} + \frac{5}{20} = \frac{41}{20}$.

2. Natura geomètrica

Context

Pàgines 163, 164 i 165

Context 1

1. Cúbic: quadrat. Tetragonal: quadrat. Ortoròmbic: rectangle. Hexagonal: hexàgon regular.
2. Sí.
3. Són rectangles.
4. En el sistema tetragonal les quatre cares són iguals, mentre que en l'ortoròmbic són iguals dos a dos.
5. Sí.
6. Quadrats.
- 7.

Sistema	Costats	Angles
Cúbic	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Tetragonal	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Ortoròmbic	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Hexagonal	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = 90^\circ; \gamma = 120^\circ$
Trigonal	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$
Monoclínic	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$
Triclínic	$a \neq b \neq c$	$\alpha \neq \beta \neq \gamma; \alpha, \beta, \gamma \neq 90^\circ$

Context 2

1. **a** $L = 0,031 \text{ m} \rightarrow V = 0,031^3 = 2,98 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$.

b $D = \frac{512}{2,98 \cdot 10^{-5}} = 17181208,05 \text{ g/m}^3$.

2. $V = 10^2 \cdot 1,6 = 160 \text{ cm}^3$.

3. **a** $V = 8 \cdot 6 \cdot 10 = 480 \text{ cm}^3$.

b $4,9 = \frac{M}{480} \rightarrow M = 4,9 \cdot 480 = 2352 \text{ g}$.

4. La pirita. La pirita.

Entrenate

Entrena't

Pàgines 166, 167, 168 i 169

1. **a** $A = 6 \cdot 14^2 = 1176 \text{ cm}^2$; $V = 14^3 = 2744 \text{ cm}^3$.

b $A = 2 \cdot 6 \cdot 8 + 2 \cdot 6 \cdot 15 + 2 \cdot 8 \cdot 15 = 516 \text{ cm}^2$;

$V = 6 \cdot 8 \cdot 15 = 720 \text{ cm}^3$.

c $A = 2 \cdot 10 \cdot 16 + 2 \cdot 10 \cdot 87 + 2 \cdot 16 \cdot 87 = 4844 \text{ cm}^2$;

$V = 10 \cdot 16 \cdot 87 = 13920 \text{ cm}^3$.

d $h = \sqrt{39^2 - \left(\frac{30}{2}\right)^2} = 36 \text{ cm}$;

$A = 30^2 + 4 \cdot \frac{30 \cdot 39}{2} = 3240 \text{ cm}^2$;

$V = \frac{1}{3} \cdot 30^2 \cdot 36 = 10800 \text{ cm}^3$.

e $R = \frac{22}{2} = 11 \text{ cm}$;

$A = 2 \cdot \pi \cdot 11^2 + 2 \cdot \pi \cdot 11 \cdot 25 = 2488,14 \text{ cm}^2$;

$V = \pi \cdot 11^2 \cdot 25 = 9503,32 \text{ cm}^3$.

f $g = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17 \text{ cm}$;

$A = \pi \cdot 8^2 + \pi \cdot 8 \cdot 17 = 628,32 \text{ cm}^2$;

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 8^2 \cdot 15 = 1005,31 \text{ cm}^3$.

2. $28 = 4 \cdot L \rightarrow L = \frac{28}{4} = 7 \text{ cm}$; $h = \frac{28}{2} = 14 \text{ cm}$;

$A = 2 \cdot 7^2 + 4 \cdot 7 \cdot 14 = 490 \text{ cm}^2$; $V = 7^2 \cdot 14 = 686 \text{ cm}^3$.

3. $b = 70 \text{ cm}$; $c = 110 \text{ cm}$;

$A = 2 \cdot 65 \cdot 70 + 2 \cdot 65 \cdot 110 + 2 \cdot 70 \cdot 110 = 38800 \text{ cm}^2$;

$V = 65 \cdot 70 \cdot 110 = 500500 \text{ cm}^3$.

4. $80 = 4 \cdot x \rightarrow x = \frac{80}{4} = 20 \text{ cm}$.

a $A_{\text{base}} = 20^2 = 400 \text{ cm}^2$.

b $A_{\text{cara}} = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 26 = 260 \text{ cm}^2$.

c $A_{\text{total}} = 400 + 4 \cdot 260 = 1440 \text{ cm}^2$.

d $V = \frac{1}{3} \cdot 400 \cdot 24 = 3200 \text{ cm}^3$.

5. $A_{\text{base}} = 15^2 = 225 \text{ cm}^2$;

$h' = \sqrt{18^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2} = 19,5 \text{ cm}$;

$A_{\text{cara}} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot h' = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 19,5 = 146,25 \text{ cm}^2$;

$A_{\text{total}} = 225 + 4 \cdot 146,25 = 810 \text{ cm}^2$;

$V = \frac{1}{3} \cdot 225 \cdot 18 = 1350 \text{ cm}^3$.

6. $R = \frac{22}{2} = 11 \text{ cm}$; $A_{\text{base}} = \pi \cdot 11^2 = 380,13 \text{ cm}^2$;

$A_{\text{lateral}} = 2 \cdot \pi \cdot 11 \cdot 28 = 1935,22 \text{ cm}^2$;

$A_{\text{total}} = 2 \cdot 380,13 + 1935,22 = 2695,49 \text{ cm}^2$;

$V = \pi \cdot 11^2 \cdot 28 = 10643,72 \text{ cm}^3$.

7. $753,6 = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot 15 \rightarrow R = \frac{753,6}{2 \cdot \pi \cdot 15} = 8 \text{ cm}$;

$V = \pi \cdot 8^2 \cdot 15 = 3015,93 \text{ cm}^3$.

8. $V = \pi \cdot 1,5^2 \cdot 8 = 56,55 \text{ m}^3$; $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$;

$V = 56,55 \cdot 1000 = 56550 \text{ L}$.

9. $g = \sqrt{4^2 + 9^2} = 9,85 \text{ cm}$; $A_{\text{base}} = \pi \cdot 4^2 = 50,27 \text{ cm}^2$;

$A_{\text{lateral}} = \pi \cdot 4 \cdot 9,85 = 123,78 \text{ cm}^2$;

$A_{\text{total}} = 50,27 + 123,78 = 174,05 \text{ cm}^2$;

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 9 = 150,80 \text{ cm}^3$.

$$10. R = \frac{50}{2} = 25 \text{ cm}; h = \sqrt{65^2 - 25^2} = 60 \text{ cm};$$

$$A_{\text{base}} = \pi \cdot 25^2 = 1963,50 \text{ cm}^2;$$

$$A_{\text{lateral}} = \pi \cdot 25 \cdot 65 = 5105,09 \text{ cm}^2;$$

$$A_{\text{total}} = 1963,5 + 5105,09 = 7068,59 \text{ cm}^2;$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 25^2 \cdot 60 = 39269,91 \text{ cm}^3.$$

$$11. A = 4 \cdot \pi \cdot 45^2 = 25446,90 \text{ m}^2;$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 45^3 = 381703,51 \text{ m}^3.$$

$$12. R = 3 \text{ cm}.$$

$$13. R = \sqrt[3]{\frac{33,5 \cdot 3}{4 \cdot \pi}} = 2 \text{ m}.$$

Mates en context

Pàgines 170, 171, 172 i 173

Context 1

1. Electrò < Neutró < Protó.

$$2. \frac{1,64 \cdot 10^{-27}}{9,11 \cdot 10^{-31}} = 1800,3.$$

$$3. 1 \text{ uma} = 1,67 \cdot 10^{-24} \text{ g} = 1,67 \cdot 10^{-24} \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

$$4. \text{a } m_{\text{crom}} = 24 \cdot 1,672 \cdot 10^{-27} + 24 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} + 28 \cdot 1,64 \cdot 10^{-27} = 8,61 \cdot 10^{-26} \text{ kg}.$$

$$\text{b } m_{\text{mercuri}} = 80 \cdot 1,672 \cdot 10^{-27} + 80 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} + 121 \cdot 1,64 \cdot 10^{-27} = 3,32 \cdot 10^{-25} \text{ kg}.$$

Context 2

$$1. R = \frac{6}{2} = 3 \text{ m}; A_{\text{fons}} = \pi \cdot 3^2 = 28,274 \text{ m}^2.$$

$$2. 30 \cdot 28,274 = 848,23 \text{ €}.$$

3. Un rectangle.

$$4. \text{Base} = 2 \cdot \pi \cdot 3 = 18,85 \text{ m}; \text{Altura} = 110 \text{ cm} = 1,1 \text{ m}.$$

$$5. A_{\text{lateral}} = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 1,1 = 20,735 \text{ m}^2.$$

$$6. 20 \cdot 20,735 = 414,69 \text{ €}.$$

$$7. V = \pi \cdot 3^2 \cdot 1,1 = 31,10 \text{ m}^3.$$

Context 3

1. $9,3 \cdot 10^{10}$ anys llum; $3 \cdot 10^5 = \text{km/s}$; $1 \cdot 10^5$ anys llum; $1 \cdot 10^4$ anys llum; $3 \cdot 10^4$ anys llum

$$2. \frac{9,3 \cdot 10^{10}}{1 \cdot 10^5} = 9,3 \cdot 10^5.$$

3. 1 any = 365 dies = $365 \cdot 24$ hores = $365 \cdot 24 \cdot 60$ minuts = $365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60$ segons $\rightarrow 1 \text{ any} = 3,1536 \cdot 10^7$ segons.
1 any llum = $300000 \text{ km/s} \cdot 3,1536 \cdot 10^7 \text{ s} = 9,4608 \cdot 10^{12} \text{ km}.$

$$4. R = \frac{100000}{2} = 50000 \text{ anys llum} = 50000 \cdot 9,4608 \cdot 10^{12} \text{ km} = 4,7304 \cdot 10^{17} \text{ km}.$$

$$A = \pi \cdot (4,7304 \cdot 10^{17})^2 = 7,03 \cdot 10^{35} \text{ km}^2 = 7,03 \cdot 10^{35} \cdot 10^6 \text{ m}^2 = 7,03 \cdot 10^{41} \text{ m}^2.$$

Context 4

1. 1 L = 1000 cm³.

2. **a** El costat de la base o la seva àrea. **b** L'altura. **c** L'altura de la piràmide. **d** L'altura. **e** El radi de la base o la seva àrea. **f** El perímetre de la base, el radi o l'altura del cilindre. **g** El costat del cub o l'àrea d'una cara.

$$3. V = 1000 \text{ cm}^3 \rightarrow a = \sqrt[3]{1000} = 10 \text{ cm}.$$