

Solucionari

Unitat 1. Matemàtiques per a la democràcia

1. Escons disputats

Contextos

Pàgines 4 i 5

Context 1

- $350 - 2 \cdot 50 - 1 \cdot 2 = 248$ escons.
- a** $0 \leq x \leq 249$. **b** $2 \leq x \leq 4$. **c** $5 \leq x \leq 13$.

Context 2

- Desigualtat: $9 \leq x \leq 20$. Interval: $[9, 20]$.
Entorn: $E_{5,5}(14, 5)$.
- $|x - 14,5| < 5,5$.
- Sense permís: $x < 2 \rightarrow (0, 2)$.
Permís de 2 hores: $2 \leq x < 4 \rightarrow [2, 4)$.
Permís de 3 hores: $4 \leq x < 6 \rightarrow [4, 6)$.
Permís de 4 hores: $x \geq 6 \rightarrow [6, 11]$.
- $(0, 2) \rightarrow E_1(1)$; $(2, 4) \rightarrow E_1(3)$; $(4, 6) \rightarrow E_1(5)$;
 $(6, 11) \rightarrow E_{2,5}(8,5)$.

Entrena't

Pàgines 6, 7, 8 i 9

- a** $-2 < x < 4$. **b** $(-2, 4)$.

$$c \text{ Radi} = \frac{4 - (-2)}{2} = 3;$$

$$\text{Centre} = \frac{-2 + 4}{2} = 1; E_3(1).$$

- d** $(-2, 6)$.
- a** $(1, 7)$.
- Són racionals: **a, b, d**.
- $(-\infty, 5) \rightarrow 5 > x$; $(5, \infty) \rightarrow 5 < x$; $[5, \infty) \rightarrow 5 \leq x$; $(-\infty, 5] \rightarrow 5 \geq x$.
- Donats dos intervals, la seva **unió** (\cup) és un conjunt de **nombres** reals que resulta d'**ajuntar** els dos intervals, i la seva **intersecció** (\cap) és el conjunt de nombres reals que tenen en **comú**.
- $A \cup B = (-4, 9)$; $A \cap B = [2, 7]$.
- a** $5 < x < 9$. **b** $(5, 9)$.
- a** Incorrecta. **b** Correcta. **c** Incorrecta. **d** Incorrecta.
- a** $(-\infty, -1) \cup (4, \infty)$. **b** No hi ha cap nombre que compleixi la desigualtat.
c $(-\infty, -11/3) \cup (7/3, \infty)$. **d** $[-2, 10]$.

11.

Interval	Entorn	Valor absolut
$(-3, 7)$	$E_5(2)$	$ x - 2 < 5$
$(2, 4)$	$E_1(3)$	$ x - 3 < 1$
$(1, 7)$	$E_3(4)$	$ x - 4 < 3$
$(-4, 4)$	$E_4(0)$	$ x < 4$
$(-8, -2)$	$E_3(-5)$	$ x + 5 < 3$

- a** $(-\infty, 1) \cup (5, \infty)$. **b** $(-\infty, -5) \cup (-1, \infty)$.

- $|x - 3| < 4 \rightarrow (-1, 7)$; $|x + 3| < 4 \rightarrow (-7, 1)$;
 $|x - 3| \leq 4 \rightarrow [-1, 7]$.

14. **a**



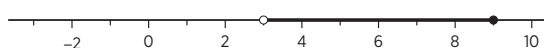
b



c



d



e



- a** $(-3, 1)$. **b** $(4, 10)$. **c** $(-10, -2)$. **d** $(-10, 0)$.

2. Funcions «democràtiques»

Contextos

Pàgines 10 i 11

Context 1

- $\frac{47007408}{248} = 189546$ habitants/escó.

Per aconseguir 7 escons: $7 \cdot 189546 = 1326822$ habitants.

Per aconseguir 13 escons: $13 \cdot 189546 = 2464098$ habitants.

Les províncies seran aquelles que tinguin entre $1326822 \leq x \leq 2464098$ habitants, és a dir: Alacant, Múrcia, Sevilla i Màlaga.

- Madrid: $\frac{6587711}{189546} = 34,755 \rightarrow 34$ escons;

Múrcia: $\frac{1479098}{189546} = 7,803 \rightarrow 7$ escons.

Context 2

- En la taula: 1996 - 2000 - 2004 - 2008 - 2011 - 2015.

En la gràfica: 1977 - 1979 - 1982 - 1984 - 1986 - 1987 - 1989 - 1993 - 1994 - 1996 - 1999 - 2000 - 2004 - 2008 - 2009 - 2011.

No, la participació no va ser nul·la cap any.

2. **a** Decreix. **b** Creix. **c** Decreix.

3. **a** $\frac{75,6 - 68,7}{4} = 1,725$. **b** $\frac{68,9 - 73,8}{3} = -1,6\hat{3}$.

Entrena't

Pàgines 12, 13, 14 i 15

1. Resposta oberta. Perquè no siguin funcions, per a un mateix valor de x ha d'haver-hi diferents valors de y , per exemple:

a

x	2	1	0	2
y	4	6	8	3

b

x	-3	-1	1	-1
y	-6	-2	2	2

2. **a** Domini: $(-\infty, \infty)$; Recorregut: $(-\infty, 2,8)$.

b Domini: $(-\infty, \infty)$; Recorregut: $(-\infty, \infty)$.

3. **a** $f(5) = -2 \cdot 5^3 - 4 \cdot 5^2 - 5 \cdot 5 + 4 = -371$.

b $f(-2) = -2 \cdot (-2)^3 - 4 \cdot (-2)^2 - 5 \cdot (-2) + 4 = 14$.

4. **a** Domini: \mathbb{R} ; per intervals: $(-\infty, \infty)$.

b Domini: \mathbb{R} ; per intervals: $(-\infty, \infty)$.

c Domini: $\mathbb{R} - \{-2\}$; per intervals: $(-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$.

d Domini: $\mathbb{R} - \{-3, 3\}$;

per intervals: $(-\infty, -3) \cup (-3, 3) \cup (3, \infty)$.

5. Una **funció** és una relació entre dues **variables**, de manera que a un **valor** d'una li **correspon** un valor de l'altra o no n'hi correspon **cap**.

6. Assignant els nombres de l'1 al 4 a les diferents expressions, tenim: text-3, taula de valors-1, gràfica-4, fórmula-2.

7. **a** Punts de tall amb l'eix x : $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$;

Punts de tall amb l'eix y : $f(0) = 4 \cdot 0 - 6 \rightarrow (0, -6)$.

b Punts de tall amb l'eix x : $(5, 0)$ i $(2, 0)$; Punts de tall amb l'eix y : $g(0) = 0^2 - 7 \cdot 0 + 10 \rightarrow (0, 10)$.

8. **a** $TVM = \frac{17 - 4}{1} = 13 \rightarrow$ Creix.

b $TVM = \frac{2 - 0}{1} = 2 \rightarrow$ Creix.

c $TVM = TVM = \frac{-3 - (-2)}{1} = -1 \rightarrow$ Decreix.

9. **a** Interval creixement: $(2, 5)$, interval decreixement: $(-1, 2)$, interval constant: $(-4, -1)$. **b** Interval creixement: $(-2,5, -1)$, interval decreixement: $(-1, 0,4)$, interval constant: no n'hi ha.

3. Votem

Contextos

Pàgines 16 i 17

Context 1

1.

Rang d'edat	Homes	Dones	Total
18 a 24	63 273	98 741	162 014
25 a 34	113 253	133 126	246 379
35 a 44	128 958	124 948	253 906
45 a 54	110 194	108 724	218 918
55 a 64	91 694	106 066	197 760
65 a 74	82 767	92 176	174 943
75 i més	42 644	55 095	97 739
Total	632 783	718 876	1 351 659

2. De 35 a 44 anys.

3. A partir de 75 anys.

Context 2

1. **a** $\frac{431\,753 + 1\,032\,867 + 1\,088\,630 + 1\,192\,842 + 1\,493\,368}{19\,031\,626 + 17\,866\,817}$

$\cdot 100 = 14,2\%$

b $\frac{1\,088\,630 + 1\,139\,958}{19\,031\,626 + 17\,866\,817} \cdot 100 = 6,04\%$.

c Dones: $Mo = [40, 45)$. Homes: $Mo = [40, 45)$.

d $\frac{19\,031\,626}{19\,031\,626 + 17\,866\,817} \cdot 100 = 51,58\%$.

e $[30, 35)$: $\bar{x} = \frac{30 + 35}{2} = 32,5$;

$[45, 50)$: $\bar{x} = \frac{45 + 50}{2} = 47,5$;

$[70, 75)$: $\bar{x} = \frac{70 + 75}{2} = 72,5$;

$[85, 87)$: $\bar{x} = \frac{85 + 87}{2} = 86$.

Entrena't

Pàgines 18, 19, 20 i 21

1. **a** Quantitativa contínua. **b** Qualitativa. **c** Quantitativa discreta. **d** Qualitativa. **e** Quantitativa contínua. **f** Quantitativa contínua. **g** Quantitativa discreta. **h** Qualitativa.

2. **a** $[3, 12]$. **b** $(8, 80)$. **c** $(7, \infty)$. **d** $[18, \infty)$. **e** $(8, 12]$. **f** $[18, \infty)$.

3. **a** (-7, 3). **b** $E_{2,5}$ (-4, 5). **c** (4, 10).
 4. **a** Població. **b** Mostra. **c** Població. **d** Mostra.
e Mostra. **f** Població.
 5. Total = 135 000 + 115 000 = 250 000 electors.

$$\text{Dones: } \frac{135000}{250000} \cdot 500 = 270;$$

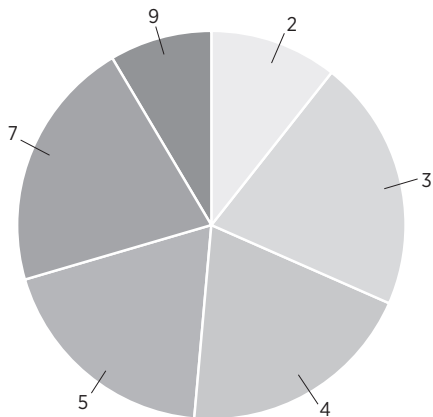
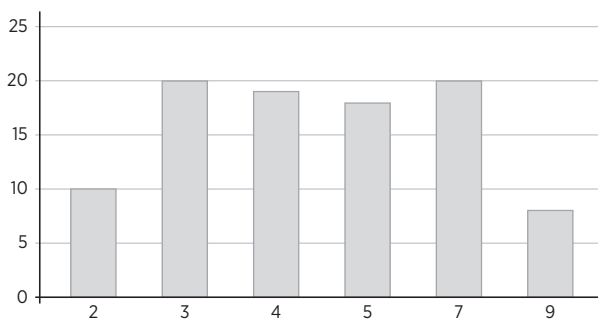
$$\text{Homes: } \frac{115000}{250000} \cdot 500 = 230.$$

6.
$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 9 + 2 \cdot 19 + 3 \cdot 18 + 4 \cdot 17 + 5 \cdot 20 + 6 \cdot 37}{9 + 19 + 18 + 17 + 20 + 37} = 4,09.$$

7. **a** $N = 10 + 20 + 19 + 18 + 20 + 8 = 95.$

b
$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 10 + 3 \cdot 20 + 4 \cdot 19 + 5 \cdot 18 + 7 \cdot 20 + 9 \cdot 8}{95} = 4,28; Mo = 3 \text{ i } 7; Me = 4.$$

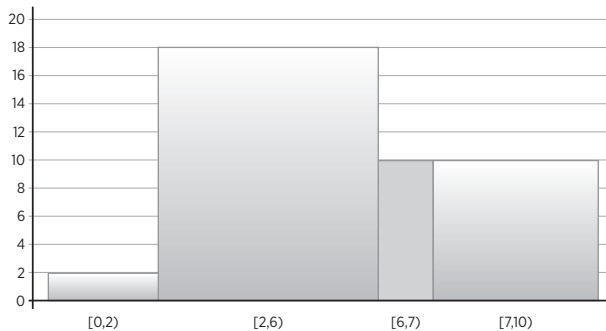
c



8. **a** [2, 6).

b
$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 1 + 18 \cdot 4 + 10 \cdot 6,5 + 10 \cdot 8,5}{40} = 5,6.$$

c



9. $Mo = [4, 6); Me = [4, 6);$

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 1 + 9 \cdot 3 + 15 \cdot 5 + 7 \cdot 7 + 5 \cdot 9}{40} = 5.$$

Mates en context

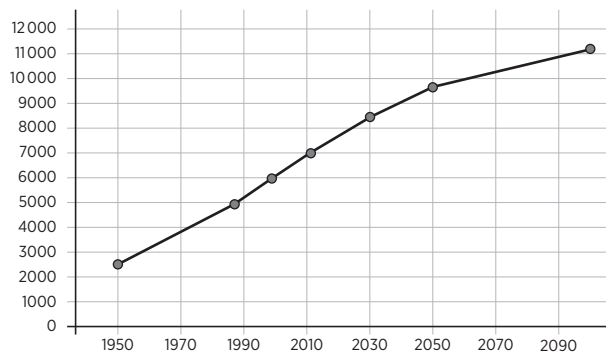
Pàgines 22, 23, 24 i 25

Context 1

1.

Any	Població (milions hab.)
1950	2600
1987	5000
1999	6000
2011	7000
2030	8500
2050	9700
2100	11200

2.



Context 2

1. C's: $TVM = \frac{11 - 11}{26 - 11} = 0;$

Podemos: $TVM = \frac{30 - 38}{26 - 11} = -0,5\hat{3};$

PP: $TVM = \frac{7 - 13}{26 - 11} = -0,4;$

$$\text{PSOE: } TVM = \frac{18 - 17}{26 - 11} = 0,06;$$

$$\text{Vox: } TVM = \frac{38 - 19}{26 - 11} = 1,26.$$

2. Vox.

Context 3

1. Domini: $(-10, 90)$; recorregut: $(10, 90)$.
2. Creixement: $(0, 5) \cup (15, 60)$.
Decreixement: $(5, 15) \cup (60, 80)$.
3. Una persona diabètica només té una fase d'alliberament d'insulina.
4. Creixement: $(0, 52)$. Decreixement: $(52, 87)$.

Context 4

1. $x < 3$ anys; $(0, 3)$; $E_{1,5}(1,5)$.
2. $-1000 \leq x \leq 4000$; $[-1000, 4000]$.
3. Sí, podria sol·licitar l'ajuda en els dos casos, ja que tots dos estan inclosos en l'interval.
4. $\frac{1}{4}(x+1) + \frac{1}{5}(x-4) > 359,45$.
5. Si resollem la inequació de l'exercici anterior, obtenim: $x > 800 \rightarrow (800, \infty)$. Per tant, una persona que guanyi 700 € no podrà sol·licitar l'ajuda. Si guanya 800 €, tampoc, ja que no està inclòs en l'interval.

Context 5

1.

	Homes	Dones
15 a 24	2,84	1,73
25 a 44	2,11	1,59
45 a 65	1,74	1,62
+ 65	1,61	1,15

2. Tots els dies de la setmana \rightarrow Homes: $M_0 = +65$; Dones: $M_0 = 45$ a 64 .
1 o 2 dies a la setmana \rightarrow Homes: $M_0 = 25$ a 44 ; Dones: $M_0 = 15$ a 24 .

Unitat 2. Històries amb nombres

1. El camí de les equacions a través de la història

Contextos

Pàgines 26 i 27

Context 1

1. $x_1 = 5, x_2 = -\frac{1}{2}$;

Equació factoritzada: $2 \cdot (x - 5) \cdot (x + \frac{1}{2}) = 0$.

2. Resposta oberta. L'equació ha de ser de la forma $a \cdot (x - 3) \cdot (x + \frac{1}{3}) = 0$, on $a \neq 0$.

Context 2

1. 0; x.
2. $x \cdot (x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6) = 0$.
3. La relació és que les arrels enteres d'una equació polinòmica mantenen relació amb el terme independent de l'equació en qüestió.
Possibles arrels: $\{\pm 6, \pm 3, \pm 2, \pm 1\}$.
4. 5: no, ja que no és divisor de 6.
7: no, ja que no és divisor de 6.
5. $P(x_1) = 0$; $P(x) = x \cdot (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3) \cdot (x + 1)$.

Entrena't

Pàgines 28, 29, 30 i 31

1. Resposta oberta. L'equació ha de ser de la forma $a \cdot (x + 1) \cdot (x - 2) = 0$, en què $a \neq 0$. Per exemple: $3 \cdot (x + 1) \cdot (x - 2) = 0 \rightarrow 3x^2 - 3x - 6 = 0$.
2. a $P(-3) = 2 \cdot (-3)^3 - 4 \cdot (-3)^2 + 1 = -89$.
b $P(1) = 3 \cdot 1^3 + 6 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 = 13$.
3. a $P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 4 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + m = 3 \rightarrow m = 4$.
b $P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 4 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + m = 5 \rightarrow m = 6$.
c $P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 4 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + m = 0 \rightarrow m = 1$.
d $P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 4 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + m = 2m - 2 \rightarrow m = 1$.
4. $P(x) = (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x + 4)$; $P(x) = x^4 - x^3 - 12x^2 + 28x - 16$.
5. El **grau** d'un polinomi és el **més gran** dels graus dels **monomis** que el formen.
El valor **numèric** d'un polinomi és el **resultat** de substituir les **lletres** per **nombres** i fer les **operacions**.
6. a 4. b 3. c 23.

$$7. \text{ a } \frac{(x-2) \cdot (x-3)}{x \cdot (x-3)} = \frac{x-2}{x}$$

$$\text{b } \frac{(x+2) \cdot (x-3) \cdot (x-4)}{(x+1)^2 \cdot (x+2) \cdot (x-3)} = \frac{x-4}{(x+1)^2}$$

$$\text{c } \frac{(x+1) \cdot (x+2) \cdot (x-2)}{(x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+3)^2} = \frac{x-2}{(x+3)^2}$$

$$8. \text{ a m. c. d.} = 1; \text{ m. c. m.} = x \cdot (x-4) \cdot (x-2) \cdot (x-10).$$

$$\text{b m. c. d.} = (x+2) \cdot (x-5); \text{ m. c. m.} = (x+2)^2 \cdot (x-5).$$

$$\text{c m. c. d.} = (x+2); \text{ m. c. m.} = (x-1)^2 \cdot (x+2)^3.$$

9. Teorema del **residu**: el residu (R) de la **divisió** d'un polinomi $P(x)$ entre $(x-a)$ és igual al valor **numèric** del polinomi en $x=a$. És a dir, $R = P(a)$.
Teorema del **factor**: si el valor numèric del **polinomi** $P(x)$ en $x=a$ és 0, llavors, segons el teorema **anterior**, el residu és 0 i $P(x) = C(x) \cdot (x-a)$, de manera que $x-a$ és un factor de $P(x)$.

$$10. \text{ a V. b F. c F.}$$

$$11. \text{ a } x_1 = 0, x_2 = 4, x_3 = -4.$$

$$\text{b } x_1 = 0, x_2 = 3, x_3 = 4, x_4 = -4. \text{ c } x_1 = 0, x_2 = 1.$$

$$\text{d } x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{4}; x_3 = \frac{1}{2}.$$

$$\text{e } x_1 = 2, x_2 = 3, x_3 = 7, x_4 = -12.$$

12. Assignant els nombres de l'1 al 5 a cada equació i les lletres a-e a cada parell de solucions, tenim:
1-b, 2-d, 3-e, 4-a, 5-c.

2. La importància de mesurar angles

Contextos

Pàgines 32 i 33

Context 1

$$1. \sin(7^\circ) = \frac{150}{d} \rightarrow d = \frac{150}{\sin(7^\circ)} = 1230,83 \text{ m.}$$

$$2. \sin(8^\circ) = \frac{150}{d} \rightarrow d = \frac{150}{\sin(8^\circ)} = 1077,79 \text{ m.}$$

$$3. \text{ Diferència} = 1230,83 - 1077,79 = 153,04 \text{ m.}$$

$$4. \tan(7^\circ) = \frac{150}{x} \rightarrow x = \frac{150}{\tan(7^\circ)} = 1221,65 \text{ m.}$$

Context 2

$$1. \tan(6,34^\circ) = \frac{x}{180} \rightarrow x = 180 \cdot \tan(6,34^\circ) = 20 \text{ m.}$$

$$2. \tan(14,63^\circ) = \frac{x+20}{180} \rightarrow x = 180 \cdot \tan(14,63^\circ) - 20 \text{ m} = 26,99 \text{ m}$$

$$3. \tan(\alpha) = \frac{46+20+26,99}{180} = 0,5166 \rightarrow \alpha = \arctan(0,5166) = 27,32^\circ$$

Entrena't

Pàgines 34, 35, 36 i 37

$$1. \text{ a } 0,419 \text{ rad. b } 0,915 \text{ rad. c } 4,321 \text{ rad.}$$

$$2. \text{ a } 60^\circ. \text{ b } 51,43^\circ.$$

3. En qualsevol triangle **rectangle** es poden definir **raons** dels angles **aguts** com a raons entre les **longituds** dels costats del **triangle**. Aquestes relacions es coneixen amb el nom de **raons** trigonomètriques.

4.

	0°	30°	45°	60°	90°
sin(α°)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos(α°)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan(α°)	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞

$$5. a = 9,43; \sin(\alpha) = \frac{5}{9,43} = 0,53;$$

$$\cos(\alpha) = \frac{8}{9,43} = 0,85; \tan(\alpha) = \frac{5}{8} = 0,625.$$

$$6. \text{ a } \cos(\alpha^\circ) = 0,6. \text{ b } \tan(\alpha) = \frac{0,8}{0,6} = 1,3.$$

$$7. \text{ a } \cos(\alpha^\circ) = \sqrt{\frac{1}{5}} = 0,447.$$

$$\text{b } \sin^2(\alpha^\circ) + 0,45^2 = 1 \rightarrow \sin(\alpha^\circ) = 0,894.$$

$$8. \text{ a } \alpha = 53,66^\circ. \text{ b } \alpha = 36,34^\circ. \text{ c } \alpha = 38,85^\circ.$$

$$\text{d } \cos(\alpha^\circ) = 0,408 \rightarrow$$

$$\rightarrow \alpha = \arccos(0,408) = \cos^{-1}(0,408) = 65,91^\circ.$$

$$\text{e } \tan(\alpha^\circ) = 1,241 \rightarrow \alpha = \arctan(1,241) = \tan^{-1}(1,241) = 51,14^\circ.$$

$$9. \text{ a } -0,42. \text{ b } -0,42. \text{ c } 0,42. \text{ d } 0,42.$$

$$10. \text{ a } \sin(0^\circ) = 0; \sin(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}; \sin(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\sin(90^\circ) = 1; \sin(30^\circ) = \frac{1}{2}.$$

b $\cos(0^\circ) = 1$; $\cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos(60^\circ) = \frac{1}{2}$;
 $\cos(90^\circ) = 0$; $\cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

c $\tan(0^\circ) = 0$; $\tan(45^\circ) = 1$;
 $\tan(60^\circ) = \sqrt{3}$; $\tan(90^\circ) = \infty$; $\tan(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

3. Un gran pas per a la geometria

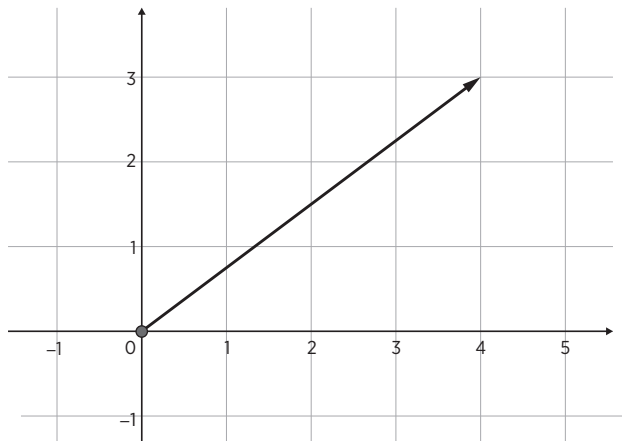
Contextos

Pàgines 38 i 39

Context 1

1. $\overline{OB} = (4 - 0, 3 - 0) = (4, 3)$.

2.



3. $|\overline{OB}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$; mòdul.

4. $(2 + 4, 3 + (-5)) = (6, -2)$.

Context 2

1. $\overline{AB} = (1, 0)$; $\overline{BC} = (2, 1)$; $\overline{CD} = (1, 1)$; $\overline{DE} = (5, -1)$;
 $\overline{EF} = (0, -2)$; $\overline{FG} = (-5, 0)$; $\overline{GH} = (-2, -1)$;
 $\overline{HI} = (-2, 0)$.

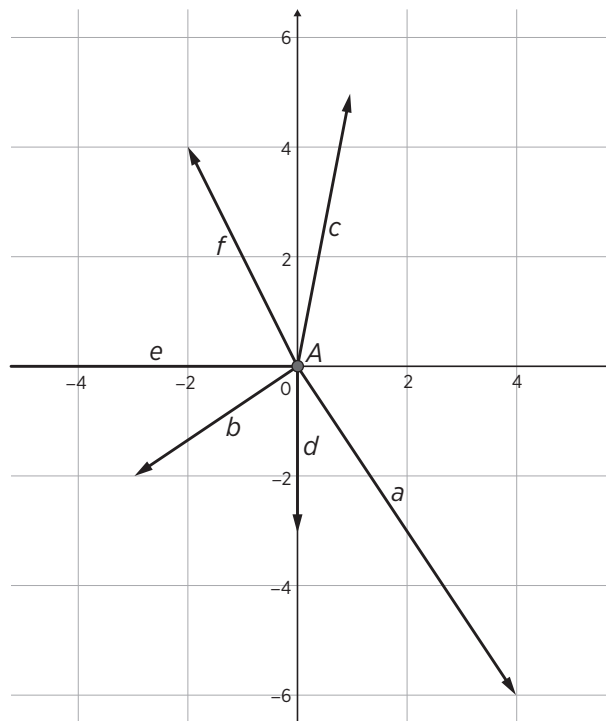
2. Els vectors \overline{FG} i \overline{HI} .

Entrena't

Pàgines 40, 41, 42 i 43

1. $\vec{a} = (1, -2)$; $\vec{b} = (3, 0)$; $\vec{c} = (-3, 0)$; $\vec{d} = (0, -1)$;
 $\vec{e} = (0, 3)$; $\vec{u} = (3, 2)$; $\vec{v} = (-1, -2)$; $\vec{w} = (-3, 2)$.

2.



3. Els vectors equipol·lents són:

$\vec{g}, \vec{i}, \vec{l}$ i \vec{u} . \vec{a} i \vec{h} . $\vec{f}, \vec{j}, \vec{k}$ i \vec{v} .

\vec{m} i \vec{w} . \vec{e} i \vec{n} .

4. $\vec{u} + \vec{v} = (0, -1)$; $\vec{u} - \vec{v} = (2, 3)$; $\vec{u} + \vec{w} = (6, 1)$;

$2\vec{u} + 3\vec{v} = (-1, -4)$; $3\vec{v} = (-3, -6)$; $2\vec{u} - 3\vec{v} = (5, 8)$;

$3\vec{u} + 2\vec{v} - \vec{w} = (-4, -1)$; $2\vec{v} = (-2, -4)$.

5. $\overline{AB} = (3, -4)$; $\overline{BC} = (1, -4)$; $\overline{AC} = (4, -8)$;
 $\overline{CD} = (-10, 11)$.

6. $\overline{AB} = (-2 - 1, 4 - 5) = (-3, -1) \rightarrow a = -1$.

7. $\overline{AB} = (-7 - 3, 1 - 2) = (-10, -1)$.

8. **a** A: no; B: no; C: sí. **b** A: no; B: no; C: no. **c** A: no; B: sí; C: sí. **d** A: no; B: sí; C: no.

4. Agrupem gent

Contextos

Pàgines 44 i 45

Context 1

1. **a** 25. **b** 10. **c** 8. **d** 3. **e** 10.

2. Els que suspelen les dues assignatures pertanyen a dos grups alhora.

Context 2

1. $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$.

2. $S_n = \frac{1 + (2n - 1)}{2} \cdot n = n \cdot n = n^2$.

Entrena't

Pàgines 46, 47, 48 i 49

- a** Resposta oberta. Per exemple, que surti un nombre senar i que surti un nombre més petit que 12.

b Resposta oberta. Per exemple, que surti un nombre parell i que surti un nombre més gran que 8.

c Treure un nombre de dues xifres. **d** Esdeveniment segur.
- a** $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

b $A \cup C = \{1, 3, 5, 6\}$.

c $A - B = \{1\}$.

d $\bar{A} = \{2, 4, 6\}$.

e $A \cap B = \{1, 2, 4, 6\}$.

f $(A \cup B) - C = \{1, 2, 3, 4\}$.

- Si es tenen dos o més esdeveniments, també és possible operar-hi:

- **Unió** d'esdeveniments: és l'**esdeveniment** format pels esdeveniments elementals d'**aquells** esdeveniments inicials. S'escriu amb el signe \cup .
- **Intersecció** d'esdeveniments: és l'esdeveniment format pels **esdeveniments** elementals **comuns** a tots els esdeveniments inicials. S'escriu amb el signe \cap .
- **Resta** d'esdeveniments: és l'esdeveniment **format** pels esdeveniments elementals de **A exclosos** els elements **possibles** de **B**. S'escriu amb el signe $-$.

- a** $A \cup B = \{\text{obtenir un múltiple de 2 o de 3}\} = \{2, 3, 4, 6\}$.

b $A \cap B = \{\text{obtenir un múltiple de 2 i de 3}\} = \{6\}$.

c $A - B = \{\text{obtenir un múltiple de 2 i de 3}\} = \{2, 4\}$.

$$P(A \cup B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}; P(A \cap B) = \frac{1}{6};$$

$$P(A - B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

- Resposta oberta. Per exemple:

a Segur: que surti un nombre parell. Impossible: que surti un nombre negatiu.

b Segur: que el nombre de cares sigui inferior a 4. Impossible: que surtin 5 cares.

c Segur: que surti una bola blanca o negra. Impossible: que surti una bola vermella.

- a** $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$. **b** $A \cap B = \{3, 5, 7\}$.

c $A - B = \{1, 9\}$. **d** $B - A = \{2\}$. **e** $A - \bar{B} = \{3, 5, 7\}$.

- $P(\bar{A}) = \frac{5}{8}$.

- $P(A \cup B) = 0,8; P(A \cap B) = 0$.

- a** $P(\text{vermella}) = \frac{10}{29}$.

b $P(\text{no sigui blava}) = \frac{20}{29}$.

c $P(\text{blanca o negra}) = \frac{10}{29}$.

d $P(\text{ni blanca ni vermella}) = \frac{15}{29}$.

- a** $P(3r \text{ d'ESO}) = \frac{4}{40} = 0,1$.

b $P(1r \text{ cicle d'ESO}) = \frac{12}{40} = 0,3$.

c $P(\text{Secundària}) = \frac{26}{40} = 0,65$.

d $P(\text{no sigui del 2n cicle de Secundària}) = \frac{26}{40} = 0,65$.

- a** $P(\text{parell}) = 0,2 + 0,1 + 0,1 = 0,4$.

b $P(\text{més gran que 4}) = 0,2 + 0,1 = 0,3$.

c $P(\text{més petit o igual que 2}) = 0,1 + 0,2 = 0,3$.

d $P(\text{múltiple de 3}) = 0,3 + 0,1 = 0,4$.

Mates en context

Pàgines 50, 51, 52 i 53

Context 1

- 3.
- 1.
- 6.
- 0.
- 4.

Context 2

- 4.
- No, li falten els termes de grau 3 i 1.
- 0.
- $B(x) = -x^4 + 5x^2 - 4 = 0$.
- $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 2, x_4 = -2$.
- A 10€ o a 20€.
- No.
- No.

Context 3

- Divisors de 3: $\{\pm 1, \pm 3\}$, divisors de 2: $\{\pm 1, \pm 2\}$, divisors de 1: $\{\pm 1\}$. Tal como està el producte, no és possible simplificar.
- Factoritzats.
- $x^2 + x + 3; x^3 - 3x + 2 = (x - 1)^2 \cdot (x + 2);$
 $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x - 1)^3;$
 $x^3 + 2x - 3 = (x - 1) \cdot (x^2 + x + 3).$

- $\frac{1}{x + 2}$.

Context 4

- $\frac{1}{6}$.

2. Amb els daus carregats:

$$1 + 6 \rightarrow \frac{1}{21} \cdot \frac{6}{21}; 2 + 5 \rightarrow \frac{2}{21} \cdot \frac{5}{21}; 3 + 4 \rightarrow \frac{3}{21} \cdot \frac{4}{21};$$

$$4 + 3 \rightarrow \frac{4}{21} \cdot \frac{3}{21}; 5 + 2 \rightarrow \frac{5}{21} \cdot \frac{2}{21}; 6 + 1 \rightarrow \frac{6}{21} \cdot \frac{1}{21}.$$

$$P = \frac{1}{21} \cdot \frac{6}{21} + \frac{2}{21} \cdot \frac{5}{21} + \frac{3}{21} \cdot \frac{4}{21} + \frac{4}{21} \cdot \frac{3}{21} + \frac{5}{21} \cdot \frac{2}{21} + \frac{6}{21} \cdot \frac{1}{21} = \frac{56}{441} = \frac{8}{63}.$$

Amb els daus normals:

$$P = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6}.$$

Unitat 3. La nova tecnologia

1. Tecles de la calculadora

Contextos

Pàgines 54 i 55

Context 1

1. **a** 1,4142. **b** 3,1623. **c** 1,7321. **d** 3,8730. **e** 2. **f** 4,4721. **g** 2,2361. **h** 5.

2. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{10}; \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = \sqrt{4};$

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{15}; \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}.$$

Per multiplicar o dividir radicals amb el mateix índex, operem els radicands i mantenim l'índex.

Context 2

1. $\frac{10^7}{10^6} = 10$ vegades.

2. $\frac{10^7}{10^4} = 1000$ vegades.

3. $\frac{10^{7,9}}{10^{6,7}} = 15,85$ vegades.

Entrena't

Pàgines 56, 57, 58 i 59

1. **a** $\sqrt[4]{16^3}$. **b** $\sqrt[3]{5}$. **c** $\sqrt[9]{25^5}$. **d** $\sqrt[9]{35^4}$. **e** $\sqrt[7]{67^2}$.

2. **a** $7^{\frac{3}{4}}$. **b** $23^{\frac{2}{5}}$. **c** $4^{\frac{5}{6}}$. **d** $8^{\frac{3}{10}}$. **e** $9^{\frac{3}{4}}$. **f** $5^{\frac{5}{7}}$. **g** $13^{\frac{5}{6}}$.

3. **a** m. c. m. $(2 \text{ i } 3) = 6 \rightarrow \sqrt[6]{2^3}$ i $\sqrt[6]{2^2}$.

b m. c. m. $(2 \text{ i } 3) = 6 \rightarrow \sqrt[6]{3^3}$ i $\sqrt[6]{5^2}$.

c m. c. m. $(3 \text{ i } 5) = 15 \rightarrow \sqrt[15]{4^5}$ i $\sqrt[15]{2^3}$.

d m. c. m. $(5 \text{ i } 7) = 35 \rightarrow \sqrt[35]{4^7}$ i $\sqrt[35]{2^5}$.

4. **a** m. c. m. $(2 \text{ i } 3) = 6 \rightarrow \sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{3^2} = \sqrt[6]{2^3 \cdot 3^2}$.

b m. c. m. $(2 \text{ i } 5) = 10 \rightarrow \sqrt[10]{7^5} \cdot \sqrt[10]{6^2} = \sqrt[10]{7^5 \cdot 6^2}$.

c m. c. m. $(5 \text{ i } 7) = 35 \rightarrow \sqrt[35]{4^7} \cdot \sqrt[35]{10^5} = \sqrt[35]{4^7 \cdot 10^5}$.

d m. c. m. $(4 \text{ i } 10) = 20 \rightarrow \sqrt[20]{3^5} \cdot \sqrt[20]{9^2} = \sqrt[20]{3^5 \cdot 9^2}$.

5. **a** $4 \cdot \log_2 2 = 4$. **b** $8 \cdot \log_2 2 = 8$. **c** $-2 \cdot \log_2 2 = -2$.

d $5 \cdot \log_3 3 = 5$. **e** $4 \cdot \log_5 5 = 4$. **f** $-9 \cdot \log_2 2 = -9$.

g $5 \cdot \log_4 4 = 5$.

6. **a** $16 \cdot \log_2 2 = 16$. **b** $25 \cdot \log_2 2 = 25$. **c** $12 \cdot \log_2 2 = 12$.

d $15 \cdot \log_3 3 = 15$. **e** $40 \cdot \log_5 5 = 40$.

f $-27 \cdot \log_2 2 = -27$. **g** $70 \cdot \log_2 2 = 70$.

h $0,2 \cdot \log_2 2 = 0,2$.

7. **a** $0,3 + 1,3 = 1,6$. **b** $3 \cdot 0,3 + 1,3 = 2,2$.

c $0,3 + 2 \cdot 1,3 = 2,9$. **d** $\frac{1}{5} \cdot (4 \cdot 0,3 + 1,3) = 0,5$.

e $2 \cdot (0,3 + 1,3) = 3,2$. **f** $\log 100 + 0,3 = 2,3$.

8. **a** $\frac{1,653}{0,301} = 5,492$. **b** $\frac{1,362}{0,699} = 1,948$.

c $\frac{2,618}{0,845} = 3,098$. **d** $\frac{2,752}{0,778} = 3,537$.

e $\frac{2,653}{0,477} = 5,561$. **f** $\frac{2,371}{0,954} = 2,485$.

g $\frac{2,827}{0,301} = 9,392$.

2. Fraccions elèctriques

Contextos

Pàgines 60 i 61

Context 1

1. $\frac{1}{1+1 \cdot 1} = \frac{1}{2}$.

2. **a** $\frac{s}{1+s \cdot s} = \frac{s}{1+s^2}$.

b $\frac{s}{1+\frac{s-1}{s} \cdot s} = \frac{s}{1+s-1} = 1$.

Context 2

- $2 \cdot x - 1$.
- $x + 4$.
- Joan: $\sqrt{2x-1}$; David: $\sqrt{x+4}$.

4. $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6$.

5. Provem amb el 4:

$$\sqrt{2 \cdot 4 - 1} + \sqrt{4 + 4} = \sqrt{7} + \sqrt{8} \neq 6 \rightarrow \text{No és solució.}$$

Provem amb el 5:

$$\sqrt{2 \cdot 5 - 1} + \sqrt{5 + 4} = \sqrt{9} + \sqrt{9} = 3 + 3 = 6 \rightarrow$$

\rightarrow És solució.

6. $x = 5$.

Entrena't

Pàgines 62, 63, 64 i 65

- a $2x - 2 \neq 12(x - 2) \rightarrow$ No són equivalents.

b $x(x^2 - 9x + 20) \neq (x + 5) \cdot (x^2 - 4x) \rightarrow$ No són equivalents.

c $2x \cdot (x - 5) = 2(x^2 - 5x) \rightarrow$ Són equivalents.

d $(5x - 5) \cdot (x - 1) \neq (x^2 - x) \cdot 5 \rightarrow$ No són equivalents.

e $(5x - 5) \cdot x = (x^2 - x) \cdot 5 \rightarrow$ Són equivalents.

2. a $\frac{3}{x}$. b $2x + 1$.

3. a $\frac{x+2}{(x-1)(x+2)}$ i $\frac{2(x-1)}{(x-1)(x+2)}$.

b $\frac{x(2x-1)}{(x-1)(2x-1)}$ i $\frac{(2x+1)(x-1)}{(x-1)(2x-1)}$.

c $\frac{x^2-1}{(x-1)(x^2-1)}$ i $\frac{(2x-1)(x-1)}{(x-1)(x^2-1)}$.

d $\frac{(3x-2)(x^2-5x+6)}{(x+2)(x^2-5x+6)}$ i $\frac{(x+2)(2x+5)}{(x+2)(x^2-5x+6)}$.

e $\frac{(5x+1)(x-1)}{(x^2-x)(x-1)}$ i $\frac{2x \cdot (x^2-x)}{(x^2-x)(x-1)}$.

4. a $\frac{(x+2)}{(x-1)(x+2)} + \frac{2(x-1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{x+2+2x-2}{(x-1)(x+2)} = \frac{3x}{(x-1)(x+2)}$

b $\frac{(5x+1)(2x-1)}{x^2 \cdot (2x-1)} + \frac{x \cdot x^2}{x^2 \cdot (2x-1)} = \frac{(5x+1)(2x-1) + x^3}{x^2 \cdot (2x-1)}$

c $\frac{x^2-1}{(x-1)(x^2-1)} - \frac{(2x-1)(x-1)}{(x-1)(x^2-1)} = \frac{(x+1)(x-1) - (2x-1)(x-1)}{(x-1)(x^2-1)} = \frac{x+1-2x+1}{(x+1)(x-1)} = \frac{-x+2}{(x+1)(x-1)}$

d $\frac{(3x-2)(x^2-5x+6)}{(x+2)(x^2-5x+6)} - \frac{(2x+5)(x+2)}{(x+2)(x^2-5x+6)} = \frac{3x^3-15x^2+18x-2x^2+10x-12-2x^2-4x-5x-10}{(x+2)(x^2-5x+6)} = \frac{3x^3-19x^2+19x-22}{(x+2)(x-2)(x-3)}$

5. a $\frac{2x \cdot (2x-1)}{(x-1)(x+2)}$. b $\frac{(3x-1)(2x-1)}{(x-1)(x^2-1)}$.

c $\frac{3x \cdot (2x-1)}{(3x-2)(x^2-3)}$. d $\frac{(x-1)(2x+4)}{(2x-1)(x^2-5x)}$.

e $\frac{(4x-1)(2x+4)}{(2x+1)(x^2+4)}$. f $\frac{(5x+3)(x+2)}{x \cdot (x^2-3)}$.

g $\frac{(3x+2)(x+2)}{(x+1)(2x^2-5)}$.

6. a $\frac{(2x-1)(3x+2)}{(x-2)(2x+2)}$. b $\frac{(3x-1)(x^2+4)}{(x-2)(2x+1)}$.

c $\frac{(3x-1)(x^2-3)}{(3x+2)(2x-1)}$. d $\frac{(x-1)(x^2-5x)}{(2x-1)(2x+4)}$.

e $\frac{(4x+5)(x^2+4)}{(2x-3)(2x+4)}$. f $\frac{(5x+3)(x^2-3x)}{2x \cdot (2x-1)}$.

g $\frac{(3x+2)(2x^2-5)}{(2x+2)(2x+4)}$.

3. La tecnologia per prendre decisions

Contextos

Pàgines 66 i 67

Context 1

1. $d = \sqrt{h^2 + 2Rh}$.

2. $R = 6371 \text{ km} = 6371000 \text{ m}$;

$$d = \sqrt{1^2 + 2 \cdot 6371000 \cdot 1} = 3569,59 \text{ m.}$$

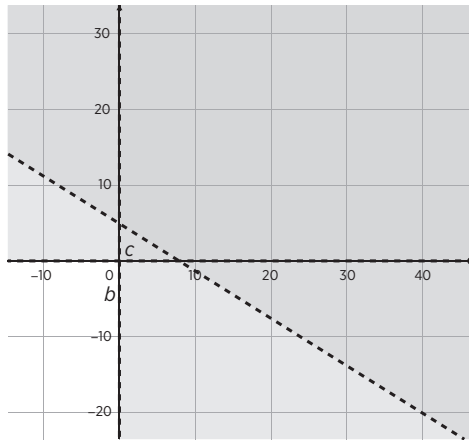
3. $R = 6371 \text{ km} = 6371000 \text{ m}$; $h = 18 + 60 = 78 \text{ m}$;

$$d = \sqrt{78^2 + 2 \cdot 6371000 \cdot 78} = 31525,90 \text{ m.}$$

4. $65^2 = h^2 + 2 \cdot 6371 \cdot h \rightarrow h^2 + 12742 \cdot h - 4225 = 0 \rightarrow h = 0,332 \text{ km.}$

Context 2

- $x =$ nombre d'ordinadors portàtils;
 $y =$ nombre d'ordinadors de sobretaula.
- $x \geq 0, y \geq 0, 500x + 800y \geq 4000.$
-



- Regió factible.
- $500x + 800y \geq 4000.$

Entrena't

Pàgines 68, 69, 70 i 71

- a** $z_1 = 81; z_2 = 1 \rightarrow x_1 = 9; x_2 = -9; x_3 = 1; x_4 = -1.$

b $z_1 = 9; z_2 = 4 \rightarrow x_1 = 3; x_2 = -3; x_3 = 2; x_4 = -2.$

c $z_1 = 25; z_2 = 4 \rightarrow x_1 = 5; x_2 = -5; x_3 = 2; x_4 = -2.$

d $z_1 = 9; z_2 = -1 \rightarrow x_1 = 3; x_2 = -3.$

e $z_1 = 25; z_2 = 9 \rightarrow x_1 = 5; x_2 = -5; x_3 = 3; x_4 = -3.$
- a** $x_1 = 0; x_2 = 7; x_3 = -11.$ **b** $x_1 = 2; x_2 = 4; x_3 = 1.$

c $x_1 = -3; x_2 = -8; x_3 = 5.$ **d** $x_1 = 3; x_2 = -4; x_3 = -4.$

e $x_1 = 6; x_2 = 7.$ **f** $x_1 = 0; x_2 = -3; x_3 = -5.$

g $x_1 = 0; x_2 = 8; x_3 = 4.$
- a** $x_1 = 4; x_2 = 1.$ **b** $x_1 = 4; x_2 = -1.$

c $x_1 = 2; x_2 = \frac{1}{3}.$ **d** $x_1 = 7; x_2 = 4.$ **e** $x = 4.$

4. **a** $2x - 6 < 7 \rightarrow 2x < 13 \rightarrow x < \frac{13}{2}.$

b $5x - 2 \geq 12 \rightarrow 5x \geq 14 \rightarrow x \geq \frac{14}{5}.$

c $2 - x > \frac{5}{4} \rightarrow -x > -\frac{3}{4} \rightarrow x < \frac{3}{4}.$

d $5x + 6x \leq 7 + 7 \rightarrow 11x \leq 14 \rightarrow x \leq \frac{14}{11}.$

e $\begin{cases} 3x < 9 \rightarrow x < \frac{9}{3} = 3 \\ 3x > -9 \rightarrow x > \frac{-9}{3} = -3 \end{cases} \rightarrow -3 < x < 3.$

f $\begin{cases} 2x - 1 < 14 \rightarrow 2x < 15 \rightarrow x < \frac{15}{2} \\ 2x - 1 > -14 \rightarrow 2x > -13 \rightarrow x > \frac{-13}{2} \end{cases} \rightarrow$

$\rightarrow -\frac{13}{2} < x < \frac{15}{2}.$

g $\begin{cases} 5x - 12 < 19 \rightarrow 5x < 31 \rightarrow x < \frac{31}{5} \\ 5x - 12 > -19 \rightarrow 5x > -7 \rightarrow x > \frac{-7}{5} \end{cases} \rightarrow$

$\rightarrow -\frac{7}{5} < x < \frac{31}{5}.$

Mates en context

Pàgines 72, 73, 74 i 75

Context 1

- $C(1) = 1200 \cdot 1,02^1 = 1224 \text{ tm.}$
- $C(10) = 1200 \cdot 1,02^{10} = 1462,79 \text{ tm.}$
- $t = 1 \text{ segle} = 100 \text{ anys};$
 $C(100) = 1200 \cdot 1,02^{100} = 8693,58 \text{ tm.}$
- Total fusta = $1200 + 300 = 1500 \text{ tm};$
 $1500 = 1200 \cdot 1,02^t \rightarrow t = 11,27 \text{ anys.}$
- Total fusta = $1200 + 1200 = 2400 \text{ tm};$
 $2400 = 1200 \cdot 1,02^t \rightarrow 35 \text{ anys.}$

Context 2

1. a m. c. m. $(6, 4) = 12; A = \sqrt[12]{k^2 \cdot k^3} = \sqrt[12]{k^5} \text{ m}^2.$

b m. c. m. $(6, 3) = 12; A = \sqrt[6]{k \cdot k^2} = \sqrt[6]{k^3} = \sqrt{k} \text{ m}^2.$

c m. c. m. $(4, 3) = 12; A = \sqrt[12]{k^3 \cdot k^4} = \sqrt[12]{k^7} \text{ m}^2.$

d m. c. m. $(6, 4, 3) = 12;$

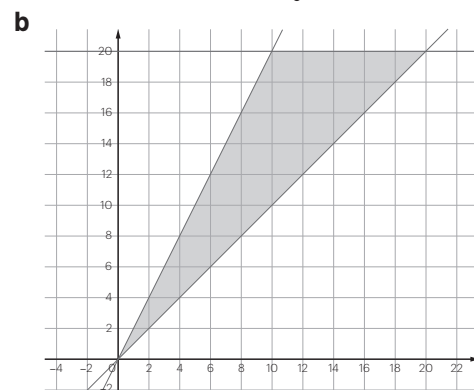
$A = \sqrt[12]{k^2 \cdot k^3 \cdot k^4} = \sqrt[12]{k^9} = \sqrt[4]{k^3} \text{ m}^3.$

Context 3

- a** Especialistes de programari: $0 \leq x \leq 30.$

Especialistes de maquinari: $0 \leq y \leq 20.$

Benefici: $B = 250x + 200y.$



Context 4

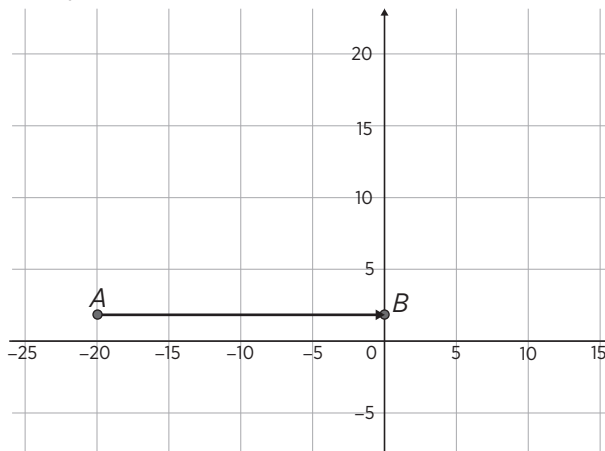
7. $R_{\text{total}} = 9 + 15 = 24 \Omega$.

a $\frac{1}{R_{\text{total}}} = \frac{1}{12} + \frac{1}{30} = \frac{7}{60} \rightarrow R_{\text{total}} = \frac{60}{7} \Omega$.

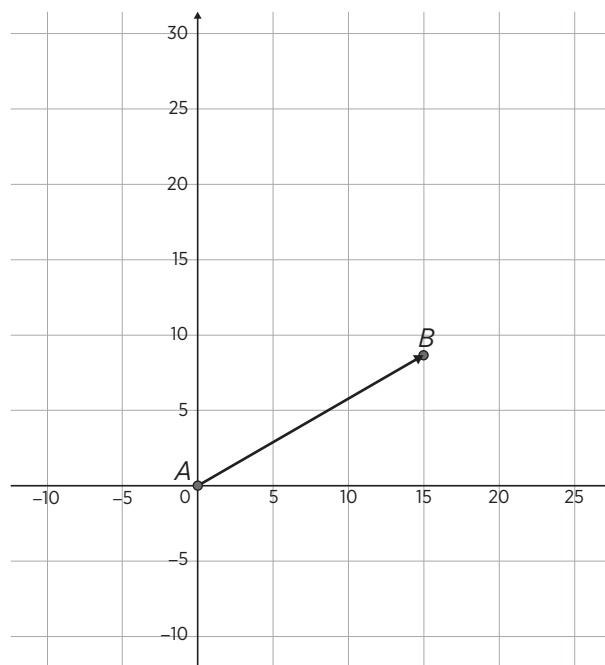
b $\frac{1}{R_{\text{total}}} = \frac{1}{2x} + \frac{1}{4x} = \frac{3}{4x} \rightarrow R_{\text{total}} = \frac{4x}{3} \Omega$.

c $\frac{1}{R_{\text{total}}} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{x+1}{x^2} \rightarrow R_{\text{total}} = \frac{x^2}{x+1} \Omega$.

b



c



Unitat 4. L'esport sempre és bo... i matemàtic

1. Esports individuals i col·lectius

Contextos

Pàgines 76 i 77

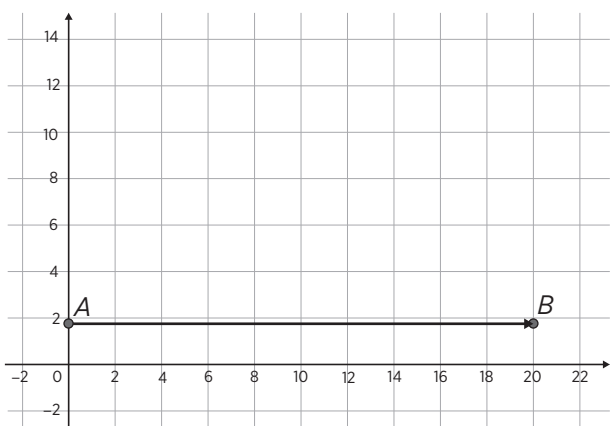
Context 1

- 1. 100 m: $P = 23,4347 \cdot (|11,12 - 18|)^{1,81} = 768,94$.
- Javelina: $P = 10,14 \cdot (|63,46 - 7|)^{1,08} = 790,53$.
- Pes: $P = 51,39 \cdot (|15,33 - 1,5|)^{1,05} = 810,48$.
- Disc: $P = 12,91 \cdot (|45,83 - 4|)^{1,1} = 784,45$.

Context 2

- 1. Hoquei i bàsquet: recta; handbol i futbol: corba.

2. a



Entrena't

Pàgines 78, 79, 80 i 81

1. Pendent = $\frac{-4 - 5}{1 - (-2)} = -3$.

Equació: $y = -3x + n \rightarrow 5 = -3 \cdot (-2) + n \rightarrow n = -1 \ y = -3x - 1$.

2. a $f(2) = 2 \cdot 2^3 - 5 \cdot 2 + 2 = 8$;
 $f(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 5 \cdot (-1) + 2 = 5$;
 $f(6) = 2 \cdot 6^3 - 5 \cdot 6 + 2 = 404$.

b $x = 4$. c $3x = 15 \rightarrow x = \frac{15}{3} = 5$.

d $x^2 - 10x + 16 = 0 \rightarrow x_1 = 8; x_2 = 2$.

3. a $(-\infty, \infty)$. b $(-\infty, \infty)$.
 c $(-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, \infty)$.

d $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, \infty)$. **e** $(-\infty, \infty)$.

f $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$. **g** $(-\infty, 3) \cup (3, 5) \cup (5, \infty)$.

h $[10, \infty)$. **i** $[-15, \infty)$.

4. **a** Polinòmica. **b** Polinòmica. **c** Racional. **d** Polinòmica. **e** Racional. **f** Irracional. **g** Irracional.

5. **a** $m = \frac{-3-1}{2-1} = -4$. **b** $m = \frac{9-1}{5-3} = 4$.

c $m = \frac{2-2}{5-(-5)} = 0$. **d** $m = \frac{5-(-1)}{5-7} = -3$.

6. $-3 = m \cdot 2 + 4 \rightarrow m = -\frac{7}{2} \rightarrow$

\rightarrow Equació: $y = -\frac{7}{2}x + 4$.

7. **a** Interval de creixement: $(0, \infty)$; interval de decreixement: $(-\infty, 0)$; màxims: no en té; mínims: $(0, -1)$. **b** Interval de creixement: $(-\infty, 0)$; interval de decreixement: $(0, \infty)$; màxims: no en té; mínims: no en té. **c** Interval de creixement: $(-\infty, 0)$; interval de decreixement: $(0, \infty)$; màxims: $(0, 1)$; mínims: no en té. **d** Interval de creixement: $(-1,5, 0) \cup (1,5, \infty)$; interval de decreixement: $(-\infty, -1,5) \cup (0, 1,5)$; màxims: $(0, 1)$; mínims: $(-1,5, -3)$ i $(1,5, -3)$.

2. Analitzem diferències

Contextos

Pàgines 82 i 83

Context 1

- Quantitatius discretes.
- a** 14. **b** 16. **c** 5.

Context 2

1.

Espanya					
Punts	Marca de classe x_i	Freqüència absoluta f_i	Freqüència absoluta acumulada F_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
[0, 10)	5	0	0	0	0
[10, 20)	15	0	0	0	0
[20, 30)	25	0	0	0	0
[30, 40)	35	3	3	105	3675
[40, 50)	45	6	9	270	12 150
[50, 60)	55	7	16	385	21 175
[60, 70)	65	2	18	130	8450
[70, 80)	75	1	19	75	5625
[80, 90)	85	1	20	85	7225
[90, 100)	95	0	20	0	0

Itàlia					
Punts	Marca de classe x_i	Freqüència absoluta f_i	Freqüència absoluta acumulada F_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
[0, 10)	5	0	0	0	0
[10, 20)	15	1	1	15	225
[20, 30)	25	1	2	25	625
[30, 40)	35	2	4	70	2450
[40, 50)	45	7	11	315	14 175
[50, 60)	55	2	13	110	6050
[60, 70)	65	5	18	325	21 125
[70, 80)	75	1	19	75	5625
[80, 90)	85	0	19	0	0
[90, 100)	95	1	20	95	9025

Anglaterra					
Punts	Marca de classe x_i	Freqüència absoluta f_i	Freqüència absoluta acumulada F_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
[0, 10)	5	0	0	0	0
[10, 20)	15	1	1	15	225
[20, 30)	25	1	2	25	625
[30, 40)	35	3	5	105	3675
[40, 50)	45	4	9	180	8100
[50, 60)	55	5	14	275	15 125
[60, 70)	65	1	15	65	4225
[70, 80)	75	3	18	225	16 875
[80, 90)	85	0	18	0	0
[90, 100)	95	2	20	190	18 050

- Interval modal \rightarrow Espanya: $[50, 60)$; Itàlia: $[40, 50)$; Anglaterra: $[50, 60)$.
Interval mitjà \rightarrow Espanya: $[50, 60)$; Itàlia: $[40, 50)$; Anglaterra: $[50, 60)$.
- $\bar{x}_{Esp.} = 52,5$; $\bar{x}_{It.} = 51,5$; $\bar{x}_{Ang.} = 54$; $\sigma_{Esp.}^2 = 158,75$;
 $\sigma_{It.}^2 = 312,75$; $\sigma_{Ang.}^2 = 429$.

Entrena't

Pàgines 84, 85, 86 i 87

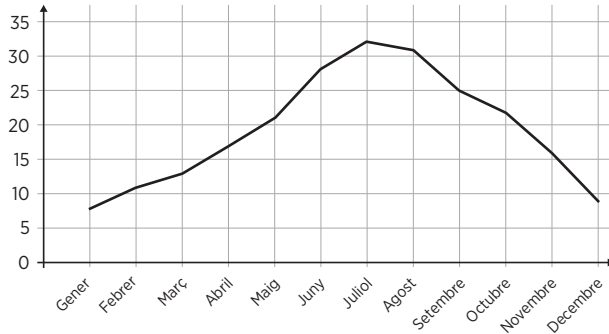
1. a $\bar{x} = \frac{0 \cdot 6 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 10 + 6 \cdot 0 + 7 \cdot 2 + 8 \cdot 2 + 9 \cdot 4}{6 + 5 + 10 + 8 + 7 + 10 + 0 + 2 + 2 + 4} = \frac{193}{54} = 3,57;$

$Mo = 2$ i 5 ; $Me = 3$.

b $\sigma^2 = \frac{6 \cdot 0^2 + 5 \cdot 1^2 + 10 \cdot 2^2 + 8 \cdot 3^2 + 7 \cdot 4^2 + 10 \cdot 5^2 + 0 \cdot 6^2 + 2 \cdot 7^2 + 2 \cdot 8^2 + 4 \cdot 9^2}{6 + 5 + 10 + 8 + 7 + 10 + 0 + 2 + 2 + 4} - 3,57^2 = 6,28.$

$\sigma = \sqrt{6,28} = 2,51.$

2.



3. a

Altura	[155, 160)	[160, 165)	[165, 170)	[175, 180)	[180, 190)
f_i	3	14	11	8	4
Marca	157,5	162,5	167,5	177,5	185
F_i	3	17	28	36	40

b Interval modal: [160, 165); interval mitjà: [165, 170).

4. a $\bar{x} = \frac{20 \cdot 2,5 + 14 \cdot 6 + 12 \cdot 8 + 4 \cdot 9,5}{20 + 14 + 12 + 4} = 5,36.$ b Interval modal: [0, 5); interval mitjà: [5, 7).

5. a

Durada	[25, 30)	[30, 35)	[35, 40)	[40, 45)	[45, 55)	[55, 70)
Marca	27,5	32,5	37,5	42,5	50	62,5
f_i	4	5	22	28	7	3

b $\bar{x} = \frac{4 \cdot 27,5 + 5 \cdot 32,5 + 22 \cdot 37,5 + 28 \cdot 42,5 + 7 \cdot 50 + 3 \cdot 62,5}{4 + 5 + 22 + 28 + 7 + 3} = 40,94$ hores.

c $\sigma^2 = \frac{4 \cdot 27,5^2 + 5 \cdot 32,5^2 + 22 \cdot 37,5^2 + 28 \cdot 42,5^2 + 7 \cdot 50^2 + 3 \cdot 62,5^2}{4 + 5 + 22 + 28 + 7 + 3} - 40,94^2 = 48,93 \rightarrow \sigma = \sqrt{48,93} = 6,995.$

d $CV = \frac{6,995}{40,94} = 0,171.$

6. a

Temps	[45, 50)	[50, 55)	[55, 60)	[60, 70)	[70, 80)	[80, 90)
Nre. d'alumnes	9	15	72	44	24	11
Marca	47,5	52,5	57,5	65	75	85

b $\bar{x} = \frac{9 \cdot 47,5 + 15 \cdot 52,5 + 72 \cdot 57,5 + 44 \cdot 65 + 24 \cdot 75 + 11 \cdot 85}{9 + 15 + 72 + 44 + 24 + 11} = 62,57;$

$\sigma^2 = \frac{9 \cdot 47,5^2 + 15 \cdot 52,5^2 + 72 \cdot 57,5^2 + 44 \cdot 65^2 + 24 \cdot 75^2 + 11 \cdot 85^2}{9 + 15 + 72 + 44 + 24 + 11} - 62,57^2 = 85,24 \rightarrow$

$\rightarrow \sigma = \sqrt{85,24} = 9,23.$

$CV = \frac{9,23}{62,57} = 0,148.$

3. Organitzem un torneig

Contextos

Pàgines 88 i 89

Context 1

1. **a** A tots, és a dir, 8. **b** 7. **c** $8 \cdot 7 = 56$. **d** 6.
e $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$.

Context 2

1. **a** $P_6 = 6! = 720$. **b** $10 \cdot C_{9,6} = 10 \cdot 84 = 840$.
2. $C_{10,6} = 210$.
3. **a** 2. **b** $C_{6,4} = 15$. **c** $C_{4,3} = 4$. **d** $C_{5,3} = 10$.

Entrena't

Pàgines 90, 91, 92 i 93

1. **a** $V_{7,2} = \frac{7!}{(7-2)!} = 42$.
b $V_{10,5} = \frac{10!}{(10-5)!} = 30\ 240$.
c $V_{9,7} = \frac{9!}{(9-7)!} = 181\ 440$.
d $V_{7,6} = \frac{7!}{(7-6)!} = 5040$.
2. **a** 6. **b** 120. **c** 479 001 600. **d** 1307 674 368 000.
3. **a** $C_{5,2} = \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} = 10$.
b $C_{6,3} = \frac{6!}{3! \cdot (6-3)!} = 20$.
c $C_{10,4} = \frac{10!}{4! \cdot (10-4)!} = 210$.
d $C_{12,5} = \frac{12!}{5! \cdot (12-5)!} = 792$.
4. **a** $\frac{5! \cdot 7!}{8 \cdot 7!} = \frac{5!}{8} = 15$. **b** $\frac{6! \cdot 9!}{10 \cdot 9!} = \frac{6!}{10} = 72$.
5. $V_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$.
6. $V_{25,2} = \frac{25!}{(25-2)!} = 600$.
7. $V_{10,3} = \frac{10!}{(10-3)!} = 720$.

8. $V_{4,3} = \frac{4!}{(4-3)!} = 24$ que acaben en 2;

$V_{4,3} = \frac{4!}{(4-3)!} = 24$ que acaben en 4;

Total = $2 \cdot 24 = 48$.

9. $C_{12,2} = \frac{12!}{2! \cdot (12-2)!} = 66$.

10. Equips de nois $\rightarrow C_{14,11} = \frac{14!}{11! \cdot (14-11)!} = 364$;

Equips de noies $\rightarrow C_{16,11} = \frac{16!}{11! \cdot (16-11)!} = 4368$;

Equips mixtos $\rightarrow C_{30,11} = \frac{30!}{11! \cdot (30-11)!} = 54\ 627\ 300$.

11. $C_{8,5} = \frac{8!}{5! \cdot (8-5)!} = 56$.

12. $PC_8 = \frac{8!}{8} = 5040$.

13. $P_4 = 4! = 24$.

14. $P_4 = 4! = 24$; $P_3 = 3! = 6$.

15. $V_{4,3} = \frac{4!}{(4-3)!} = 24$ que comencen per 7;

$V_{4,3} = \frac{4!}{(4-3)!} = 24$ que comencen per 9;

Total, més grans $7000 = 2 \cdot 24 = 48$.

Mates en context

Pàgines 94, 95, 96 i 97

Context 1

1. **a** $C_{4,2} = \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = 6$.

b $C_{4,2} = \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = 6$.

2. $P_4 = 4! = 24$.

3. **a** $C_{12,3} = \frac{12!}{3! \cdot (12-3)!} = 220$.

4. **b** $C_{12,5} = \frac{12!}{5! \cdot (12-5)!} = 792$.

Context 2

1. 780.
2. $Mo = [0,10)$.
- 3.

Edat de defunció (en anys)	Nombre de persones	Marca	F_i
[0, 10)	780	5	780
[10, 20)	210	15	990
[20, 30)	180	25	1170
[30, 40)	300	35	1470
[40, 50)	480	45	1950
[50, 60)	600	55	2550
[60, 70)	270	65	2820
[70, 80)	150	75	2970
[80, 90)	30	85	3000

4. $\bar{x} = \frac{780 \cdot 5 + 210 \cdot 15 + 180 \cdot 25 + 300 \cdot 35 + 480 \cdot 45 + 600 \cdot 55 + 270 \cdot 65 + 150 \cdot 75 + 30 \cdot 85}{3000} = \frac{108000}{3000} = 36.$

Context 3

1. Paràmetres de centralització →

→ mitjana aritmètica: $\begin{cases} \bar{x}_{\text{elefants}} = 2000 \text{ kg} \\ \bar{x}_{\text{ratolins}} = 0,05 \text{ kg} \end{cases}$

Paràmetres de dispersió →

→ desviació típica: $\begin{cases} \sigma_{\text{elefants}} = 100 \text{ kg} \\ \sigma_{\text{ratolins}} = 0,02 \text{ kg} \end{cases}$

2. El pes dels elefants.
3. Variància 1 = $\sigma_{\text{elefants}}^2 = 100^2 = 10\,000$;
variància 2 = $\sigma_{\text{ratolins}}^2 = 0,02^2 = 0,0004$.
4. $10\,000 > 0,0004 \rightarrow$ Variància pes elefants > Variància pes ratolins.

5. $CV_1 = \frac{100}{2000} = 0,05$; $CV_2 = \frac{0,02}{0,05} = 0,4$.

$0,4 > 0,05 \rightarrow$ CV pes ratolins > CV pes elefants.

Context 4

1. És una línia recta.
2. Les funcions lineals.

3. Tram AB: pendent = $\frac{56 - 0}{28 - 0} = 2$;

Tram BC: pendent = $\frac{64 - 56}{60 - 28} = 0,25$.

4. La velocitat.

Unitat 5. Física molt matemàtica

1. En moviment

Contextos

Pàgines 98 i 99

Context 1

1. $v = \frac{e - e_0}{t}$.

2. $t = \frac{e - e_0}{v}$.

3. $v = 20$ m/s.

4. $e = 20 \cdot 25 = 500$ m.

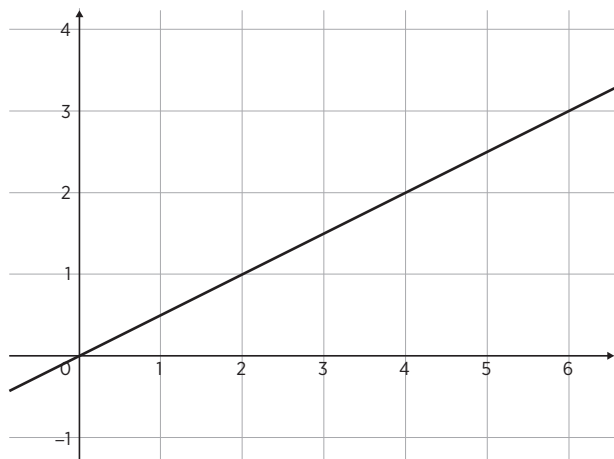
5. $t = \frac{200}{20} = 10$ s.

Context 2

1.

Temps (s)	1	2	3	4	5	6	7
Velocitat (m/s)	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5

2.



3.

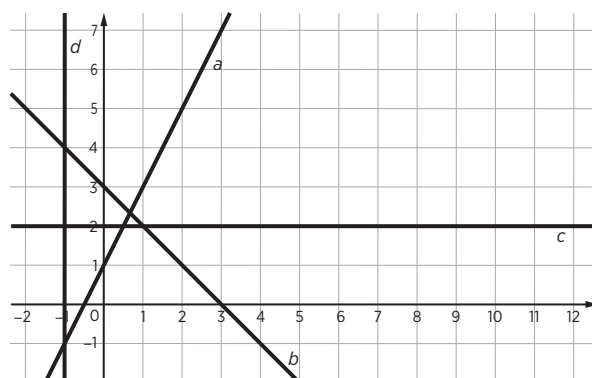
Temps (s)	1	2	3	4	5	6	7
Espai (m)	0,25	1	2,25	4	6,25	9	12,25

Entrena't

Pàgines 100, 101, 102 i 103

1. Resposta oberta. Per exemple: **a** A(0, 4); B(1, 5). **b** A(0, 2); B(2, 0). **c** A(0, -2); B(1, 1). **d** A(4, 1); B(-2, 1). **e** A(2, 0); B(2, 3). **f** A(0, -3); B(0, 3).

2.



3. **a** $y = mx$.

b $y = mx - 3$.

c $y = -mx + 2$.

d $y = -mx$.

e $y = 2x$.

f $y = 4$.

g $x = 2$.

4. $y = x + 7$.

5. A, B, C i D sí que hi pertanyen; E, no.

6. a, b i f són còncaues; c, d i e són convexes.

7. $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -4 \end{cases} \rightarrow$

\rightarrow La funció és negativa en $-4 < x < 3$.

8. $x_v = \frac{-8}{2 \cdot 1} = -4 \rightarrow y_v = (-4)^2 + 8 \cdot (-4) + k = 0 \rightarrow k = 16$.

9. **a** $d = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 49 > 0 \rightarrow$ En dos.

b $d = 5^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-3) = -11 < 0 \rightarrow$ En cap.

c $d = (-6)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 20 > 0 \rightarrow$ En dos.

d $d = 10^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-25) = 0 \rightarrow$ En un.

e $d = 0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -4 < 0 \rightarrow$ En cap.

f $d = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 1 = 4 > 0 \rightarrow$ En dos.

10.

$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-b}{2 \cdot 1} = 2 \rightarrow b = -4; y_v = 2^2 + (-4) \cdot 2 + c = 1 \rightarrow c = 5$

11. $y = k \cdot [x - (-2)] \cdot (x - 4) \rightarrow y = k \cdot (x^2 - 2x - 8)$. N'hi ha infinites.

2. Pèndol i gravetat

Contextos

Pàgines 104 i 105

Context 1

$$1. f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{l}} \text{ s}^{-1}.$$

$$2. \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \text{ rad/s}.$$

$$3. T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{1}{9,8}} = 2 \text{ s}; f = \frac{1}{T} = 0,5 \text{ s}^{-1}.$$

Context 2

$$1. g_0 = \frac{6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6\,371\,000^2} = 9,82 \text{ m/s}^2.$$

$$2. \text{ a } g_0 = \frac{6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6\,357\,000^2} = 9,86 \text{ m/s}^2.$$

$$\text{ b } g_0 = \frac{6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6\,378\,000^2} = 9,80 \text{ m/s}^2.$$

$$3. g_{\text{Everest}} = 9,82 \cdot \left(\frac{6\,371\,000}{6\,371\,000 + 8400} \right)^2 = 9,79 \text{ m/s}^2.$$

$$4. g_{\text{Estació}} = 9,82 \cdot \left(\frac{6\,371\,000}{6\,371\,000 + 400\,000} \right)^2 = 8,69 \text{ m/s}^2.$$

Entrena't

Pàgines 106, 107, 108 i 109

1. Sí.

2. Sí.

$$3. \text{ a } \sqrt{30} < \sqrt{50}. \text{ b } \sqrt{30} > \sqrt[3]{10}. \text{ c } \sqrt[4]{20} < \sqrt[4]{60}.$$

$$\text{ d } \sqrt[4]{100} = \sqrt[6]{1000}. \text{ e } \sqrt[6]{250} < \sqrt[4]{125}.$$

$$4. \text{ a } \sqrt[8]{480} > \sqrt[3]{10} > \sqrt[4]{20} > \sqrt[6]{80}.$$

$$\text{ b } \sqrt[3]{3} > \sqrt[4]{4} > \sqrt[5]{5} > \sqrt[6]{6}.$$

$$5. \text{ a } \sqrt{2^2 \cdot 2} = \sqrt{8}. \text{ b } \sqrt{5^2 \cdot 10} = \sqrt{250}.$$

$$\text{ c } \sqrt[4]{3^4 \cdot 6} = \sqrt[4]{486}.$$

$$6. \text{ a } \sqrt{2^5} = 4 \cdot \sqrt{2}. \text{ b } \sqrt{2^3 \cdot 3^2} = 6\sqrt{2}.$$

$$\text{ c } \sqrt{2^2 \cdot 5^3} = 10\sqrt{5}. \text{ d } a^4 \cdot b^3 \cdot c^2 \cdot \sqrt{a \cdot b \cdot c}.$$

$$\text{ e } a \cdot b^5 \cdot c^4 \cdot \sqrt[3]{a^2 \cdot b^2 \cdot c^2}.$$

$$\text{ f } a \cdot b^3 \cdot c = \sqrt[4]{a \cdot b^3 \cdot c^2}.$$

$$\text{ g } a \cdot b^2 \cdot c^4 \cdot \sqrt[6]{a^3 \cdot b^5 \cdot c^2}.$$

$$\text{ h } a \cdot b^3 \cdot c \cdot \sqrt[4]{a \cdot b^3 \cdot c^2}.$$

$$7. \text{ a } \sqrt{384} = \sqrt{2^7 \cdot 3} = 2^3 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = 8\sqrt{6}.$$

$$\text{ b } \sqrt{216} = \sqrt{2^3 \cdot 3^3} = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = 6\sqrt{6}.$$

$$\text{ c } \sqrt[4]{a^6 \cdot b^5} = a \cdot b \cdot \sqrt[4]{a^2 \cdot b}.$$

$$\text{ d } \sqrt[7]{a^{11} \cdot b^9} = a \cdot b \cdot \sqrt[7]{a^4 \cdot b^2}.$$

$$\text{ e } \sqrt[9]{a^{12} \cdot b^{14}} = a \cdot b \cdot \sqrt[9]{a^3 \cdot b^5}.$$

$$8. \text{ a } \frac{\sqrt{2^6 \cdot 3}}{\sqrt{2^5}} = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = 2\sqrt{6}.$$

$$\text{ b } \frac{\sqrt{2^4 \cdot 5^3}}{\sqrt{2^3}} = 5 \cdot \sqrt{2 \cdot 5} = 5\sqrt{10}.$$

$$\text{ c } \frac{\sqrt[4]{3^4 \cdot 5^2}}{\sqrt[4]{3 \cdot 5}} = \sqrt[4]{3^3 \cdot 5} = \sqrt[4]{135}. \text{ d } \sqrt[7]{a^4 \cdot b^2}.$$

$$\text{ e } \sqrt[10]{a^6 \cdot b^3}.$$

$$9. \text{ a } \sqrt{6^5} = \sqrt{2^5 \cdot 3^5} = 2^2 \cdot 3^2 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = 36\sqrt{6}.$$

$$\text{ b } \sqrt{10^7} = \sqrt{2^7 \cdot 5^7} = 2^3 \cdot 5^3 \cdot \sqrt{2 \cdot 5} = 1000\sqrt{10}.$$

$$\text{ c } \sqrt[5]{3^{12} \cdot 7^{12}} = 3^2 \cdot 7^2 \cdot \sqrt[5]{3^2 \cdot 7^2} = 441 \cdot \sqrt[5]{441}.$$

$$\text{ d } \sqrt[4]{3^9 \cdot 5^9} = 3^2 \cdot 5^2 \cdot \sqrt[4]{3 \cdot 5} = 225 \cdot \sqrt[4]{15}.$$

$$\text{ e } \sqrt[4]{1000}. \text{ f } \sqrt[15]{45}.$$

$$10. \text{ a } \sqrt{2} + 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} - 4 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} = -\sqrt{2}.$$

$$\text{ b } 3 \cdot \sqrt{3^3} + 5 \cdot \sqrt{2^2 \cdot 3} - 4 \cdot \sqrt{2^4 \cdot 3} = \\ = 3 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} + 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} - 4 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}.$$

$$\text{ c } 7 \cdot \sqrt{2^2 \cdot 5} + 5 \cdot \sqrt{3^2 \cdot 5} - 2 \cdot \sqrt{2^4 \cdot 5} = \\ = 7 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} + 5 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} - 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{5} = 21\sqrt{5}.$$

$$\text{ d } 12 \cdot \sqrt{2^5} + 3 \cdot \sqrt{2 \cdot 5^2} - 3 \cdot \sqrt{2 \cdot 7^2} = \\ = 12 \cdot 4 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} - 3 \cdot 7 \cdot \sqrt{2} = 42\sqrt{2}.$$

$$11. \text{ a } \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{ b } \frac{5}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{5(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{3})} = \\ = \frac{5(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{5 - 3} = \frac{5(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{2}.$$

$$\text{c } \frac{-1}{3 - \sqrt{7}} \cdot \frac{3 + \sqrt{7}}{3 + \sqrt{7}} = \frac{-1(3 + \sqrt{7})}{(3 - \sqrt{7}) \cdot (3 + \sqrt{7})} =$$

$$= \frac{-3 - \sqrt{7}}{3^2 - 7} = \frac{-3 - \sqrt{7}}{2}.$$

$$\text{d } \frac{5}{2\sqrt{5} - \sqrt{8}} \cdot \frac{2\sqrt{5} + \sqrt{8}}{2\sqrt{5} + \sqrt{8}} =$$

$$= \frac{5(2\sqrt{5} + \sqrt{8})}{(2\sqrt{5} - \sqrt{8}) \cdot (2\sqrt{5} + \sqrt{8})} =$$

$$= \frac{5(2\sqrt{5} + \sqrt{8})}{2^2 \cdot 5 - 8} = \frac{5(2\sqrt{5} + \sqrt{8})}{12}.$$

$$\text{e } \frac{2}{\sqrt[4]{3}} \cdot \frac{\sqrt[4]{3^3}}{\sqrt[4]{3^3}} = \frac{2 \cdot \sqrt[4]{3^3}}{\sqrt[4]{3^4}} = \frac{2 \cdot \sqrt[4]{3^3}}{3}.$$

$$\text{f } \frac{4}{\sqrt[3]{5^3}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5^4}}{\sqrt[3]{5^4}} = \frac{4 \cdot \sqrt[3]{5^4}}{\sqrt[3]{5^7}} = \frac{4 \cdot \sqrt[3]{5^4}}{5}.$$

3. Món inclinat

Contextos

Pàgines 110 i 111

Context 1

1. **a** ABC, ATS, GMP, GQM. **b** 65°. **c** 13,06 cm.
d 30,89 cm.

Context 2

1. **a** 27,93 m. **b** $\cos(4^\circ) = \frac{x}{27,93} \rightarrow x = 27,86$ m.

$$\text{c } \tan(\alpha) = \frac{15,484}{27,93} \rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{15,484}{27,93}\right) = 29^\circ.$$

Entrena't

Pàgines 112 i 113

1. Hipotenusa = $\sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17$ cm.

$$\sin(\alpha) = \frac{8}{17} = 0,47; \quad \cos(\alpha) = \frac{15}{17} = 0,88;$$

$$\tan(\alpha) = \frac{8}{15} = 0,53.$$

$$\sin(\beta) = \frac{15}{17} = 0,88; \quad \cos(\beta) = \frac{8}{17} = 0,47;$$

$$\tan(\beta) = \frac{15}{8} = 1,875.$$

2. $0,8^2 + \cos^2(\alpha) = 1 \rightarrow \cos^2(\alpha) = 1 - 0,63 = 0,36 \rightarrow$
 $\rightarrow \cos(\alpha) = 0,6; \tan(\alpha) = \frac{0,8}{0,6} = 1,3\hat{3}.$

3. $\sin^2(\alpha) + 0,4^2 = 1 \rightarrow \sin^2(\alpha) = 1 - 0,16 = 0,84 \rightarrow$
 $\rightarrow \sin(\alpha) = 0,92; \tan(\alpha) = \frac{0,92}{0,4} = 2,29.$

4. **a** $\alpha = 53,61^\circ$. **b** $\alpha = \cos^{-1}(0,4225) = 65^\circ$.

c $\alpha = \tan^{-1}(2,9235) = 71,12^\circ$.

d $\beta = \sin^{-1}(-0,3333) = 340,53^\circ$.

5. La calculadora dona error. Sí, ja que el cosinus, en valor absolut, de qualsevol angle és més petit que 1.

6. $\sin^2(\alpha) + 0,3^2 = 1 \rightarrow \sin^2(\alpha) = 1 - 0,09 = 0,91$
 $\rightarrow \sin(\alpha) = -0,95.$

7. **a** $C = 55^\circ; b = 6,88$ cm; $c = 9,83$ cm.

b $B = 38^\circ; a = 8,88$ cm; $b = 5,47$ cm.

8. $c = \sqrt{97^2 - 72^2} = \sqrt{4225} = 65$ cm;

$$B = \sin^{-1}\left(\frac{72}{97}\right) = 47,92^\circ; C = 42,08^\circ.$$

9. $\cos(B) = \frac{10}{26} \rightarrow B = \cos^{-1}\left(\frac{10}{26}\right) = 67,38^\circ;$

$$A = 67,38^\circ; 67,38 + 67,38 + C = 180^\circ \rightarrow C = 45,24^\circ.$$

4. Molta força

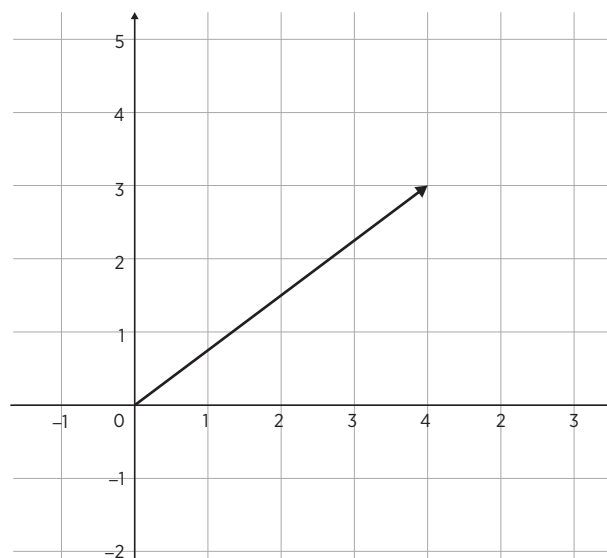
Contextos

Pàgines 114 i 115

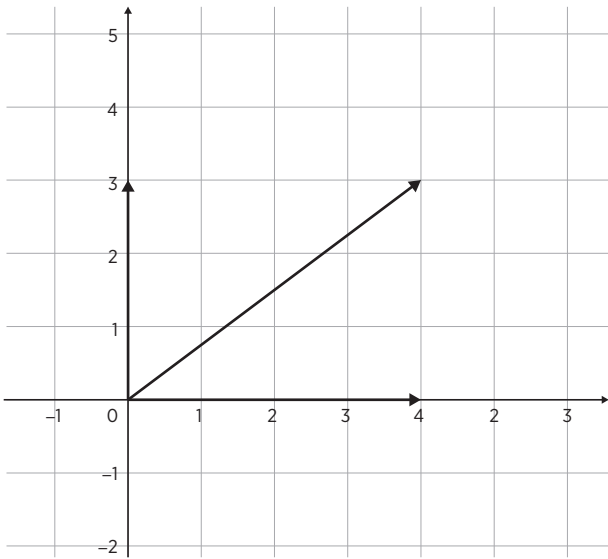
Context 1

1.

a

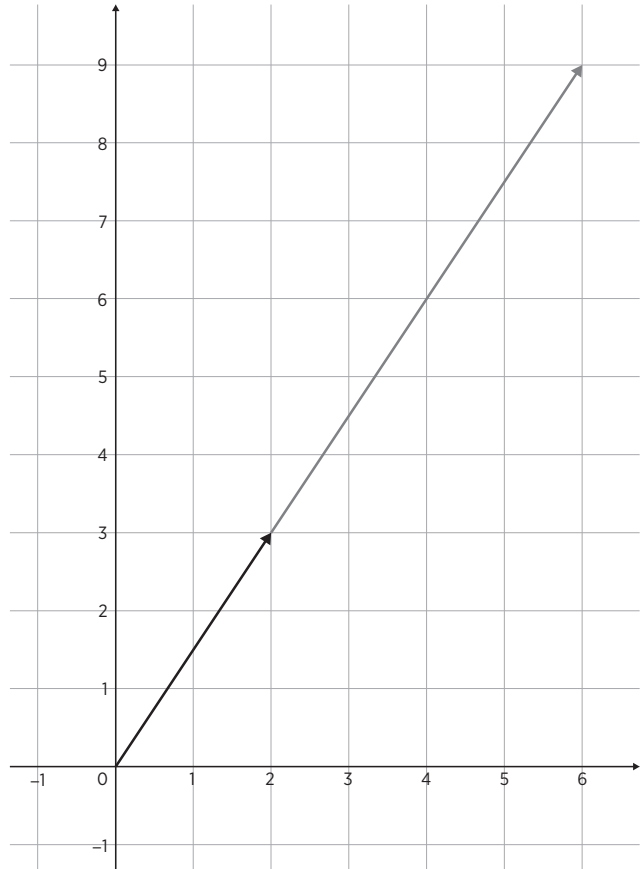


b



c (4, 3). **d** $\sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$.

d

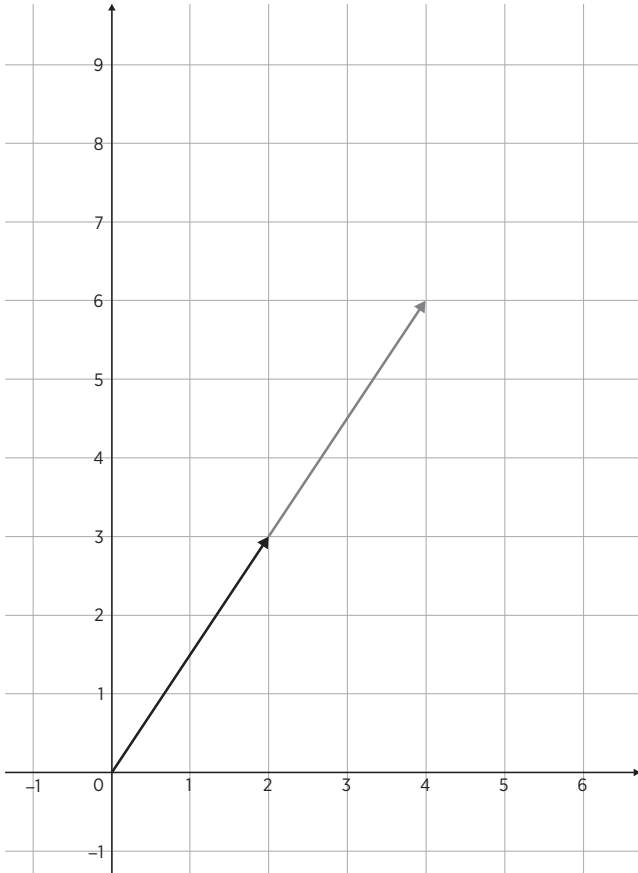


e (6, 9).

Context 2

1.

a



b Sí; **c** Sí.

Entrena't

Pàgines 116, 117, 118 i 119

1. $\vec{a}(1, 3)$; $\vec{b}(6, -1)$; $\vec{c}(-5, 0)$; $\vec{d}(-3, -2)$;

$\vec{e}(-2, 2)$; $\vec{f}(-1, 2)$; $\vec{g}(0, 2)$.

2. **a** (-2, -1). **b** (1, 4).

3. **a** (-2, 3). **b** (6, -3). **c** (-1, -1).

4. **a** $|u| = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = \sqrt{169} = 13$.

b $|u| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$.

c $|u| = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = \sqrt{100} = 10$.

d $|u| = \sqrt{15^2 + (-6)^2} = \sqrt{261} = 16,16$.

e $|u| = \sqrt{(-12)^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$.

f $|u| = \sqrt{(-20)^2 + 15^2} = \sqrt{625} = 25$.

g $|u| = \sqrt{20^2 + (-15)^2} = \sqrt{625} = 25$.

h $|u| = \sqrt{(-20)^2 + (-15)^2} = \sqrt{625} = 25$.

5. **a** $\vec{v} = (19, 17)$. **b** $\vec{v} = (19, 43)$. **c** $\vec{v} = (-5, 1)$.

6. **a** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 12$.

b $\vec{u} \cdot \vec{v} = (-1) \cdot 5 + 2 \cdot (-2) = -9$.

c $\vec{u} \cdot \vec{v} = (-2) \cdot (-2) + 2 \cdot (-3) = -2$.

d $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5 \cdot 0 + 0 \cdot (-3) = 0$.

e $\vec{u} \cdot \vec{v} = (-3) \cdot 4 + (-2) \cdot (-3) = -6$.

7. **a** $\vec{u} \cdot \vec{v} - \vec{u} \cdot \vec{w} = ((-3) \cdot 4 + (-2) \cdot (-3)) -$
 $-((-3) \cdot 1 + (-2) \cdot (-3)) = -9$.

b $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w} = ((-3) \cdot 4 + (-2) \cdot (-3)) +$
 $+((-3) \cdot 1 + (-2) \cdot (-3)) = -3$.

c $\vec{u} \cdot \vec{w} - \vec{v} \cdot \vec{v} = ((-3) \cdot 1 + (-2) \cdot (-3)) -$
 $-(4 \cdot 4 + (-3) \cdot (-3)) = -22$.

d $\vec{u} \cdot \vec{u} - \vec{v} \cdot \vec{w} = ((-3) \cdot (-3) + (-2) \cdot (-2)) -$
 $-(4 \cdot 1 + (-3) \cdot (-3)) = 0$.

e $\vec{v} \cdot \vec{v} - \vec{u} \cdot \vec{w} = (4 \cdot 4 + (-3) \cdot (-3)) -$
 $-((-3) \cdot 1 + (-2) \cdot (-3)) = 22$.

f $\vec{v} \cdot \vec{u} - \vec{w} \cdot \vec{w} = (4 \cdot (-3) + (-3) \cdot (-2)) -$
 $-(1 \cdot 1 + (-3) \cdot (-3)) = -16$.

8. **a**
 $\cos(\alpha) = \frac{(-3) \cdot 4 + (-2) \cdot (-3)}{\sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{4^2 + (-3)^2}} = -0,333 \rightarrow$
 $\rightarrow \alpha = \cos^{-1}(-0,333) = 109,44^\circ$.

b
 $\cos(\alpha) = \frac{4 \cdot 1 + 2 \cdot (-3)}{\sqrt{4^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-3)^2}} = -0,141 \rightarrow$
 $\rightarrow \alpha = \cos^{-1}(-0,141) = 98,13^\circ$.

c
 $\cos(\alpha) = \frac{(-3) \cdot 4 + 4 \cdot (-3)}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2} \cdot \sqrt{4^2 + (-3)^2}} = -0,96 \rightarrow$
 $\rightarrow \alpha = \cos^{-1}(-0,96) = 163,74^\circ$.

d
 $\cos(\alpha) = \frac{(-6) \cdot 4 + (-8) \cdot (-3)}{\sqrt{(-6)^2 + (-8)^2} \cdot \sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow \alpha = \cos^{-1}(0) = 90^\circ$.

e
 $\cos(\alpha) = \frac{(-3) \cdot 0 + 0 \cdot (-3)}{\sqrt{(-3)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{0^2 + (-3)^2}} = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow \alpha = \cos^{-1}(0) = 90^\circ$.

9. Resposta oberta. Per exemple: **a** (4, 3). **b** (-4, -3).
c (8, 6). **d** (-12, -9).

Mates en context

Pàgines 120, 121, 122 i 123

Context 1

- Primer avió: $(x, y) = (-4, 7) + \lambda \cdot (1, -3)$.
 Segon avió: $(x, y) = (4, 5) + \lambda \cdot (-3, -2)$.
 Tercer avió: $(x, y) = (10, -2) + \lambda \cdot (8 - 10, 4 - (-2)) \rightarrow$
 $\rightarrow (x, y) = (10, -2) + \lambda \cdot (-2, 6)$.
- Sí, en $P(-2, 1)$.

3. $\cos(\alpha) = \frac{(-3) \cdot (-2) + (-2) \cdot 6}{\sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + 6^2}} = -0,263 \rightarrow$
 $\rightarrow \alpha = \cos^{-1}(-0,263) = 105,26^\circ$.

Context 2

1. **a** 45° . **b** $a = \sqrt{x^2 + x^2} = x\sqrt{2}$. **c** $\frac{x}{x\sqrt{2}}$.

d $\frac{x}{x\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **e** Sí, $\sin(45) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

f $\cos(45) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **g** $\tan(45) = \frac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{2}/2} = 1$.

Context 3

- La tangent.
- $\tan(\alpha) = \frac{10}{100} = 0,1 \rightarrow \alpha = \tan^{-1}(0,1) = 5,71^\circ$.
- $\tan(\alpha) = \frac{12}{100} = 0,12 \rightarrow \alpha = \tan^{-1}(0,12) = 6,84^\circ$.
 $\sin(6,84) = \frac{h}{500} \rightarrow h = 500 \cdot \sin(6,84) = 59,57 \text{ m}$.
- $\cos(6,84) = \frac{x}{500} \rightarrow x = 500 \cdot \cos(6,84) =$
 $= 496,44 \text{ m}$.

5. **a** $\tan(\alpha) = \frac{14}{100} = 0,14 \rightarrow \alpha = \tan^{-1}(0,14) = 7,97^\circ$.

b $\sin(7,97) = \frac{h}{3400} \rightarrow h = 3400 \cdot \sin(7,97) = 471,40 \text{ m}$.

Context 4

1. $v_{0x} = \cos \theta \cdot v_0$; $v_{0y} = \sin \theta \cdot v_0$.

2. $x = x_0 + v_{0x} \cdot t$.

3. **a** $y = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2$.

b $y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2$.

4. $0 = v_{0y} - 9,8 \cdot t \rightarrow t = \frac{v_{0y}}{9,8}$.

Mozart:

$$\begin{cases} \text{Centre} = \frac{1756 + 1791}{2} = 1773,5 \\ \text{Radi} = \frac{1791 - 1756}{2} = 17,5 \end{cases} \rightarrow E_{17,5}(1773,5)$$

Beethoven:

$$\begin{cases} \text{Centre} = \frac{1770 + 1827}{2} = 1798,5 \\ \text{Radi} = \frac{1827 - 1770}{2} = 28,5 \end{cases} \rightarrow E_{28,5}(1798,5)$$

Brahms:

$$\begin{cases} \text{Centre} = \frac{1833 + 1897}{2} = 1865 \\ \text{Radi} = \frac{1897 - 1833}{2} = 32 \end{cases} \rightarrow E_{32}(1865)$$

Unitat 6. Nombres musicals

1. La música al llarg de la història

Contextos

Pàgines 124 i 125

Context 1

1. **a** -50 000. **b** 2021. **c** 52 021. **d** Classicisme; barroc; edat antiga; edat antiga; edat antiga; prehistòria.

Context 2

1. Vivaldi: (1678, 1741); Haydn: (1732, 1809); Mozart: (1756, 1791); Beethoven: (1770, 1827); Brahms: (1833, 1897).

2.

Vivaldi:

$$\begin{cases} \text{Centre} = \frac{1678 + 1741}{2} = 1709,5 \\ \text{Radi} = \frac{1741 - 1678}{2} = 31,5 \end{cases} \rightarrow E_{31,5}(1709,5)$$

Haydn:

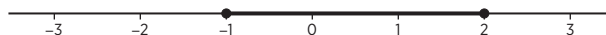
$$\begin{cases} \text{Centre} = \frac{1732 + 1809}{2} = 1770,5 \\ \text{Radi} = \frac{1809 - 1732}{2} = 38,5 \end{cases} \rightarrow E_{38,5}(1770,5)$$

Entrena't

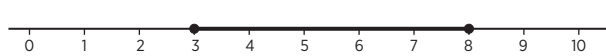
Pàgines 126, 127, 128 i 129

1. **a** Real, racional, enter, negatiu. **b** Real, racional, enter, natural. **c** Real, racional, fraccionari. **d** Real, racional, fraccionari. **e** Real, irracional. **f** Real, racional, enter, natural. **g** Real, irracional.
2. **a** Racional. **b** Racional. **c** Irracional. **d** Irracional. **e** Racional.
3. **a** Racional. **b** Racional. **c** Irracional. **d** Racional. **e** Irracional.
4. Sí.
- 5.

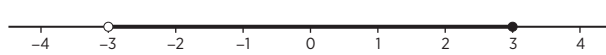
a



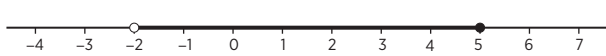
b



c



d



6. **a** $1 \leq x \leq 7$. **b** $-2 < x \leq 3$. **c** $-3 < x < 0$. **d** $2 < x < \infty$. **e** $-\infty < x \leq -7$. **f** $-4 \leq x < \infty$.
7. **a** $[-1, 2)$. **b** $[-4, 2]$. **c** $(-\infty, 2)$. **d** $(2, 10)$. **e** $[-1, +\infty)$.
8. **a** $(-2, 8)$. **b** $(3, 5)$. **c** $(3, 7)$. **d** $(-5, 3)$. **e** $(-6, 6)$.

9. a $\left\{ \begin{array}{l} \text{Centre} = \frac{2+6}{2} = 4 \\ \text{Radi} = \frac{6-2}{2} = 2 \end{array} \right. \rightarrow E_2(4).$

b $\left\{ \begin{array}{l} \text{Centre} = \frac{-1+8}{2} = 3,5 \\ \text{Radi} = \frac{8-(-1)}{2} = 4,5 \end{array} \right. \rightarrow E_{4,5}(3,5).$

c $\left\{ \begin{array}{l} \text{Centre} = \frac{-3+3}{2} = 0 \\ \text{Radi} = \frac{3-(-3)}{2} = 3 \end{array} \right. \rightarrow E_3(0).$

d $\left\{ \begin{array}{l} \text{Centre} = \frac{-4+8}{2} = 2 \\ \text{Radi} = \frac{8-(-4)}{2} = 6 \end{array} \right. \rightarrow E_6(2).$

e $\left\{ \begin{array}{l} \text{Centre} = \frac{-14+(-5)}{2} = -9,5 \\ \text{Radi} = \frac{-5-(-14)}{2} = 4,5 \end{array} \right. \rightarrow E_{4,5}(-9,5).$

f $\left\{ \begin{array}{l} \text{Centre} = \frac{0+10}{2} = 5 \\ \text{Radi} = \frac{10-0}{2} = 5 \end{array} \right. \rightarrow E_5(5).$

10. Per exemple, $[-10, 20]$.

11. a $[2, 6] \cap (3, 8) = (3, 6]$; $[2, 6] \cup (3, 8) = [2, 8)$.

b $[-6, 0] \cap (-3, 5] = (-3, 0]$; $[-6, 0] \cup (-3, 5] = [-6, 5]$.

c $(3, 7) \cap [4, 9] = [4, 7)$; $(3, 7) \cup [4, 9] = (3, 9]$.

12. a $(-2, 2)$. b $[-3, 3]$. c $(-4, 10)$. d $[-3, 7]$.

2. Sentits logarítmics

Contextos

Pàgines 130 i 131

Context 1

1. a 66 Hz, 132 Hz, 264 Hz, 528 Hz, 1056 Hz, 2112 Hz, 4224 Hz. b 33 Hz, 66 Hz, 132 Hz, 264 Hz, 528 Hz, 1056 Hz, 2112 Hz. No.

c

Freqüència (Hz)	Logaritmes
33	$\log_2 33$
66	$\log_2 66$
132	$\log_2 132$
264	$\log_2 264$
528	$\log_2 528$
1056	$\log_2 1056$
2112	$\log_2 2112$
4224	$\log_2 4224$

Context 2

1. a Sí, perquè és el so més lleu que l'oïda humana pot percebre, i en aquest cas $I = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

b Sí, però són inapreciables per l'oïda humana, i en aquest cas $I < 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

c $\beta = 10 \cdot \log\left(\frac{10^{-10}}{10^{-12}}\right) = 10 \cdot 2 = 20 \text{ dB} \rightarrow$ so com el que se sent en una biblioteca.

d $7 = \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \rightarrow 10^7 = \frac{I}{10^{-12}} \rightarrow I = 10^{-5} \text{ W/m}^2$.

Entrena't

Pàgines 132, 133, 134 i 135

1. $3 = 3 \cdot 1 = 3 \cdot \log_5 5 = \log_5(5^3) = \log_5 125$.

2. $2 = 2 \cdot 1 = 2 \cdot \log_8 8 = \log_8(8^2) = \log_8 64$.

3. a $\log_2(2^5) = 5 \cdot \log_2 2 = 5 \cdot 1 = 5$.

b $\log_2(2^{10}) = 10 \cdot \log_2 2 = 10 \cdot 1 = 10$.

c $\log_3(3^5) = 5 \cdot \log_3 3 = 5 \cdot 1 = 5$.

d $\log_5(5^4) = 4 \cdot \log_5 5 = 4 \cdot 1 = 4$.

e $\log_4(4^0) = 0 \cdot \log_4 4 = 0 \cdot 1 = 0$.

f $\log_2\left(\frac{1}{2^6}\right) = \log(2^{-6}) = -6 \cdot \log_2 2 = -6 \cdot 1 = -6$.

g $\log_3\left(\frac{1}{3^6}\right) = \log(3^{-6}) = -6 \cdot \log_3 3 = -6 \cdot 1 = -6$.

h $\log_5\left(\frac{1}{5^3}\right) = \log_5(5^{-3}) = -3 \cdot \log_5 5 = -3 \cdot 1 = -3$.

i $\log_7\left(\frac{1}{7^2}\right) = \log(7^{-2}) = -2 \cdot \log_7 7 = -2 \cdot 1 = -2$.

j $\log_2\left(\frac{1}{2^9}\right) = \log(2^{-9}) = -9 \cdot \log_2 2 = -9 \cdot 1 = -9$.

4. **a** $2 \cdot 1,5 + 2,1 = 5,1$. **b** $2 \cdot 1,5 + 4 \cdot 2,1 = 11,4$.
c $1,5 - 2,1 = -0,6$.
d $3 \cdot \log(x) - 4 \cdot \log(y) = 3 \cdot 1,5 - 4 \cdot 2,1 = -3,9$.
e $5 \cdot \log(x) - 3 \cdot \log(y) = 5 \cdot 1,5 - 3 \cdot 2,1 = 1,2$.
- f** $\frac{1}{2} \cdot 1,5 = 0,75$. **g** $\frac{1}{5} \cdot (2 \cdot 1,5 - 2,1) = 0,18$.
h $\frac{1}{6} \cdot (3 \cdot 1,5 - 2,1) = 0,4$.
5. **a** $2 \cdot \log 2 + \log 3 = 2 \cdot 0,3010 + 0,4771 = 1,0791$.
b $0,4771 + 1 - 0,3010 = 1,1761$.
c $0,3010 + 0,4771 + 1 = 1,7781$.
d $\log 2 + 2 \cdot \log 3 = 0,3010 + 2 \cdot 0,4771 = 1,2552$.

6. **a** $x = \frac{\log 12}{\log 3} = \frac{1,0792}{0,4771} = 2,2619$.

b $x = \frac{\log 20}{\log 5} = \frac{1,3010}{0,6990} = 1,8614$.

c $x = \frac{\log 14}{\log 7} = \frac{1,1461}{0,8451} = 1,3562$.

d $x = \frac{\log 66}{\log 6} = \frac{1,8195}{0,7782} = 2,3383$.

e $x = \frac{\log 146}{\log 4} = \frac{2,1644}{0,6021} = 3,5949$.

7. **a** $4 \cdot \log x + 3 \cdot \log y$. **b** $2 \cdot \log x + 5 \cdot \log y$.
c $4 \cdot \log x - \log y$. **d** $5 \cdot \log x - 4 \cdot \log y$.

8. **a** $\frac{1}{5} \cdot \log x + \frac{1}{5} \cdot \log y$. **b** $\frac{1}{2} \cdot \ln x - \ln y$.

c $\frac{1}{2} \cdot \ln x - (\ln y + \ln z) = \frac{1}{2} \cdot \ln x - \ln y - \ln z$.

d $\frac{1}{2} \cdot (\ln x + \ln y) - 3 \cdot \ln z = \frac{1}{2} \cdot \ln x + \frac{1}{2} \cdot \ln y - 3 \cdot \ln z$.

e $\frac{1}{2} \cdot \ln x + \frac{1}{5} \cdot \ln y - 3 \cdot \ln z$.

f $\frac{1}{2} \cdot \ln x + \frac{3}{5} \cdot \ln y - 4 \cdot \ln z$.

9. **a** $\log(a \cdot b^2)$. **b** $\log a^3 + \log b^2 = \log(a^3 \cdot b^2)$.

c $\log x^{1/3} + \log y^4 = \log(\sqrt[3]{x} \cdot y^4)$.

d $\log x^{2/5} - \log y^3 = \log\left(\frac{\sqrt[5]{x^2}}{y^3}\right)$.

e $\log x^2 + \log y + \log z^5 = \log(x^2 \cdot y \cdot z^5)$.

f $\log x^{1/2} + \log y^2 = \log(\sqrt{x} \cdot y^2)$.

3. Mozart, música i matemàtiques

Contextos

Pàgines 136 i 137

Context 1

- No.
- El 7.
- El 2 i el 12.
- $2 \cdot 2 = 4$ obres diferents.

Context 2

- a** $16 - 2 = 14$ grups. **b** 11^{14} obres.
c Total, sense trampes $= 11^{16}$; obres més que s'haurien creat $= 11^{16} - 11^{14} = 4,56 \cdot 10^{16}$ obres.
d Temps total $= 11^{14} \cdot 40 = 1,52 \cdot 10^{16}$ segons;

$$1,52 \cdot 10^{16} \text{ segons} \cdot \frac{1 \text{ segle}}{100 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ segons}} = \frac{1,52 \cdot 10^{16}}{3,15 \cdot 10^9} = 4,83 \cdot 10^6 \text{ segles};$$

$$\text{Edat de l'univers} = 12000 \text{ milions d'anys} = 3,78 \cdot 10^{17} \text{ segons};$$

$$3,78 \cdot 10^{17} \text{ segons} \cdot \frac{1 \text{ segle}}{100 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ segons}} =$$

$$= \frac{3,78 \cdot 10^{17}}{3,15 \cdot 10^9} = 1,2 \cdot 10^8 \text{ segles}$$

$$\frac{\text{Edat de l'univers}}{\text{Temps total}} = \frac{1,2 \cdot 10^8}{4,83 \cdot 10^6} = 24,8, \text{ la qual cosa}$$

significa que l'edat de l'univers és gairebé 25 vegades el temps total que cal per tocar totes les composicions.

Entrena't

Pàgines 138, 139, 140 i 141

1. **a** $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = \frac{9!}{(9-5)!} = 15120$.

b $18 \cdot 17 \cdot 16 = \frac{18!}{(18-3)!} = 4896$. **c** $6^3 = 216$.

d $2^8 = 256$. **e** $\frac{7!}{4! \cdot 3!} = 35$. **f** $\frac{10!}{5! \cdot 3! \cdot 2!} = 2520$.

g $\frac{V_{9,6}}{P_6} = \frac{9!}{(9-6)! \cdot 6!} = \binom{9}{6} = 84$.

h $\frac{V_{8,4}}{P_4} = \frac{8!}{(8-4)! \cdot 4!} = \binom{8}{4} = 70$.

2. a $\frac{8!}{(8-5)! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{3!} = 56.$

b $\frac{7!}{(7-2)! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 7}{2!} = 21.$

c $\frac{7!}{(7-5)! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7}{2!} = 21.$

3. a $x = 7; y = 10.$ b $i = 16; j = 8; k = 17.$

c $a = 18.$ d $x = 9; y = 6.$

4. $VR_{9,3} = 9^3 = 729.$

5. Sense repetició $\rightarrow V_{20,3} = 20 \cdot 19 \cdot 18 = 6840.$
Amb repetició $\rightarrow VR_{20,3} = 20^3 = 8000.$

6. $P_6^{1,2,3} = \frac{6!}{1! \cdot 2! \cdot 3!} = 60.$

7. $2 \cdot VR_{5,3} = 2 \cdot 5^3 = 250.$

8. $V_{9,5} = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 15120.$

9. Amb les xifres senars $\rightarrow V_{5,3} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60.$
Amb les xifres parelles $\rightarrow V_{4,2} = 4 \cdot 3 = 12.$
Total nombres $\rightarrow 60 \cdot 12 = 720.$

10. $C_{12,8} = \frac{V_{12,8}}{P_8} = \frac{12!}{(12-8)! \cdot 8!} = \binom{12}{8} = 495.$

11. $C_{6,2} - 6 = \frac{V_{6,2}}{P_2} - 6 = \frac{6!}{(6-2)! \cdot 2!} - 6 =$
 $= \binom{6}{2} - 6 = 15 - 6 = 9;$

$C_{12,2} - 12 = \frac{V_{12,2}}{P_2} - 12 = \frac{12!}{(12-2)! \cdot 2!} - 12 =$
 $= \binom{12}{2} - 12 = 66 - 12 = 54.$

12. $C_{7,1} + C_{7,2} + C_{7,3} + C_{7,4} + C_{7,5} + C_{7,6} + C_{7,7} =$
 $= \binom{7}{1} + \binom{7}{2} + \binom{7}{3} + \binom{7}{4} + \binom{7}{5} +$
 $+ \binom{7}{6} + \binom{7}{7} = 127.$

13. $P_6^{4,2} = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = 15.$

14. a $V_{7,5} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 2520.$

b $V_{5,3} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60.$

15. $C_{12,2} = \binom{12}{2} = 66.$

16. $x = 10.$

17. $n = 7.$

Mates en context

Pàgines 142, 143, 144, 145, 146 i 147

Context 1

1. a .-, -. b 2. c Variacions, perquè l'ordre importa.

d $V_{2,4} = 2^4 = 16.$

Context 2

1. a 4. b 8. c $C_{16,2} = 120.$

2. a $C_{16,2} = 120.$ b 15. c $120/15 = 8.$

3. a $C_{16,2} = 120.$ b $C_{8,2} = 28.$

Context 3

1. [13, 15).

2. [13, 15) \cup [18, 20).

3. Unió.

4. En Jesús: [14, 17] \cup (19, 21);

En Dídac: [14, 15) \cup (19, 22].

5. L'Anna i en Jesús: [14, 15) \cup (19, 20);

L'Anna i en Dídac: [14, 15) \cup (19, 20);

En Dídac i en Jesús: [14, 15) \cup (19, 21);

Tots tres: [14, 15) \cup (19, 20).

Context 4

1. $C_{20,4} = \frac{V_{20,4}}{P_4} = \binom{20}{4} = 4845.$

2. $C_{19,3} = \frac{V_{19,3}}{P_3} = \binom{19}{3} = 969.$

3. $V_{8,5} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 6720.$

4. $P_{4-1} = 3! = 6.$

5. $C_{20,4} \cdot V_{8,5} \cdot P_{4-1} = 4845 \cdot 6720 \cdot 6 = 195\,350\,400.$

6. $C_{18,2} = \frac{V_{18,2}}{2} = \binom{18}{2} = 153.$ Hi ha 153 maneres de

fer els grups perquè en Màrius i en Rafael siguin

a la mateixa taula.

Context 5

1. 7.

2. $10^{-7}.$

3. Substància àcida $\rightarrow [0, 6];$

Substància bàsica $\rightarrow [8, 14].$

4. a 3. b Àcida.

5. a 10. b Bàsica.

Context 6

1. $C_f = 20\% \cdot C_0 = \frac{20}{100} \cdot C_0 = 0,2 \cdot C_0;$

$$t = \frac{5760}{-\ln 2} \cdot \ln\left(\frac{0,2 \cdot C_0}{C_0}\right) = \frac{5760}{-\ln 2} \cdot \ln 0,2 =$$

$$= 13\,374,31 \text{ anys.}$$

2. $8000 = \frac{5760}{-\ln 2} \cdot \ln\left(\frac{C_f}{75}\right) \rightarrow 8000 = \frac{5760}{-0,693} \cdot \ln\left(\frac{C_f}{75}\right) \rightarrow$

$$\rightarrow 8000 = -8309,92 \cdot \ln\left(\frac{C_f}{75}\right) \rightarrow -\frac{8000}{8309,92} = \ln\left(\frac{C_f}{75}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow -0,963 = \ln\left(\frac{C_f}{75}\right) \rightarrow \left(\frac{C_f}{75}\right) = e^{-0,963} \rightarrow$$

$$\rightarrow C_f = e^{-0,963} \cdot 75 = 28,63 \text{ g.}$$

Unitat 7. Construïm amb matemàtiques

1. Començar de zero

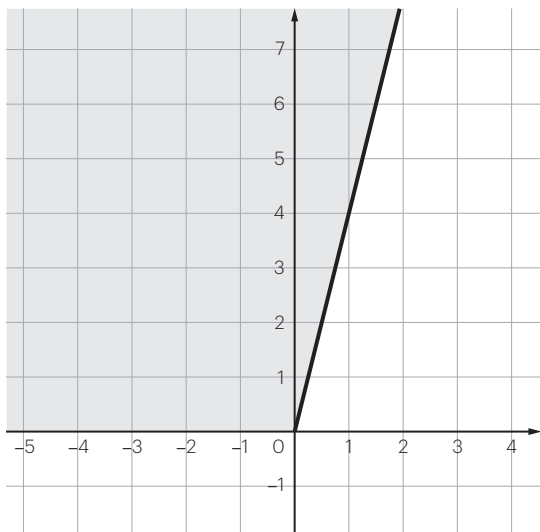
Contextos

Pàgines 148 i 149

Context 1

1. **a** Tres, però es poden reduir a dues, ja que les mesures dels ingredients B i C són iguals.
b 1a variable: x = quantitat de l'ingredient A; 2a variable: y = quantitat de l'ingredient B; 3a variable: z = quantitat de l'ingredient C; $4x \leq z$.

c



Context 2

1. x = nombre d'habitatges de cost baix; y = nombre d'habitatges de cost mitjà.
 2. **a** 10. **b** $60 \leq x \leq 100$; $30 \leq y \leq 70$. **c** $x + y \leq 150$.
d $x \geq \frac{y}{2} + 50$. **e** $z \leq 2\,000\,000$.

Entrena't

Pàgines 150, 151, 152 i 153

1. **a** $8x - 3 + 6x \leq 4x + 9 \rightarrow 10x \leq 12 \rightarrow x \leq \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$.
b $9(-x+1) \leq 12(x-2)+2 \rightarrow$
 $\rightarrow -9x+9 \leq 12x-24+2 \rightarrow$
 $\rightarrow -21x \leq -31 \rightarrow x \geq \frac{31}{21}$.
c $15x - 1 < 9(2x - 1) - 6x \rightarrow$
 $\rightarrow 15x - 1 < 18x - 9 - 6x \rightarrow$
 $\rightarrow 15x - 18x + 6x < -9 + 1 \rightarrow 3x < -8 \rightarrow x < -\frac{8}{3}$.
d $x - 2x \leq 8 - 2x - 5 \rightarrow -x + 2x \leq 8 - 5 \rightarrow x \leq 3$.

2. **a** $x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 2 \end{cases} \rightarrow$
 $\rightarrow x \leq 2 \text{ o } x \geq 4 \rightarrow (-\infty, 2] \cup [4, +\infty)$.

b $x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 20}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} x_1 = 10 \\ x_2 = 2 \end{cases} \rightarrow$
 $\rightarrow 2 < x < 10 \rightarrow (2, 10)$.

c $x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 1 \end{cases} \rightarrow$
 $\rightarrow 1 < x < 5 \rightarrow (1, 5)$.

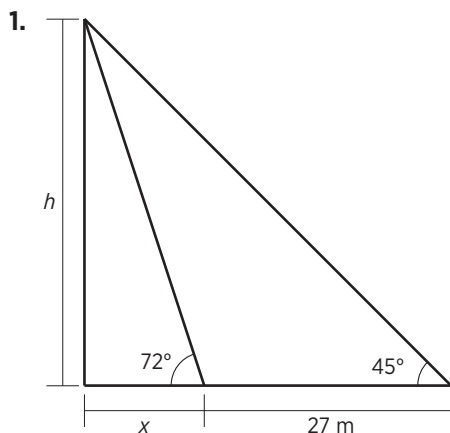
3. **a** $(-\infty, -2) \cup (3, 5)$. **b** $[-6, 1] \cup [4, +\infty)$.
 4. **a** $(-\infty, 0) \cup (0, 5)$. **b** $x = 3 \cup [7, +\infty)$.
c $[-1, 0] \cup [1, +\infty)$.

2. Trigonometria edificada

Contextos

Pàgines 154 i 155

Context 1



Context 2

- 86° .
- $\cos(86^\circ) = \frac{x}{55,9} \rightarrow x = 3,90$ m.
- Des de la cantonada més baixa de la teulada.

$$\sin(86^\circ) = \frac{x}{55,9} \rightarrow x = 55,76$$
 m.

- $\sin(86^\circ) = \frac{x}{60,2} \rightarrow x = 60,05$ m.

Entrena't

Pàgines 156, 157, 158 i 159

- $a = \sqrt{169} = 13$ cm; $\sin \alpha = \frac{5}{13}$; $\cos \alpha = \frac{12}{13}$;
 $\tan \alpha = \frac{5}{12}$; $\sin \beta = \frac{12}{13}$; $\cos \beta = \frac{5}{13}$; $\tan \beta = \frac{12}{5}$.
- $0,9^2 + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - 0,9^2} = 0,436$;
 $\tan \alpha = \frac{0,9}{0,436} = 2,065$.
- $\sin^2 \alpha + 0,9^2 = 1 \rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - 0,9^2} = 0,436$;
 $\tan \alpha = \frac{0,436}{0,9} = 0,484$.
- $\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + 2^2} = \frac{1}{5} \rightarrow \cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} = 0,447$;
 $\sin^2 \alpha + 0,447^2 = 1 \rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - 0,447^2} = 0,894$.
- $\alpha_1 = 53,66^\circ$; $\alpha_2 = 180 - 53,66 = 126,34^\circ$.
 - $\alpha_1 = 65^\circ$; $\alpha_2 = -65^\circ$.
 - $\alpha_1 = 71,12^\circ$; $\alpha_2 = 71,12 + 180 = 251,12^\circ$.
 - $\alpha_1 = -19,47^\circ$; $\alpha_2 = -180 - (-19,47) = -160,53^\circ$.
 - $\alpha_1 = 151,91^\circ$; $\alpha_2 = -151,91^\circ$.
 - $\alpha_1 = -50,99$; $\alpha_2 = 129,01^\circ$.

- $\sin^2 \alpha + 0,38^2 = 1 \rightarrow \sin \alpha = -\sqrt{1 - 0,38^2} = -0,925^\circ$.

- $\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + 1,91^2} = \frac{1}{4,6481} \rightarrow$
 $\rightarrow \cos \alpha = -\sqrt{\frac{1}{4,6481}} = -0,464$;

$$\sin^2 \alpha + (-0,464)^2 = 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow \sin \alpha = -\sqrt{1 - (-0,464)^2} = -0,886^\circ.$$

- $\sin^2(60^\circ) + 0,5^2 = 1 \rightarrow \sin(60^\circ) = \sqrt{1 - 0,5^2} = 0,866$;

$$\sin(120^\circ) = \sin(60^\circ) = 0,866$$

$$\cos(120^\circ) = -\cos(60^\circ) = -0,5$$

$$\tan(120^\circ) = \frac{0,866}{-0,5} = -1,732$$

$$\sin(240^\circ) = -\sin(60^\circ) = -0,866$$

$$\cos(240^\circ) = -\cos(60^\circ) = -0,5$$

$$\tan(240^\circ) = \frac{0,866}{-0,5} = -1,732$$

$$\sin(300^\circ) = -\sin(60^\circ) = -0,866$$

$$\cos(300^\circ) = \cos(60^\circ) = 0,5$$

$$\tan(300^\circ) = \frac{-0,866}{0,5} = -1,732$$

- $\sin^2(15^\circ) + 0,966^2 = 1 \rightarrow \sin(15^\circ) = \sqrt{1 - 0,966^2} = 0,259$;

$$\sin(75^\circ) = \cos(15^\circ) = 0,966$$

$$\cos(75^\circ) = \sin(15^\circ) = 0,259$$

$$\tan(75^\circ) = \frac{0,966}{0,259} = 3,732$$

- $\sin(24^\circ) = \frac{h}{6} \rightarrow h = 6 \cdot \sin(24^\circ) = 2,44$;
 $A = \frac{8 \cdot 2,44}{2} = 9,76$ cm².

- Des de la riba: $\tan(53^\circ) = \frac{h}{x} \rightarrow h = x \cdot \tan(53^\circ)$;

$$\text{Allunyant-se 30 m: } \tan(35^\circ) = \frac{h}{x + 30} \rightarrow$$

$$\rightarrow h = (x + 30) \cdot \tan(35^\circ)$$

Aplicant el mètode d'igualació:

$$x \cdot \tan(53^\circ) = (x + 30) \cdot \tan(35^\circ) \rightarrow x = 33,51$$
 m.

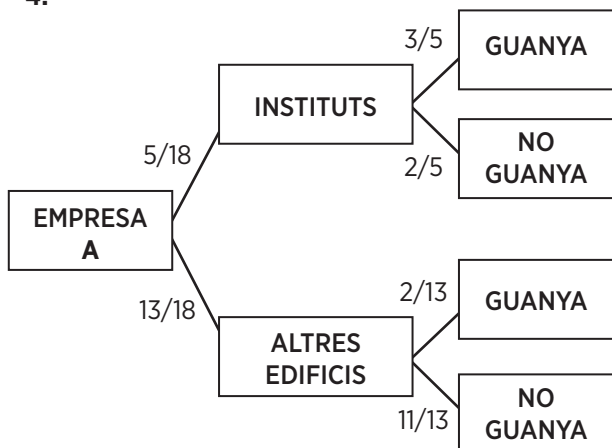
3. Escollir amb garanties

Contextos

Pàgines 160 i 161

Context 1

1. Empresa A: 18; empresa B: 15; empresa C: 16.
2. Instituts: 15; altres construccions: 34.
3. En 49.
- 4.



Context 2

1. a 54 106. b 60 200. c 411 483.

2. a $P(\text{assalariat}) = \frac{54\ 106}{60\ 200} = 0,90.$

- b $P(\text{no assalariat}) = \frac{60\ 200 - 54\ 106}{60\ 200} = 0,10.$

Entrena't

Pàgines 162, 163, 164 i 165

1. a $P(A) = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} = 0,29.$ b $P(\bar{A}) = 0,71.$

2. a $P(\text{biòleg}) = \frac{4}{11} = 0,36.$

- b $P = \frac{3}{11} \cdot \frac{2}{10} = \frac{3}{55} = 0,054.$

- c $P = \frac{2}{11} \cdot \frac{2}{10} = \frac{2}{55} = 0,036.$

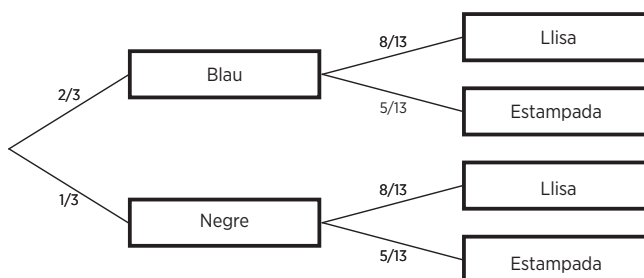
3. $P(\text{vermella i vermella}) + P(\text{blava i blava}) =$

$$= \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} + \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = 0,46.$$

4. $P(\text{múltiple de 3}) = \frac{2}{6} = 0,3;$

$$P(\text{nombre primer}) = \frac{3}{6} = 0,5.$$

5. a



- b $P = \frac{5}{13} \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{39} = 0,26.$

- c $P = \frac{8}{13} \cdot \frac{1}{3} = \frac{8}{39} = 0,21.$

6. a $P = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{9} = \frac{1}{18} = 0,05.$

- b $P = \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{9} = \frac{2}{27} = 0,074.$

- c $P = \frac{3}{6} \cdot \frac{5}{9} + \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{9} = 0,4.$

- d $P = \frac{3}{6} \cdot \frac{4}{9} + \frac{3}{6} \cdot \frac{6}{9} = 0,5.$

7. a $P(A) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{7} + \frac{4}{10} \cdot \frac{2}{7} = \frac{19}{35} = 0,54.$

- b $P(\bar{A}) = 1 - 0,54 = 0,46;$

$$P(B) = \frac{6}{10} \cdot \frac{2}{7} + \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{7} = \frac{16}{35} = 0,46.$$

- c $P(C) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{7} = \frac{3}{7} = 0,43.$

- d $P(D) = \frac{4}{10} \cdot \frac{2}{7} = \frac{4}{35} = 0,11.$

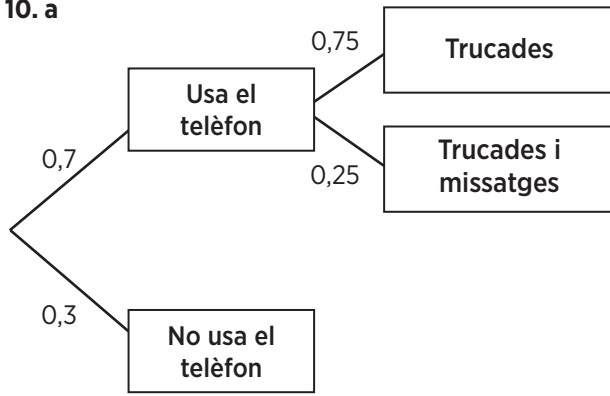
8. a $P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 0,125.$

- b $P(\bar{A}) = 1 - 0,125 = 0,875.$

9. a $P = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{6} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{17}{30} = 0,56.$

- b $P = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{13}{30} = 0,43.$

10. a



- b $P(\text{no faci servir telèfon mòbil}) = 0,3$.
 c $P(\text{només trucades}) = 0,7 \cdot 0,75 = 0,525$.
 d $P(\text{trucades i missatges}) = 0,7 \cdot 0,25 = 0,175$.

11. a $P(A) = \frac{10}{23} \cdot \frac{9}{22} \cdot \frac{8}{21} = 0,068$.

b $P(\bar{A}) = 1 - 0,068 = 0,932$.

Mates en context

Pàgines 166, 167, 168 i 169

Context 1

1. a

	Pateixen la malaltia	No la pateixen	Totals
Positiu	650	270	920
Negatiu	450	1230	1680
Totals	1100	1500	2600

b 2600. c 1100.

2. a $P = \frac{920}{2600} = 0,35$. b $P = \frac{1100}{2600} = 0,42$.

Context 2

1. a 36. b $P = \frac{6}{36} = 0,1\hat{6}$. c $P = \frac{3}{6} = 0,5$.

Context 3

1. $\alpha = \frac{360^\circ}{24} = 15^\circ$.

2. $2 \cdot \alpha = 30^\circ$.

3. $9 \cdot \alpha = 135^\circ$.

4. $23 \cdot \alpha = 345^\circ$ o 15° .

5. $h = \frac{40}{2} = 20$ m.

6. $\sin(65^\circ) = \frac{20}{l} \rightarrow l = \frac{20}{\sin(65^\circ)} = 22,07$ m.

7. Seguint la numeració del dibuix del context: l'1 i l'11, la 2 i la 10, la 3 i la 9, la 4 i la 8, la 5 i la 7, la 12 i la 24, la 13 i la 23, la 14 i la 22, la 15 i la 21, la 16 i la 20, la 17 i la 19.

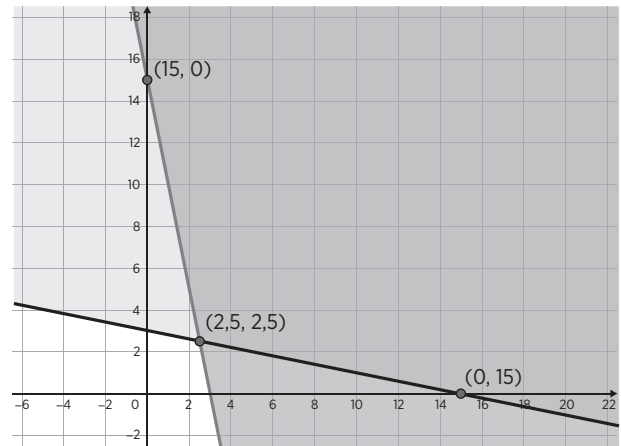
Context 4

- $x =$ Quantitat necessària del compost de tipus 1;
 $y =$ Quantitat necessària del compost de tipus 2.
- $f(x, y) = 10x + 30y$.
- $x + 5y \geq 15$; $5x + y \geq 15$; $x \geq 0$; $y \geq 0$.

Resolent el sistema $\begin{cases} x + 5y = 15 \\ 5x + y = 15 \end{cases}$ obtenim

$$\begin{cases} x = 2,5 \\ y = 2,5 \end{cases}$$

Per tant, han de comprar 2,5 unitats de tipus 1 i 2,5 unitats de tipus 2.



Unitat 8. Economia matemàtica

1. L'interès dels percentatges

Contextos

Pàgines 170 i 171

Context 1

1. a $x = \frac{20 \cdot 450}{100} = 90$.

b $\frac{100}{15} = \frac{80}{x} \rightarrow x = \frac{15 \cdot 80}{100} = 12$ € de descompte;

Preu final = $80 - 12 = 68$ €.

c $\frac{100}{21} = \frac{3500}{x} \rightarrow x = \frac{21 \cdot 3500}{100} = 735$ € d'IVA;

Preu final = $3500 + 735 = 4235$ €.

$$d \ 100 - 20 = 80\%.$$

$$e \ \frac{100}{80} = \frac{120}{x} \rightarrow x = \frac{80 \cdot 120}{100} = 96 \text{ €}.$$

Context 2

$$1. \ a \ \frac{100}{21} = \frac{1800}{x} \rightarrow x = \frac{21 \cdot 1800}{100} = 378 \text{ € d'IVA};$$

$$\text{Preu (IVA inclòs)} = 1800 + 378 = 2178 \text{ €}.$$

$$\frac{100}{10} = \frac{2178}{x} \rightarrow x = \frac{10 \cdot 2178}{100} = 217,8 \text{ €}.$$

$$\text{de } \frac{20 \cdot 450}{100} \text{ descompte};$$

$$\text{Preu final} = 2178 - 217,8 = 1960,2 \text{ €}.$$

$$b \ \frac{100}{10} = \frac{1800}{x} \rightarrow x = \frac{10 \cdot 1800}{100} = 180 \text{ € de descompte};$$

$$\text{Preu (sense IVA)} = 1800 - 180 = 1620 \text{ €}.$$

$$\frac{100}{21} = \frac{1620}{x} \rightarrow x = \frac{21 \cdot 1620}{100} = 340,2 \text{ € d'IVA};$$

$$\text{Preu (IVA inclòs)} = 1620 + 340,2 = 1960,2 \text{ €}.$$

c És indiferent, ja que l'ordre dels percentatges no importa.

Entrena't
Pàgines 172, 173, 174, 175, 176 i 177

$$1. \ a \ \frac{100}{20} = \frac{130}{x} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 130}{100} = 26 \text{ €};$$

$$\text{Preu} = 130 + 26 = 156 \text{ €}.$$

$$b \ \frac{100}{20} = \frac{156}{x} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 156}{100} = 31,2 \text{ €};$$

$$\text{Preu} = 156 - 31,2 = 124,8 \text{ €}.$$

$$2. \ a \ I = \frac{10\ 000 \cdot 10 \cdot 1}{100} = 1000 \text{ € a l'any}.$$

$$b \ 10\ 000 + 1000 = 11\ 000 \text{ €}.$$

$$c \ 10\ 000 + 2 \cdot 1000 = 12\ 000 \text{ €}.$$

$$d \ 10\ 000 + 10 \cdot 1000 = 20\ 000 \text{ €}.$$

$$3. \ a \ C_{\text{final}} = 10\ 000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^1 = 11\ 000.$$

$$b \ C_{\text{final}} = 10\ 000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2 = 12\ 100.$$

$$c \ C_{\text{final}} = 10\ 000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^5 = 16\ 105,10 \text{ €}.$$

$$4. \ \frac{650}{380} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{380 \cdot 100}{650} = 58,46\% \text{ infectat};$$

$$\frac{650}{(650 - 380)} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{270 \cdot 100}{650} = 41,54\% \text{ lliure de virus}.$$

$$5. \ a \ \frac{20}{2} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 100}{20} = 10\%.$$

$$b \ \frac{2}{2} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 100}{2} = 100\%.$$

$$c \ \frac{5}{2} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 100}{5} = 40\%.$$

$$6. \ \frac{100}{11} = \frac{x}{10\ 000} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 10\ 000}{11} = 90\ 909,09 \text{ €}.$$

$$7. \ \frac{100}{110} = \frac{x}{1595} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 1595}{110} = 1450 \text{ €}.$$

$$8. \ \frac{100}{20} = \frac{70}{x} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 70}{100} = 14\%;$$

$$\text{Total descomptes} = 30 + 14 = 44\%;$$

$$\text{Paga al final: } 100 - 44 = 56\% \text{ del preu inicial};$$

$$\text{Preu inicial: } A = \frac{100 \cdot 700}{56} = 1250 \text{ €}.$$

$$9. \ \text{IVA: } x = \frac{21 \cdot 8500}{100} = 1785 \text{ €};$$

$$\text{Preu (IVA inclòs)} = 8500 + 1785 = 10\ 285 \text{ €};$$

$$\text{Pagament inicial: } \frac{100}{30} = \frac{8500 + 1785}{x} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{30 \cdot 10\ 285}{100} = 3085,5 \text{ €}.$$

$$10. \ a \ I = \frac{25\ 000 \cdot 3 \cdot 5}{100} = 3750 \text{ €}.$$

$$b \ I = \frac{80\ 000 \cdot 0,25 \cdot 8}{100} = 1600 \text{ €}.$$

$$c \ I = \frac{12\ 500 \cdot 1,25 \cdot 6}{100} = 937,5 \text{ €}.$$

$$d \ I = \frac{42\ 000 \cdot 0,75 \cdot 7}{100} = 2205 \text{ €}.$$

$$11. \ \frac{40\ 000}{50\ 000} = \frac{2500}{x} \rightarrow x = \frac{50\ 000 \cdot 2500}{40\ 000} = 3125 \text{ €}.$$

12. $2000 = \frac{x \cdot 5 \cdot 20}{100} \rightarrow x = \frac{2000 \cdot 100}{5 \cdot 20} = 2000 \text{ €}.$

13. $I = 2C - C = C; C = \frac{C \cdot x \cdot 20}{100} \rightarrow x = \frac{C \cdot 100}{C \cdot 20} = 5\%.$

14. $C = \frac{C \cdot 4 \cdot x}{100} \rightarrow x = \frac{C \cdot 100}{C \cdot 4} = 25 \text{ anys}.$

15. a $C_{\text{final}} = 25\,000 \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)^5 = 28\,981,85 \text{ €};$

$I = 28\,981,85 - 25\,000 = 3\,981,85 \text{ €}.$

b $C_{\text{final}} = 80\,000 \cdot \left(1 + \frac{1,3}{100}\right)^7 = 87\,570,15 \text{ €};$

$I = 87\,570,15 - 80\,000 = 7\,570,15 \text{ €}.$

c $C_{\text{final}} = 23\,000 \cdot \left(1 + \frac{1,75}{100}\right)^{14} = 29\,323,09 \text{ €};$

$I = 29\,323,09 - 23\,000 = 6\,323,09 \text{ €}.$

d $C_{\text{final}} = 12\,300 \cdot \left(1 + \frac{0,4}{100}\right)^8 = 12\,699,15 \text{ €};$

$I = 12\,699,15 - 12\,300 = 399,15 \text{ €}.$

e $C_{\text{final}} = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{2,13}{100}\right)^{10} = 123\,462 \text{ €};$

$I = 123\,462 - 100\,000 = 23\,462 \text{ €}.$

16. a 5 anys = $5 \cdot 12 = 60$ mesos;

$C_{\text{final}} = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{2}{1200}\right)^{60} = 110\,507,89 \text{ €}.$

b $C_{\text{final}} = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)^5 = 110\,408,08 \text{ €}.$

17. a 8 anys = $8 \cdot 12 = 96$ mesos;

$C_{\text{final}} = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{1200}\right)^{96} = 122\,114,87 \text{ €}.$

b 8 anys = $8 \cdot 4 = 32$ trimestres;

$C_{\text{final}} = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{400}\right)^{32} = 122\,064,28 \text{ €}.$

c $C_{\text{final}} = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{100}\right)^8 = 121\,840,29 \text{ €}.$

18. a 4 anys = $4 \cdot 365 = 1460$ dies;

$C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{3,25}{36\,000}\right)^{1460} = 11\,408,80 \text{ €}.$

b 4 anys = $4 \cdot 12 = 48$ mesos;

$C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{3,25}{1200}\right)^{48} = 11\,386,28 \text{ €}.$

c 4 anys = $4 \cdot 4 = 16$ trimestres;

$C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{3,25}{400}\right)^{16} = 11\,382,30 \text{ €}.$

d $C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{3,25}{100}\right)^4 = 11\,364,76 \text{ €}.$

2. Sistemes econòmics

Contextos

Pàgines 178 i 179

Context 1

1. a x = tones d'acer que es produeixen anualment;
 y = nombre d'automòbils que es produeixen anualment. b 360 000 tones.

c $\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y$. d $\frac{1}{12}x + \frac{1}{9}y$.

e $360\,000 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y = x$.

f $110\,000 + \frac{1}{12}x + \frac{1}{9}y = y$.

g
$$\begin{cases} 360\,000 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y = x \\ 110\,000 + \frac{1}{12}x + \frac{1}{9}y = y \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 1\,440\,000 \\ -3x + 32y = 3\,960\,000 \end{cases}$$

h
$$\begin{cases} 3x - 2y = 1\,440\,000 \\ -3x + 32y = 3\,960\,000 \end{cases} \rightarrow 30y = 5\,400\,000 \rightarrow$$

$$\rightarrow y = \frac{5\,400\,000}{30} = 180\,000.$$

Per tant: $3x - 2 \cdot 180\,000 = 1\,440\,000 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{1\,440\,000 + 2 \cdot 180\,000}{3} = 600\,000.$$

Entrena't

Pàgines 180, 181, 182 i 183

1. a $y = 2x - 4; 4x + 3(2x - 4) = -7 \rightarrow 4x + 6x - 12 = -7 \rightarrow 10x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{10} = 0,5;$

Per tant: $y = 2 \cdot 0,5 - 4 = -3.$

b $x = 2y + 1$; $(2y + 1) + 3y = 4 \rightarrow 2y + 1 + 3y = 4 \rightarrow$
 $\rightarrow 5y = 3 \rightarrow y = \frac{3}{5} = 0,6$;

Per tant: $x = 2 \cdot 0,6 + 1 = 2,2$.

c $x = -2y + 5$; $4 \cdot (-2y + 5) + 3y = 10 \rightarrow -8y + 20 +$
 $+ 3y = 10 \rightarrow 5y = 10 \rightarrow y = \frac{10}{5} = 2$;

Per tant: $x = -2 \cdot 2 + 5 = 1$.

2.
$$\begin{cases} x = 2y + 1 \\ x = 4 - 3y \end{cases}$$

Igualant: $2y + 1 = 4 - 3y \rightarrow 5y = 3 \rightarrow y = \frac{3}{5} = 0,6$;
 Per tant: $x = 2 \cdot 0,6 + 1 = 2,2$.

3. **a**
$$\begin{cases} x - 5y = -3 \\ 2x - 7y = -2 \end{cases} \rightarrow x = \frac{11}{3}; y = \frac{4}{3}$$

b
$$\begin{cases} x - 3y = 2 \\ -7x + 8y = -1 \end{cases} \rightarrow x = -1; y = -1$$

c
$$\begin{cases} 3x - 2y = 3 \cdot 6 \\ -x - 2y = 4y - 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 18 \\ -x - 6y = -8 \end{cases} \rightarrow$$

 $\rightarrow x = 6,2; y = 0,3$.

4. **a** Sistema incompatible. **b** Sistema compatible determinat. **c** Sistema incompatible. **d** Sistema compatible determinat. **e** Sistema compatible indeterminat. **f** Sistema compatible determinat.

5. Resposta oberta. Per exemple:

a

x	-1	0	1	2	3
y	-3	-2	-1	0	1

b

x	-3	-1	0	2	4
y	14	10	8	4	0

6. Resposta oberta. Per exemple: **a** $3x + y = 0$. Perquè el sistema sigui compatible determinat, m_2 ha de ser diferent de m_1 , és a dir, $m_2 \neq \frac{2}{3}$.

b $4x - 6y = 4$. Perquè el sistema sigui compatible indeterminat, m_2 ha de ser igual a m_1 i n_2 igual a n_1 , és a dir, $m_2 = \frac{2}{3}$ i $n_2 = -\frac{2}{3}$.

c $2x - 3y = 4$. Perquè el sistema sigui compatible indeterminat, m_2 ha de ser igual a m_1 i n_2 igual a n_1 , és a dir, $m_2 = \frac{2}{3}$ i $n_2 \neq -\frac{2}{3}$.

7. Resposta oberta. Per exemple: **a** $4x + y = 1$. Perquè el sistema sigui compatible determinat, m_2 ha de ser diferent de m_1 , és a dir, $m_2 \neq -2$.

b $6x + 3y = 15$. Perquè el sistema sigui compatible indeterminat, m_2 ha de ser igual a m_1 i n_2 igual a n_1 , és a dir, $m_2 = -2$ i $n_2 = 5$.

c $2x + y = 4$. Perquè el sistema sigui incompatible, m_2 ha de ser igual a m_1 i n_2 diferent de n_1 , és a dir, $m_2 = -2$ i $n_2 \neq 5$.

3. L'interès més convenient

Contextos

Pàgines 184 i 185

Context 1

1. $I = 10\,000 \cdot 0,045 \cdot 10 = 4500 \text{ €}$.

2. 5 anys = $5 \cdot 4 = 20$ trimestres;

$$C_f = 2000 \cdot \left(1 + \frac{0,3}{400}\right)^{20} = 2030,21 \text{ €}$$

Context 2

1. **a** $C_f = 12\,000 \cdot \left(1 + \frac{1,31}{100}\right)^2 = 12\,316,46 \text{ €}$.

b $C_f = 12\,000 \cdot \left(1 + \frac{1,31}{100}\right)^5 = 12\,806,86 \text{ €}$.

c $C_f = 12\,000 \cdot \left(1 + \frac{1,31}{100}\right)^{10} = 13\,667,98 \text{ €}$.

d $C_f = 12\,000 \cdot \left(1 + \frac{1,31}{100}\right)^{20} = 15\,567,81 \text{ €}$.

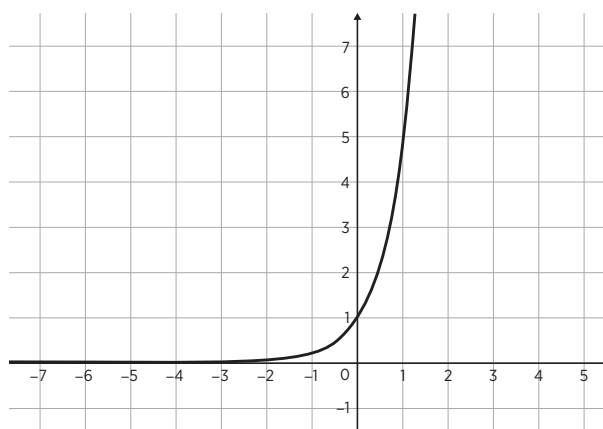
2. $1,5 \cdot C = C \cdot \left(1 + \frac{1,31}{100}\right)^t \rightarrow 1,5 = \left(1 + \frac{1,31}{100}\right)^t \rightarrow$
 $\rightarrow \log_{\left(1 + \frac{1,31}{100}\right)} 1,5 = t \rightarrow t = 31,5 \text{ anys}$.

Entrena't

Pàgines 186, 186, 188 i 189

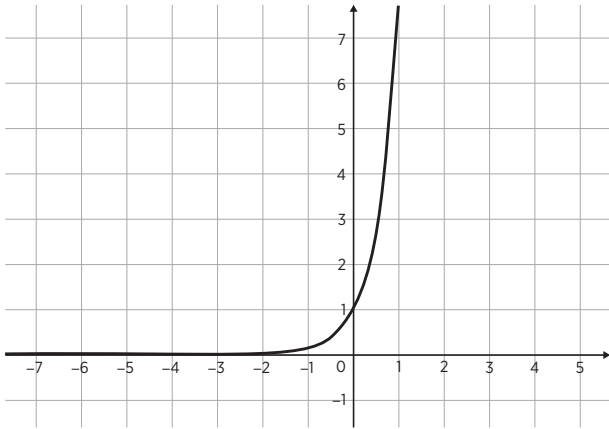
1. **a**

x	-1	0	1	2
y	0,2	1	5	25



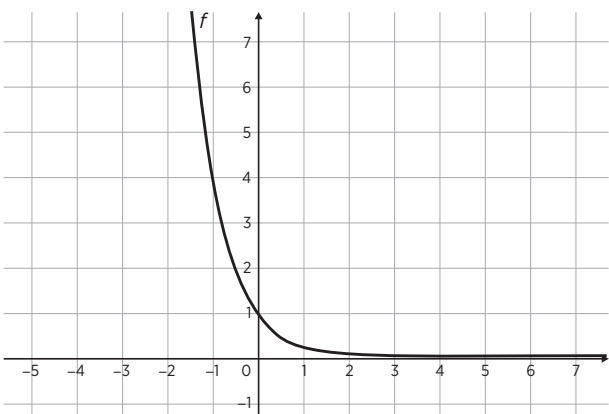
b

x	-1	0	1	2
y	0,125	1	8	64



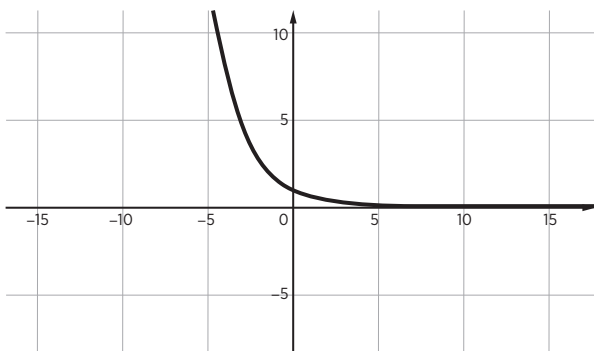
c

x	-1	0	1	2
y	4	1	0,25	0,0625



d

x	-1	0	1	2
y	1,6	1	0,6	0,36



2. a Creixent. **b** Decreixent. **c** Decreixent.
d Decreixent. **e** Creixent.

3. Resposta oberta. Creixents són totes aquelles amb base més gran que 1 i decreixents aquelles amb base més petita que 1. Per exemple:
Creixents: $y = 2^x$, $y = 5^x$;

Decreixents: $y = 0,5^x$, $y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$.

4. a \mathbb{R} . **b** \mathbb{R} . **c** $[0, +\infty)$. **d** $\mathbb{R} - \{0\}$.

5. a $x = \frac{\log 6}{\log 4} = 1,29 \rightarrow$ Punt de tall (1,29, 0).

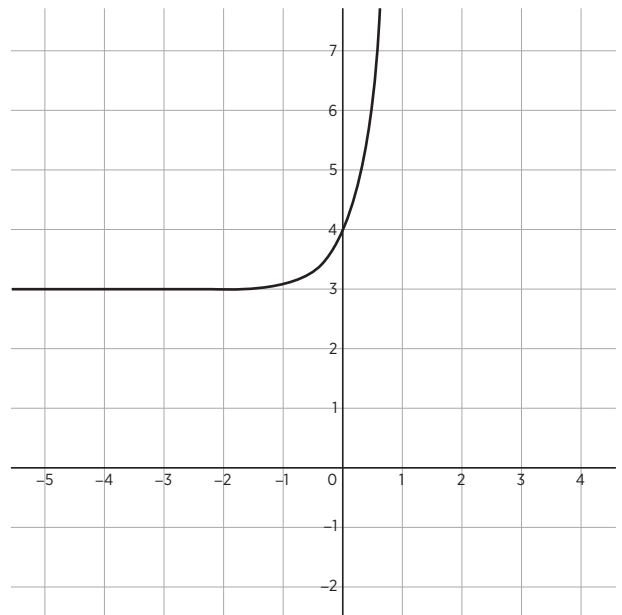
b $x = \frac{\log 8}{\log 2} = 3 \rightarrow$ Punt de tall (3, 0).

c No talla l'eix d'abscisses.

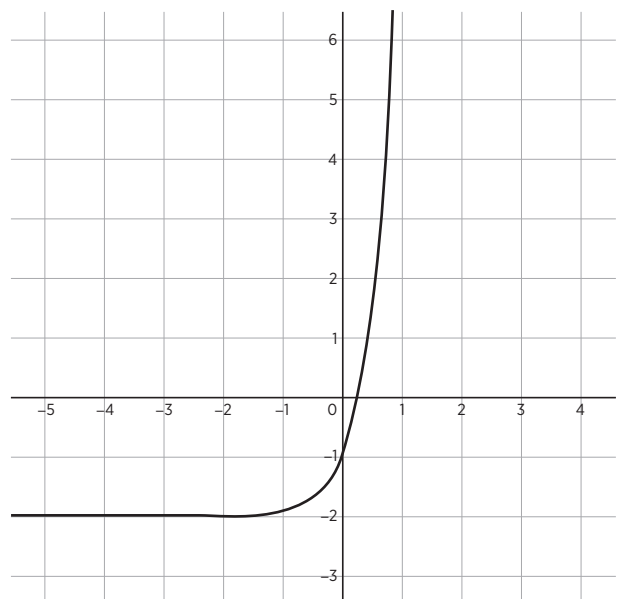
d $x = \frac{\log 7}{\log 3} = 1,77 \rightarrow$ Punt de tall (1,77, 0).

e $x = \frac{\log 7}{\log 7} = 1 \rightarrow$ Punt de tall (1, 0).

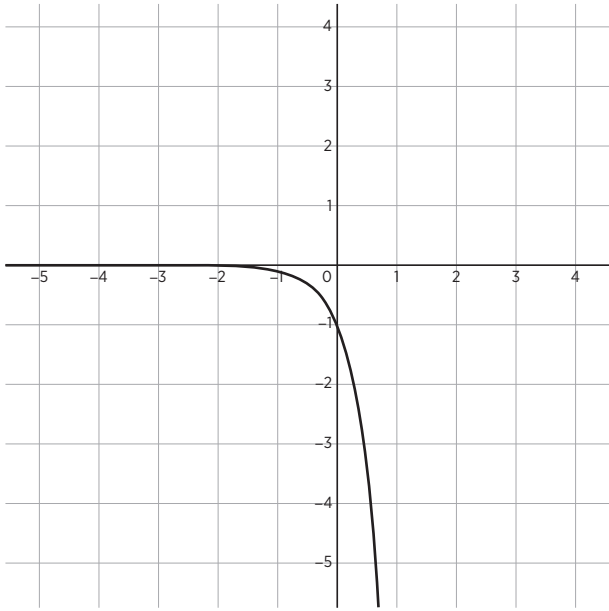
6. a La funció es desplaça tres unitats cap amunt.



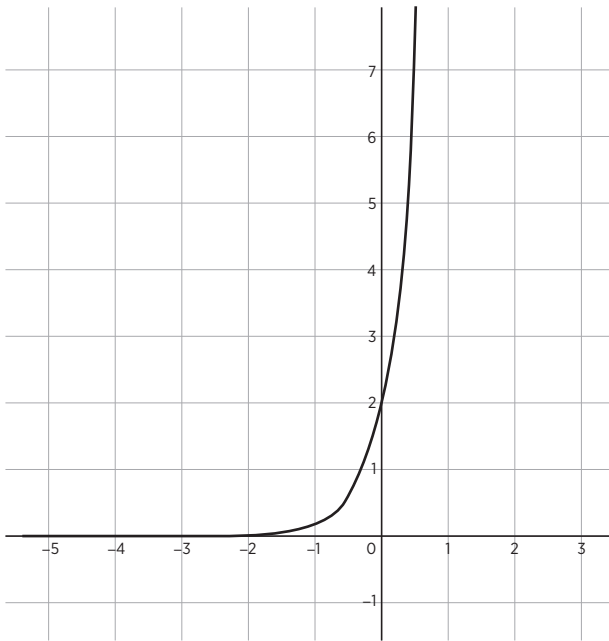
b La funció es desplaça dues unitats cap avall.



c És simètrica respecte de l'eix d'abscisses.



d Els valors es dupliquen.



7. Sí, $y = 12^x - 2$.

8. a $y = -5^x$. b $y = 3^x$. c $y = -\left(\frac{1}{3}\right)^x$.

d $y = -\left(\frac{2}{5}\right)^x$. e $y = -\left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$.

9. a $y = 5^{-x}$. b $y = -3^{-x}$. c $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$. d $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$.

4. Oferta i demanda

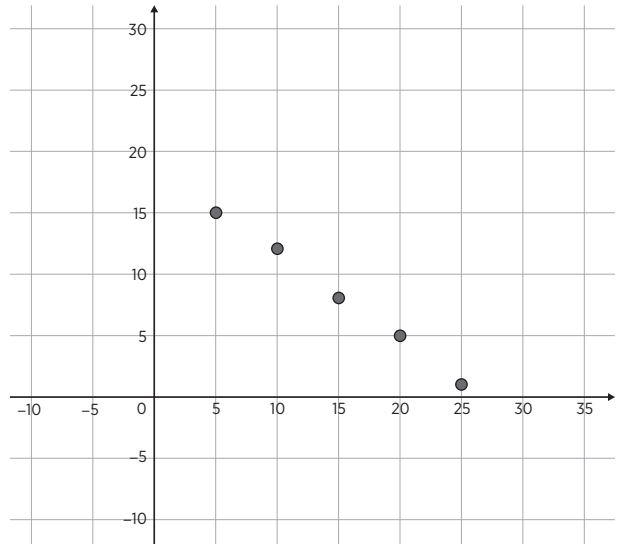
Contextos

Pàgines 190 i 191

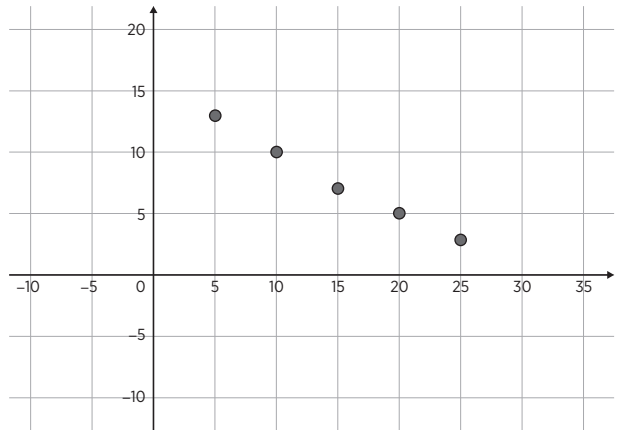
Context 1

1. a 124. b 1410 €.

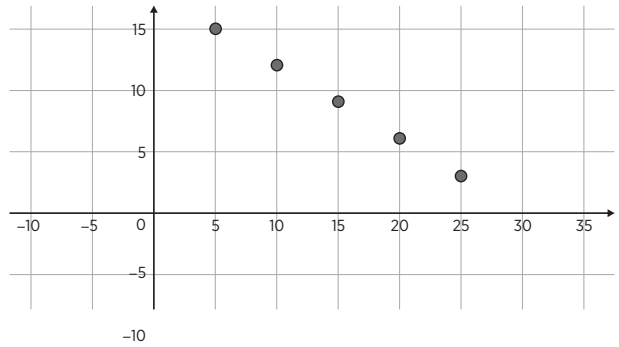
2. 4t A:



4t B:

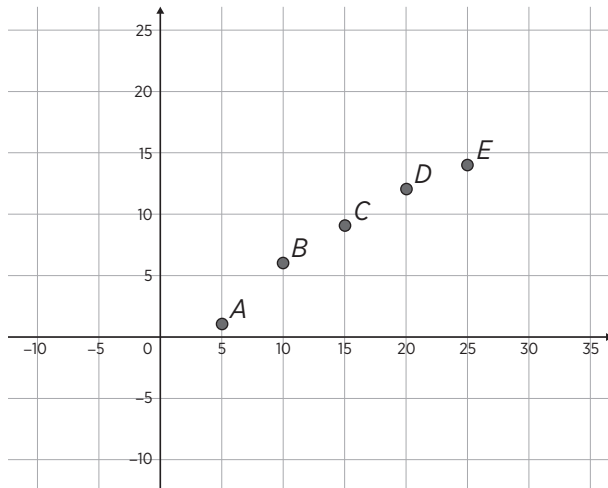


4t C:

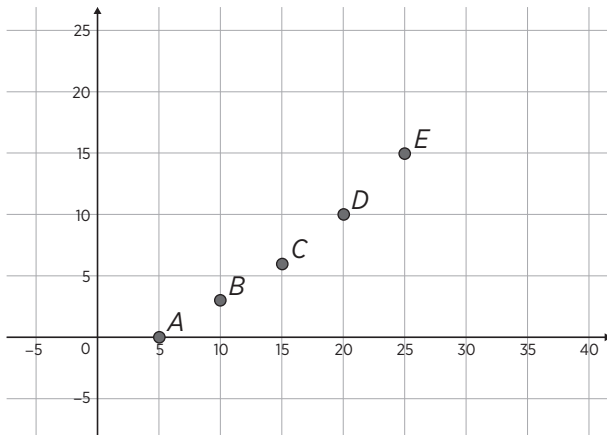


Context 2

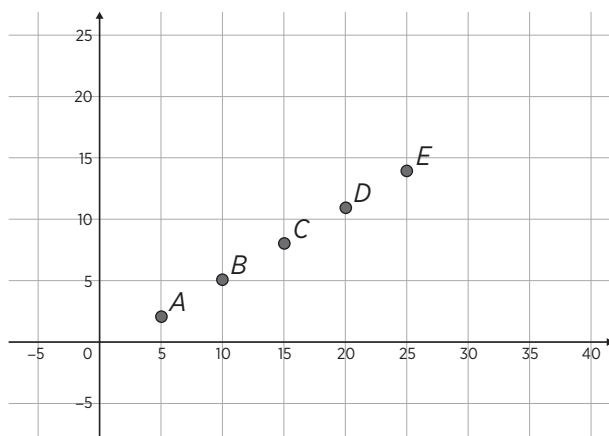
1. Plataforma X:



Plataforma Y:

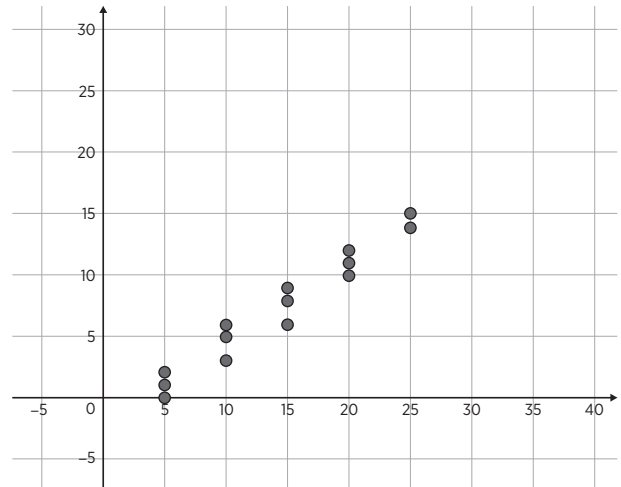


Plataforma Z:



Els punts estan alineats.

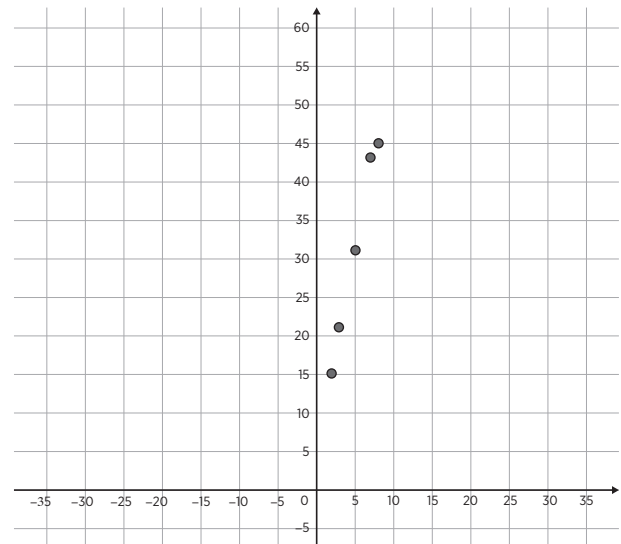
2. Ara és un núvol de punts.



Entrena't

Pàgines 192, 193, 194 i 195

1.



a Forta. **b** Positiva. **c** $\bar{x} = \frac{25}{5} = 5$; $\bar{y} = \frac{155}{5} = 31$;

$\sigma^2_x = \frac{151}{5} - 25 = 5,2$; $\sigma^2_y = \frac{5501}{5} - 961 = 139,2$.

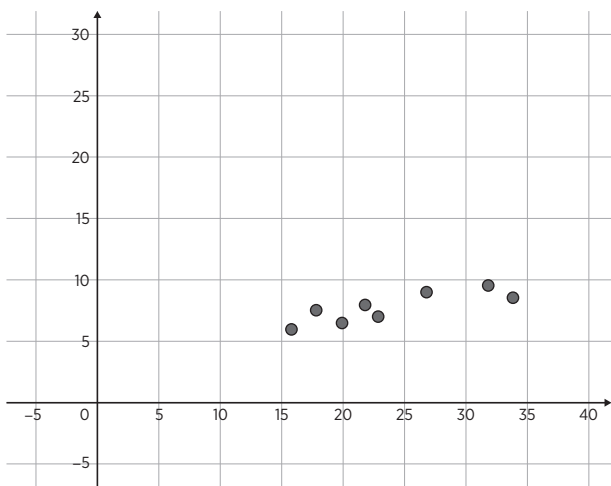
d $\sigma_{xy} = \frac{909}{5} - 5 \cdot 31 = 26,8$;

$r = \frac{26,8}{\sqrt{5,2} \cdot \sqrt{139,2}} = 0,996$.

e $y - 31 = \frac{26,8}{5,2} \cdot (x - 5)$.

f $y - 31 = \frac{26,8}{5,2} \cdot (10 - 5) \rightarrow y = 56,77 \text{ kg}$.

2. a



b Forta i positiva.

$$c \bar{x} = \frac{192}{8} = 24; \bar{y} = \frac{62}{8} = 7,75;$$

$$\sigma_x^2 = \frac{4902}{8} - 576 = 36,75;$$

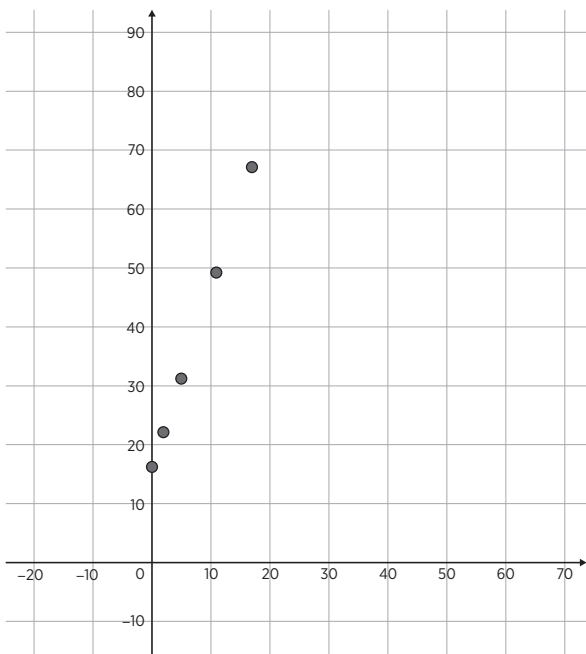
$$\sigma_y^2 = \frac{491}{8} - 60,063 = 1,312.$$

$$d \sigma_{xy} = \frac{1534}{8} - 24 \cdot 7,75 = 5,75;$$

$$r = \frac{5,75}{\sqrt{36,75} \cdot \sqrt{1,312}} = 0,828.$$

$$e y - 7,75 = \frac{5,75}{36,75} \cdot (x - 24).$$

3. a Els punts estan alineats.



b Es deu al fet que el pes que es col·loca en el ressort i el seu allargament són proporcionals.

$$c 1. d \bar{x} = \frac{35}{5} = 7; \bar{y} = \frac{185}{5} = 37;$$

$$\sigma_x^2 = \frac{439}{5} - 49 = 38,8; \sigma_y^2 = \frac{8591}{5} - 1369 = 349,2;$$

$$\sigma_{xy} = \frac{1877}{5} - 7 \cdot 37 = 116,4;$$

$$r = \frac{116,4}{\sqrt{38,8} \cdot \sqrt{349,2}} = 1. \text{ Es comprova que l'allargament i el pes són proporcionals.}$$

$$e y - 37 = \frac{116,4}{38,8} \cdot (x - 7).$$

$$4. a \bar{x} = \frac{2 + 4 + a + 3 + 5}{5} = 3 \rightarrow a = 1.$$

$$b \bar{y} = \frac{8}{5} = 1,6; \sigma_x^2 = \frac{55}{5} - 9 = 2;$$

$$\sigma_y^2 = \frac{16}{5} - 2,56 = 0,64; \sigma_{xy} = \frac{29}{5} - 3 \cdot 1,6 = 1;$$

$$r = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{0,64}} = 0,884.$$

$$c y - 1,6 = \frac{1}{2} \cdot (x - 3).$$

$$5. 0,84 = \frac{\sigma_{xy}}{5 \cdot 10} \rightarrow \sigma_{xy} = 42.$$

Mates en context

Pàgines 196, 197, 198 i 199

Context 1

1.

	Opció 1	Opció 2	Opció 3
Preu inicial	299€	255,56€	315€
Descompte	15%	10%	25%
Preu final	254,15€	230€	236,25€
Despeses d'enviament	0€	20€	25€
Total per pagar	254,15€	250€	261,25€

L'opció 2 és la més econòmica.

2. Pantalons + camisa →

$$\rightarrow \frac{100}{20} = \frac{(30 + 25)}{x} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 55}{100} = 11 \text{ €} \rightarrow$$

$$\rightarrow \text{de descompte} \rightarrow (30 + 25) - 11 = 44 \text{ €}.$$

$$\text{Abric} \rightarrow \frac{100}{30} = \frac{50}{x} \rightarrow x = \frac{50 \cdot 30}{100} = 15 \text{ €} \rightarrow$$

$$\rightarrow \text{de descompte} \rightarrow 50 - 15 = 35 \text{ €}.$$

Pantalons + camisa + abric = 44 + 35 = 79 €.

Descompte del centre comercial:

$$\frac{100}{5} = \frac{79}{x} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 79}{100} = 3,95 \text{ €}.$$

Total per pagar = 79 - 3,95 = 75,05 €.

Context 2

- 6900 milions d'habitants.
- $(1+r)^3 = \frac{7130}{6900} = 1,03 \rightarrow 1+r = \sqrt[3]{1,03} = 1,011 \rightarrow$
 $\rightarrow r = 1,011 - 1 = 0,011.$
- $P_t = 6900 \cdot (1+0,011)^n$ milions d'habitants.
- Creixent, ja que $1+r$ és més gran que 1.
- $P_{2050} = 6900 \cdot (1+0,011)^n = 10,57 \cdot 10^3$ milions d'habitants.

Context 3

- Coixins: x ; Mantes: y ; Edredons: z .
- $x + y + z = 200.$
 $16x + 50y + 80z = 7500;$
m. c. d. (16, 50, 80) = 2 $\rightarrow 8x + 25y + 40z = 3750.$
- $x = y + z.$
- $x - y - z = 0.$

Context 4

- a 2. b $x =$ nre. de persones; $y =$ nre. de dies.
- $y = \frac{70}{x}.$

$$3. \quad x^2 + y^2 = 221; \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 221 \\ y = \frac{70}{x} \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_1 = 14; & y_1 = 5 \\ x_2 = -14; & y_2 = -5 \\ x_3 = 5; & y_3 = 14 \\ x_4 = -5; & y_4 = -14 \end{cases}$$

S'obtenen 4 solucions. Les solucions negatives no són vàlides perquè les incògnites són persones i hores, i a més hi ha la condició que no els interessa contractar més de cinc persones. L'única solució vàlida és $x = 5, y = 14.$

Unitat 9. Natura i salut

1. Els «invisibles» a l'ull humà

Contextos

Pàgines 200 i 201

Context 1

1.

Decimal	Fracció	10^n	Prefix	Símbol
0,000001	$\frac{1}{1000000}$	10^{-6}	micro	μ
0,000000001	$\frac{1}{10^9}$	10^{-9}	nano	n
0,000000000001	$\frac{1}{10^{12}}$	10^{-12}	pico	p
0,000000000000001	$\frac{1}{10^{15}}$	10^{-15}	femto	f
0,000000000000000001	$\frac{1}{10^{18}}$	10^{-18}	atto	a
0,00000000000000000001	$\frac{1}{10^{21}}$	10^{-21}	zepto	z
0,0000000000000000000001	$\frac{1}{10^{24}}$	10^{-24}	yocto	y

- Penicillium chrysogenum*: entre 217500 i 328000 nm.
Lactobacillus casei: entre 1650 i 600 nm.
Virus de la grip: entre 80 i 120 nm.
- Virus de la grip < *Lactobacillus casei* < *Penicillium chrysogenum*.
- Penicillium chrysogenum* i *Lactobacillus casei*.
- Per al virus de la grip.

Context 2

- $\frac{5 + 50}{2} = 27,5 \mu\text{m} = 27,5 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 0,00275 \text{ cm}.$
- $27,5 \cdot 10^{-4} \cdot 100 = 0,275 \text{ cm} = 0,275 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 0,00275 \text{ m}.$
- $x = \sqrt{10^{-12}} = 10^{-6} \text{ m}.$
- $L = 10^{-1} \cdot 10^{-6} \text{ m} = 10^{-7} \text{ m};$
Àrea arqueu = $(10^{-7})^2 = 10^{-14} \text{ m}^2; 10^{-12} = n \cdot 10^{-14} \rightarrow$
 $\rightarrow n = \frac{10^{-12}}{10^{-14}} = 100 \text{ arqueus}.$
- $\frac{100}{5} = \frac{14 \cdot 10^6}{x} \rightarrow x = \frac{14 \cdot 5 \cdot 10^6}{100} = 700\,000 \text{ km}^2 = 700\,000 \cdot 10^6 \text{ m}^2 = 7 \cdot 10^{11} \text{ m}^2.$

Entrena't

Pàgines 203, 204, 204 i 205

- a** $\frac{1}{81}$. **b** $\frac{1}{81}$. **c** $-\frac{1}{125}$. **d** $\frac{1}{125}$. **e** $\frac{7}{4}$.
f $\frac{49}{16}$. **g** -1. **h** -1. **i** $\frac{81}{625}$. **j** $\frac{81}{625}$.
- a** 4^{-3} . **b** 2^{13} . **c** 3^{-39} . **d** 10^{11} . **e** $2^{-20} \cdot 3^{-12}$. **f** 2^{-40} .
- Diverses respostes possibles. Per exemple:
a $5^{-6} = 5^{-2} \cdot 5^{-4} = \frac{5^4}{5^{10}} = (5^2)^{-3}.$
b $(-2)^{15} = (-2)^6 \cdot (-2)^9 = \frac{(-2)^7}{(-2)^{-8}} = ((-2)^3)^5.$
c $3^{-12} = 3^{-5} \cdot 3^{-7} = \frac{3^{-8}}{3^4} = (3^{-6})^2.$
d $(-2)^{-14} = (-2)^{-3} \cdot (-2)^{-11} = \frac{(-2)^{-4}}{(-2)^{10}} = ((-2)^{-2})^7.$
e $(-5)^{-21} = (-5)^{-10} \cdot (-5)^{-11} = \frac{(-5)^{-10}}{(-5)^{11}} = ((-5)^{-3})^7.$

f $9^{12} = 9^2 \cdot 9^{10} = \frac{9^{15}}{9^3} = (9^2)^6.$

4. a $25^{10} = 25^2 \cdot 25^8 = \frac{25^4}{25^{-6}}.$

b $25^{-10} = 25^{-2} \cdot 25^{-8} = \frac{25^{-4}}{25^6}.$

c $(-3)^{21} = (-3)^{15} \cdot (-3)^6 = \frac{(-3)^{12}}{(-3)^{-9}}.$

d $4^3 = 4^{-2} \cdot 4^5 = \frac{4^6}{4^3}.$

e $12^{23} = 12^{20} \cdot 12^3 = \frac{12^{50}}{12^{27}}.$

5. a 5^{-4} . **b** 2^{-3} . **c** 7^{-4} . **d** $2^{-4} \cdot 3^2$. **e** $5^{-3} \cdot 7^{-4}$. **f** $2^3 \cdot 3^5$.

6. a $\frac{3^{-4}}{1}$. **b** $\frac{9^{10}}{1}$. **c** $\frac{3}{4^2}$. **d** $\frac{2^3}{5}$. **e** $\frac{3}{7^{-4}}$. **f** $\frac{7}{5^4}$.

7. a 3, $4 \cdot 10^{-6}$. **b** $2,34 \cdot 10^{-5}$. **c** $2,345\,534\,12 \cdot 10^6$.
d $2,13 \cdot 10^{10}$. **e** $5,4312 \cdot 10^2$. **f** $1,234\,567\,8 \cdot 10^8$.
g $5 \cdot 10^{-9}$.

8. a $\frac{1}{3} + \frac{1}{2^2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}.$

b $\frac{7}{5} \cdot \frac{1}{2^2} = \frac{7}{20}$. **c** $\frac{9}{5} + \frac{1}{2^2} = \frac{9}{5} + \frac{1}{4} = \frac{36}{20} + \frac{5}{20} = \frac{41}{20}.$

2. Com es poden mesurar distàncies inaccessibles

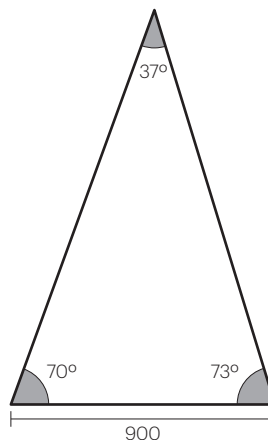
Contextos

Pàgines 206 i 207

Context 1

1. a $\widehat{ACB} + 73^\circ + 70^\circ = 180^\circ \rightarrow \widehat{ACB} = 37^\circ.$

b



Context 2

1. **a** $\tan(\widehat{CAB}) = \frac{h}{900-x}$. **b** $\tan(\widehat{ABC}) = \frac{h}{x}$.

c $\tan(70^\circ) = 2,7475$; $\tan(73^\circ) = 3,2709$.

d Sí.
$$\begin{cases} 2,7475 = \frac{h}{900-x} \\ 3,2709 = \frac{h}{x} \end{cases}$$

Resolem el sistema pel mètode d'igualació:

$$\begin{cases} h = 2,7475 \cdot (900-x) \\ h = 3,2709 \cdot x \end{cases}$$

$$2,7475 \cdot (900-x) = 3,2709 \cdot x \rightarrow \\ \rightarrow 2472,75 - 2,7475x = 3,2709x \rightarrow x = 410,87$$

Així: $h = 3,2709 \cdot 410,87 = 1343,90$ m.

El catet que falta mesura:

$$900 - x = 900 - 410,87 = 489,13 \text{ m.}$$

Entrena't

Pàgines 208, 209, 210 i 211

1. **a** $21^\circ + \hat{C} = 90^\circ \rightarrow \hat{C} = 69^\circ$; $a = 19,55$ cm;
 $19,55^2 = 7^2 + c^2 \rightarrow c = 18,25$ cm.
b $62^\circ + \hat{C} = 90^\circ \rightarrow \hat{C} = 28^\circ$; $a = 15,91$ cm;
 $15,91^2 = 14^2 + c^2 \rightarrow c = 7,56$ cm.

2. **a** $C = 55^\circ$; $0,574 = \frac{b}{12} \rightarrow b = 6,88$ cm;

$$0,819 = \frac{c}{12} \rightarrow c = 9,83 \text{ cm.}$$

b $B = 68^\circ$; $2,475 = \frac{b}{11} \rightarrow b = 27,23$ cm;

$$27,23^2 + 11^2 = a^2 \rightarrow a = \sqrt{862,47} = 29,37 \text{ cm.}$$

3. No, en un triangle rectangle tenim un angle de 90° , i per això entre els altres dos angles han de sumar-ne altres 90° . Per tant, és impossible construir un triangle rectangle amb un angle més gran que 90° .

4. $\tan \alpha = \frac{6}{8} = 0,75 \rightarrow \alpha = \arctan(0,75) = 36,87^\circ$;

$$\beta = 2 \cdot 36,87^\circ = 73,74^\circ.$$

L'altre angle que es forma mesura:

$$180^\circ - 73,74^\circ = 106,26^\circ.$$

5. $\cos \alpha = \frac{10}{26} = 0,385 \rightarrow \alpha = \arccos(0,385) = 67,38^\circ$

$$67,38^\circ + 67,38^\circ + \beta = 180^\circ \rightarrow \beta = 45,24^\circ.$$

6. $h = \sqrt{64} = 8$ cm; $B = \sqrt{15^2 - 8^2} = 12,69$ cm;
 $S = \frac{12,69 + 6}{2} \cdot 8 = 74,75$ cm².

7. $\alpha = 36^\circ$; $\beta = \frac{36}{2} = 18^\circ$; $x = 1,24$ cm;
 $l = 2 \cdot 1,24 = 2,48$ cm; $P = 10 \cdot 2,48 = 24,8$ cm.

8. $\alpha = 45^\circ$; $\beta = \frac{45}{2} = 22,5^\circ$; $x = 1,33$ cm;
 $l = 2 \cdot 1,33 = 2,66$ cm; $P = 8 \cdot 2,66 = 21,28$ cm.

9. $a = 2,54$ cm; $0,906 = \frac{b}{6} \rightarrow b = 5,44$ cm;
 $P = 2 \cdot 2,54 + 2 \cdot 5,44 = 15,95$ cm;
 $A = 2,54 \cdot 5,44 = 13,79$ cm².

10. $\tan\left(\frac{84}{2}\right) = 0,869 = \frac{3}{h} \rightarrow h = 3,45$ cm;

$$A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3,45 = 10,35 \text{ cm}^2.$$

11. **a** $0,407 = \frac{h}{6} \rightarrow h = 2,44$ cm;

$$A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2,44 = 9,76 \text{ cm}^2.$$

b $\sin(180^\circ - 120^\circ) = 0,866 = \frac{h}{5} \rightarrow h = 4,33$ cm;

$$A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4,33 = 17,32 \text{ cm}^2.$$

12. $0,588 = \frac{h}{32} \rightarrow h = 18,81$ m.

13. $0,675 = \frac{300}{d} \rightarrow d = 444,77$ m.

14. $\tan(44^\circ) = \frac{h}{x} = 0,966 \rightarrow h = 0,966 \cdot x$;

$$\tan(29^\circ) = \frac{h}{400-x} = 0,554 \rightarrow h = 0,554 \cdot (400-x)$$

Si igualem, tenim:

$$0,966x = 0,554(400-x) \rightarrow$$

$$\rightarrow (0,966 + 0,554)x = 0,554 \cdot 400 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{0,554 \cdot 400}{0,966 + 0,554} = 145,87 \text{ m.}$$

Així: $h = 0,966 \cdot 145,87 = 140,87$ m.

3. Estic malalt?

Contextos

Pàgines 212 i 213

Context 1

1. a A 5000. b 100. c 4900.

Context 2

1. a $\frac{83}{100} = 0,83$. b $\frac{4827}{4900} = 0,985$.

2. a $\frac{83}{156} = 0,532$. b $\frac{4827}{4844} = 0,996$.

Entrena't

Pàgines 214, 215, 216 i 217

1. Casos favorables = 13; casos possibles = 40;

$$P = \frac{13}{40} = 0,325.$$

2. Casos favorables = x ; casos possibles = $2x$;

$$P = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

3. a Casos favorables = 0; casos possibles = 36;

$$P = \frac{0}{36} = 0.$$

- b Casos favorables = 1; casos possibles = 36;

$$P = \frac{1}{36} = 0,2\hat{7}.$$

- c Casos favorables = 6; casos possibles = 36;

$$P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} = 0,1\hat{6}.$$

- d Casos favorables = 5; casos possibles = 36;

$$P = \frac{5}{36} = 0,13\hat{8}.$$

4. No, perquè $P(E)$ ha de ser 1.

5. Casos favorables = $3x$; casos possibles = $4x$;

$$P = \frac{3x}{4x} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

6. Casos favorables = 12; casos possibles = 30;

$$P = \frac{12}{30} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

7. Casos favorables = 6; casos possibles = 6;

$$P = \frac{6}{6} = 1.$$

8. $P(\text{Informàtica i Matemàtiques}) = 0,9 \cdot 0,8 = 0,72$.

9. $P(\text{dues figures}) = \frac{12}{40} \cdot \frac{11}{39} = \frac{11}{130} = 0,085$.

10. Casos favorables = 4; casos possibles = 1;

$$P = \frac{1}{4} = 0,25.$$

11. a $P(51) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{20} = 0,05$.

b $P(<30) = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{4} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5} = 0,4$.

c $P(2 \text{ boles parelles}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$;

$$P(2 \text{ boles senars}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$
;

$$P(\text{suma nombre parell}) = \frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

12. a $P(51) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{25} = 0,04$.

b $P(<30) = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{5} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} = 0,4$.

c $P(2 \text{ boles parelles}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25} = 0,16$;

$$P(2 \text{ boles senars}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25} = 0,36$$
;

$$P(\text{suma nombre parell}) = \frac{4}{25} + \frac{9}{25} = \frac{13}{25} = 0,52.$$

13. $P(\text{espases}) = \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{40} = \frac{1000}{64\,000} = \frac{1}{64} = 0,0156$;

$$P(\text{mateix coll}) = 4 \cdot \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{40} = \frac{4000}{64\,000} = \frac{1}{16} = 0,0625.$$

14. $P(\text{espases}) = \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} \cdot \frac{8}{38} = \frac{720}{59\,280} = \frac{3}{247} = 0,0121$;

$$P(\text{mateix coll}) = 4 \cdot \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} \cdot \frac{8}{38} = \frac{2880}{59\,280} = \frac{12}{247} = 0,0486.$$

15. $P(\text{Pilar}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$; $P(\text{Salva}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$;
tots dos tenen la mateixa probabilitat de guanyar.

16. Casos favorables = 4; casos possibles = 12;

$$P = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} = 0,3\hat{3}.$$

17. $P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \rightarrow$
 $\rightarrow 0,3 + 0,1 + 0,2 + 0,1 + a + b = 1$;
 $0,3 + 0,1 + 0,2 + 0,1 + 2b + b = 1 \rightarrow$
 $\rightarrow b = 0,1 \rightarrow a = 2 \cdot 0,1 = 0,2$;
 $P(\text{parell}) = 0,1 + 0,1 + 0,1 = 0,3$.

Mates en context

Pàgines 218, 219, 220 i 221

Context 1

1. Electrò < Neutrò < Protó.

2. $\frac{1,64 \cdot 10^{-27}}{9,11 \cdot 10^{-31}} = 1800,3$.

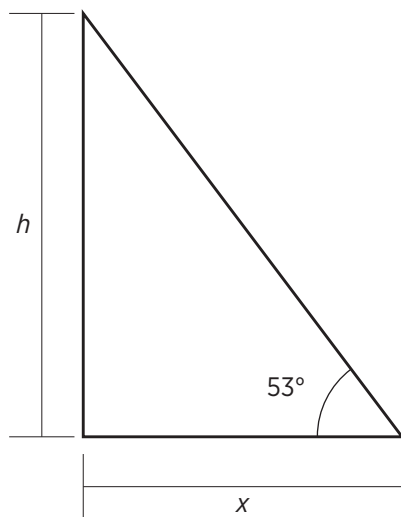
3. $1 \text{ uma} = 1,67 \cdot 10^{-24} \text{ g} = 1,67 \cdot 10^{-24} \cdot 10^{-3} \text{ kg} =$
 $= 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

4. **a** $m_{\text{crom}} = 24 \cdot 1,672 \cdot 10^{-27} + 24 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} +$
 $+ 28 \cdot 1,64 \cdot 10^{-27} = 8,61 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$.

b $m_{\text{mercuri}} = 80 \cdot 1,672 \cdot 10^{-27} + 80 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} +$
 $+ 121 \cdot 1,64 \cdot 10^{-27} = 3,32 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$.

Context 2

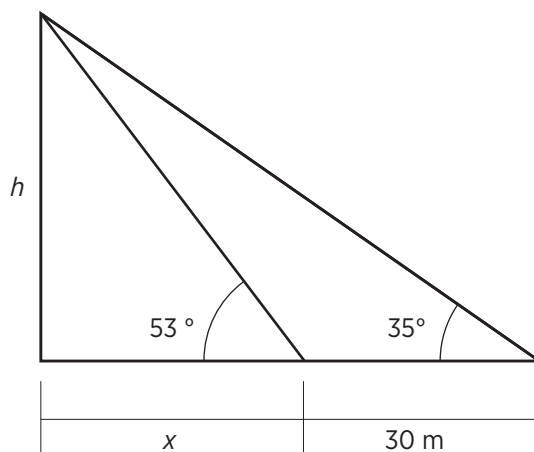
1.



a No, es necessiten com a mínim tres dades per resoldre un triangle, i tan sols coneixem dos angles.

b Sí. $\tan(53^\circ) = \frac{30}{x} \rightarrow x = \frac{30}{1,327} = 22,61 \text{ m}$.

2. Dos.



Context 3

1. **a** Casos favorables = 50; casos possibles = 350;

$$P = \frac{50}{350} = 0,1429.$$

b Casos favorables = 90; casos possibles = 350;

$$P = \frac{90}{350} = 0,2571.$$

c Casos favorables (moto i no anar a classe) = 10;

casos possibles = 350; $P(\text{moto i no anar a classe}) =$

$$= \frac{10}{350} \quad P(\text{moto, no anar a classe i aprovar}) =$$

$$= \frac{10}{350} \cdot \frac{20}{100} = \frac{1}{175} = 0,0057.$$

d $P(\text{no anar a classe}) = \frac{90}{350} + \frac{10}{350} = \frac{2}{7} = 0,2857$.

e $P = \frac{210}{350} \cdot (100 - 80) \% + \frac{40}{350} \cdot (100 - 70) \% =$
 $= \frac{210}{350} \cdot \frac{20}{100} + \frac{40}{350} \cdot \frac{30}{100} = \frac{3}{25} + \frac{6}{175} = \frac{27}{175} = 0,1543$.

f $P = \frac{210}{350} \cdot 80 \% + \frac{90}{350} \cdot 15 \% + \frac{40}{350} \cdot 70 \% +$
 $+ \frac{10}{350} \cdot 20 \% = \frac{210}{350} \cdot \frac{80}{100} + \frac{90}{350} \cdot \frac{15}{100} +$
 $\frac{40}{350} \cdot \frac{70}{100} + \frac{10}{350} \cdot \frac{20}{100} \rightarrow$

$$P = \frac{12}{25} + \frac{27}{700} + \frac{2}{25} + \frac{1}{175} = \frac{423}{700} = 0,6043.$$

Context 4

1. L'alumnat dona la seva opinió.
2. L'alumnat dona la seva opinió.
3. L'alumnat dona la seva opinió.

4. **a** $P(\text{no coincideixin}) = \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} = 0,9918;$

$$P(\text{coincideixin}) = 1 - 0,9918 = 0,0082.$$

b $P(\text{no coincideixin}) = \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \frac{362}{365} = 0,9836;$

$$P(\text{coincidan}) = 1 - 0,9836 = 0,0164.$$

c $P(\text{no no coincideixin}) = \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \dots \cdot \frac{306}{365} \approx 0;$

$$P(\text{coincideixin}) = 1 - 0 = 1.$$